

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE EDUCACIÓN

**Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en
Educación**



TESIS DOCTORAL

**Evaluación de la eficiencia técnica a partir del valor añadido en
educación**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR

PRESENTADA POR

Esther López Martín

Director

José Luis Gaviria Soto

Madrid, 2012

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE EDUCACIÓN

**Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico
en Educación**



**EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA A PARTIR DEL
VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN**

**MEMORIA PRESENTADA PARA OPTAR AL GRADO DE
DOCTOR POR:**

Esther López Martín

Bajo la dirección del Profesor:

Dr. José Luis Gaviria Soto

Madrid, 2011

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE EDUCACIÓN



TESIS DOCTORAL

**Evaluación de la eficiencia técnica a partir del
valor añadido en educación**

Esther López Martín

*DEPARTAMENTO DE MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN Y
DIAGNÓSTICO EN EDUCACIÓN*

Madrid, 2011.

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID

FACULTAD DE EDUCACIÓN



TESIS DOCTORAL

**Evaluación de la eficiencia técnica a partir del
valor añadido en educación**

Presentada por: Esther López Martín

Director de tesis: José Luis Gaviria Soto

**DEPARTAMENTO DE MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN Y
DIAGNÓSTICO EN EDUCACIÓN**

Madrid, 2011.

A mi padre

Agradecimientos

Desde que inicié los estudios de doctorado, y hasta la fecha, han sido numerosas las personas que han confiado en mí y en que este trabajo de investigación vería la luz. Hoy es el momento de mirar hacia atrás y dar las GRACIAS a todos aquellos que me han apoyado y dado fuerzas para sobrellevar los momentos más difíciles.

Sin duda, al primero al que debo dar las gracias es al profesor José Luis Gaviria. Me siento muy orgullosa de que sea el director de esta tesis doctoral y siempre estaré agradecida por la labor tan importante que ha desempeñado durante todo este proceso. Gracias por seguir con atención los pasos que iba dando, por preocuparte por mi formación, por las orientaciones, por los consejos y por ayudarme a ver la luz en los momentos en los que yo sólo veía sombras. Si hay algo que tengo claro después de todos estos años es que es el mejor director de tesis que se puede tener, y no sólo porque sea el mejor modelo a seguir a nivel profesional, sino también porque es una gran persona.

En segundo lugar, quiero dar las gracias al profesor Timo Kuosmanen de Aalto University en Helsinki. Es un honor que un experto a nivel mundial en el campo de la medida de la eficiencia, como es Timo Kuosmanen, me haya prestado su inestimable ayuda de manera desinteresada. Timo, muchas gracias por el tiempo dedicado durante las dos estancias de investigación que he realizado contigo, por aconsejarme lecturas, por tus orientaciones y por discutir sobre el contenido de este trabajo durante horas.

Otra persona muy importante en este proceso, por facilitarme una de las experiencias que más me ha marcado tanto a nivel académico como personal, ha sido el profesor Henry M. Levin de Columbia University. El tiempo que dediqué en esa estancia a leer y los cursos a los que asistí, me ayudaron a definir el objetivo y la estructura de esta tesis doctoral. Muchas gracias a Henry M. Levin y a Pilar Soler por la hospitalidad recibida y porque me consta que os alegráis de que este trabajo llegue a su fin.

Una vez utilicé el término “mother académica” para referirme a aquella persona que se preocupa por ti, que siempre tiene tiempo para escucharte, que te aconseja, que te facilita oportunidades y que desea que las cosas te vayan bien. Yo me siento muy afortunada por haber tenido cerca a dos personas que han cumplido esas funciones a la perfección: Aurora Fuentes y María Castro.

Gracias a mis compañeros de viaje, a los que durante todo este tiempo han compartido lágrimas y alegrías, han sido cómplices, compañeros y, ante todo, amigos. Xavier G. Ordoñez y Sonia J. Romero, gracias por todos los buenos consejos que me habéis dado, por vuestra compañía y por todos los buenos momentos que hemos vivido. Enrique Navarro y Eva Expósito, gracias por demostrar que puedo contar con vosotros, porque conocéis este trabajo como si fuese vuestro, por enseñarme que si compartes las alegrías se hacen más grandes y las penas se hacen más pequeñas. José Luis Parejo, Bianca Thoilliez y Eva Jiménez, gracias por vuestro apoyo incondicional.

Quiero dar las gracias a todos y cada uno de los miembros del Grupo de Medida y Evaluación del Sistema Educativo (M.E.S.E) y del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación (M.I.D.E.) de la Universidad Complutense de Madrid. Gracias a Miguel Serra por hacer fácil la vida de los que están a tu alrededor.

A los profesores Ángeles Blanco, Arturo de la Orden, Mercedes García, Luis Lizasoain y Covadonga Ruiz por sus palabras de ánimo y su interés porque este trabajo haya llegado a buen puerto. A las profesoras Chantal Biencinto, Elvira Carpintero y Coral González por su implicación en esta tesis doctoral, por su apoyo incondicional, por sus consejos, y su preocupación para que siempre estuviese bien. Al profesor Daniel Santín, por facilitarme bibliografía e información que me ha sido de gran utilidad.

Gracias a todos los profesores del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación II de la UNED por la acogida que me brindaron hace dos años y por sus palabras de ánimo para que finalizase este trabajo. En especial a Daniel Anaya, Beatriz Álvarez, Ana Patricia Fernández, María Teresa Martín Aragoneses, Mario Pena, Juan Carlos Pérez, José Manuel Suárez y Consuelo Vélaz de Medrano. Gracias al profesor Ángel de Juanas porque ha sido un apoyo muy importante tras mi incorporación en la UNED.

A mis amigos, porque han sabido comprender mis ausencias, por adaptar sus agendas a la mía con la finalidad de vernos, por sus visitas cuando estaba fuera de España. Gracias a Almudena Caña, Noelia Marrero, Isabel Moratilla, Diana Moreno, Luis Moreno y Isabel Postiglioni. A Celia Rodríguez por estar siempre en los buenos y en los malos momentos, y por ser un miembro más de mi familia. A Natalia Gamero por ser tan buena amiga, y por su ayuda con todos los desarrollos matemáticos de este trabajo.

A todas las personas que han hecho fáciles mis estancias en el extranjero, que me han cuidado cuando he estado enferma, que me han acompañado cuando me sentía sola, y a las que no puedo dejar de recordar en este momento. Gracias a Ana Casas, Sabine Cbina, David Csaszar, Noel Diaz y Juan Carlos Torres.

Finalmente, quiero dar las gracias a las personas más importantes en mi vida, mis hermanos Julio y Marta y mis padres Valentín y Antonia. A mis hermanos porque les adoro y siempre están a mi lado, compartiendo todos los acontecimientos de mi vida. A mis padres porque sin ellos no sería quién soy. Gracias por invertir en mi educación, por darme siempre la libertad de elegir lo que he querido hacer en mi vida, y por apoyarme en todas mis decisiones. Gracias por enseñarme que el trabajo es la base de todo, y que sólo con esfuerzo se alcanzan las metas que nos proponemos.

No quiero dejar de dar las gracias a tantas otras personas que han confiado en mí y en este trabajo y que, sin duda, merecerían estar en este apartado.

A todos... ¡Muchas Gracias!

ÍNDICE DE CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: MEDIDA DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR PÚBLICO.....	11
1.1. JUSTIFICACIÓN DEL ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA	14
1.1.1. <i>Justificación del análisis de la eficiencia del sector público.....</i>	14
1.1.2. <i>Justificación del análisis de la eficiencia en el campo de la educación</i>	19
1.1.2.1. Normativa reguladora de la Enseñanza no Universitaria	22
1.1.2.2. Normativa reguladora de la Enseñanza Universitaria	25
1.2. LA EFICIENCIA PRODUCTIVA	28
1.2.1. <i>Diferencias entre productividad y eficiencia</i>	28
1.2.2. <i>Diferencias entre eficacia y eficiencia.</i>	32
1.2.3. <i>Definición y medida de la eficiencia</i>	33
1.2.4. <i>El caso de la eficiencia-X.....</i>	39
1.3. LA EFICIENCIA EDUCATIVA.....	40
1.3.1. <i>Diferencias entre productividad y eficiencia en educación</i>	40
1.3.2. <i>Diferencias entre eficiencia y eficacia educativa.....</i>	44
1.3.3. <i>Definición de eficiencia educativa.</i>	45
1.3.4. <i>El caso de la eficiencia-X en educación.</i>	65
1.4. RECAPITULACIÓN	67
1.5. ABSTRACT	68
CAPÍTULO 2. MÉTODOS PARA LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA	69
2.1. TÉCNICAS PARA LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA	70
2.1.1. <i>Métodos paramétricos</i>	71
2.1.1.1. Mínimos cuadrados ordinarios corregidos	73
2.1.1.2. Análisis de Fronteras Estocásticas	76
2.1.2. <i>Métodos no paramétricos.</i>	78
2.1.2.1. Análisis Envolvente de Datos.....	80
2.1.2.2. Free Disposal Hull.	84
2.1.2.3. Stochastic Nonparametric Envelopment of Data.....	86
2.1.3. <i>Ventajas e inconvenientes de las principales técnicas utilizadas en la medida de la eficiencia.....</i>	89
2.2. DESARROLLOS METODOLÓGICOS BASADOS EN EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS....	92
2.2.1. <i>Modelo CCR.</i>	93
2.2.2. <i>Modelo BCC.</i>	97
2.2.3. <i>Otros desarrollos basados en metodología DEA.</i>	101
2.2.4. <i>Interpretación de las medidas de la eficiencia desde la perspectiva del Análisis Envolvente de Datos.....</i>	102
2.3. RECAPITULACIÓN	105
2.4. ABSTRACT	106

CAPÍTULO 3: PROPUESTA DE UN MODELO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA A PARTIR DE LAS MEDIDAS DE VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN 107

3.1. EL VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN	108
3.1.1. <i>Definición y características de los modelos de valor añadido</i>	110
3.1.2. <i>El uso de los modelos multinivel para evaluar el valor añadido en educación</i>	114
3.1.2.1. El valor añadido desde los modelos de crecimiento lineal	115
3.1.2.2. El valor añadido desde los modelos de crecimiento cuadrático.....	120
3.1.2.3. Modelos de valor añadido contextualizados	124
3.1.3. <i>Propuesta de un modelo de valor añadido</i>	128
3.1.3.1. Justificación de las características individuales y familiares introducidas en el modelo de valor añadido.....	130
3.2. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN EDUCATIVA.....	134
3.3. EXPLICACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LAS ESCUELAS.....	140
3.4. RECAPITULACIÓN	144
3.5. ABSTRACT	145

CAPÍTULO 4: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN 147

4.1. MARCO CONTEXTUAL DE LA INVESTIGACIÓN	148
4.1.1. <i>Legislación educativa no universitaria en la Comunidad de Madrid</i>	149
4.1.2. <i>Principales indicadores del sistema educativo no universitario de la Comunidad de Madrid</i>	151
4.1.2.1. Indicadores de contexto	152
4.1.2.2. Indicadores de entrada.....	155
4.1.2.3. Indicadores de proceso.....	160
4.1.2.4. Indicadores de producto.....	164
4.2. POBLACIÓN Y MUESTRA	169
4.2.1. <i>Población</i>	169
4.2.2. <i>Muestra</i>	171
4.3. VARIABLES E INSTRUMENTOS APLICADOS	174
4.3.1. <i>Rendimiento académico</i>	174
4.3.2. <i>Características individuales y familiares</i>	182
4.3.3. <i>Indicadores asociados a los centros educativos y a su contexto</i>	183
4.4. TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.....	185
4.5. RECAPITULACIÓN	187
4.6. ABSTRACT	188

CAPÍTULO 5. CÁLCULO DE UNA MEDIDA DE VALOR AÑADIDO 189

5.1. CÁLCULO DE LOS MODELOS BÁSICOS DE VALOR AÑADIDO	190
5.1.1. <i>Modelo básico de valor añadido: 5º y 6º de E.P.</i>	191
5.1.2. <i>Modelo básico de valor añadido: 1º y 2º de E.S.O.</i>	198
5.1.3. <i>Modelo básico de valor añadido: 3º y 4º de E.S.O.</i>	206
5.1.4. <i>Elección del modelo básico de valor añadido más adecuado para cada cohorte analizada</i>	214
5.2. INTRODUCCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS INDIVIDUALES Y FAMILIARES	216
5.2.1. <i>Modelos de valor añadido contextualizados: 5º y 6º de E.P.</i>	217
5.2.2. <i>Modelos de valor añadido contextualizados: 1º y 2º de E.S.O.</i>	225
5.2.3. <i>Modelos de valor añadido contextualizados: 3º y 4º de E.S.O.</i>	232
5.3. DIFERENCIAS EN LA VARIANZA NO EXPLICADA ENTRE LOS MODELOS BÁSICOS Y CONTEXTUALIZADOS	241
5.4. RECAPITULACIÓN	245
5.5. ABSTRACT	246

CAPÍTULO 6: CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID 247

6.1. ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA TOMANDO COMO <i>OUTPUT</i> EL VALOR AÑADIDO DE LAS ESCUELAS	249
6.1.1. <i>Elección del modelo DEA</i>	250
6.1.2. <i>Cálculo de la eficiencia técnica</i>	256
6.1.2.1. Resultados de la cohorte 1	257
6.1.2.2. Resultados de la cohorte 2	262
6.1.2.3. Resultados de la cohorte 3	265
6.1.3. <i>Análisis de segunda etapa</i>	269
6.1.4. <i>Análisis de las puntuaciones de eficiencia</i>	273
6.2. CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TOMANDO COMO <i>OUTPUT</i> LAS TASAS DE PROMOCIÓN ...	277
6.2.1. Resultados de la cohorte 1	277
6.2.2. Resultados de la cohorte 2	283
6.2.3. Resultados de la cohorte 3	286
6.3. CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TOMANDO COMO <i>OUTPUT</i> EL RENDIMIENTO BRUTO	290
6.3.1. Resultados de la cohorte 1	290
6.3.2. Resultados de la cohorte 2	293
6.3.3. Resultados de la cohorte 3	296
6.4. VALORACIÓN GENERAL DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID	299
6.4. RECAPITULACIÓN	303
6.5. ABSTRACT	304

CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROSPECTIVA	305
BIBLIOGRAFÍA	319
REQUISITOS PARA LA OBTENCIÓN DE LA MENCIÓN DE "DOCTOR EUROPEO"	355
SUMMARY	357
CONCLUSIONS, LIMITATIONS AND FUTURE RESEARCH.....	363
ANEXOS	377
ANEXO 1: TRANSFORMACIÓN DE LOS MODELOS DEA DE SU VERSIÓN PRIMAL A SU VERSIÓN DUAL.....	379
ANEXO 2: ANÁLISIS TÉCNICO DE LAS PRUEBAS DE MEDIDA DEL RENDIMIENTO	389
ANEXO 3: OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES.....	397
ANEXO 4: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS.....	399
ANEXO 5: CORRELACIONES ENTRE LOS COEFICIENTES ALEATORIOS DE LOS MODELOS DE VALOR AÑADIDO	433
ANEXO 6: CRECIMIENTO Y VALOR AÑADIDO DE LAS ESCUELAS.....	435
ANEXO 7: INPUTS Y OUTPUTS INTRODUCIDOS EN EL MODELO DE EFICIENCIA: ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS	443
ANEXO 8: MEJORA POTENCIAL DE LAS UNIDADES INEFICIENTES.....	445

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1: EVOLUCIÓN DEL GASTO	17
TABLA 2: GASTO PÚBLICO EN EDUCACIÓN.....	20
TABLA 3: APELACIONES A LA ASIGNACIÓN Y UTILIZACIÓN EFICIENTE Y ECONÓMICA DE LOS RECURSOS EN LA LEGISLACIÓN EDUCATIVA NO UNIVERSITARIA	24
TABLA 4: APELACIONES A LA ASIGNACIÓN Y UTILIZACIÓN EFICIENTE Y ECONÓMICA DE LOS RECURSOS EN LA LEGISLACIÓN UNIVERSITARIA	26
TABLA 5: ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL SISTEMA EDUCATIVO NO UNIVERSITARIO.....	48
TABLA 6: ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA EN EL SISTEMA EDUCATIVO UNIVERSITARIO.....	57
TABLA 7: VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LAS TÉCNICAS PARAMÉTRICAS	90
TABLA 8: VENTAJAS E INCONVENIENTES DE LAS TÉCNICAS NO PARAMÉTRICAS	91
TABLA 9: PRINCIPALES CARACTERÍSTICAS DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS	92
TABLA 10: CARACTERÍSTICAS DE LAS DIFERENTES ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS PARA EL CÁLCULO DEL VALOR AÑADIDO	113
TABLA 11: ECUACIONES DEL MODELO DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO	121
TABLA 12: DISTRIBUCIÓN DE LA POBLACIÓN OCUPADA Y DESEMPLEADA.....	152
TABLA 13: NIVEL DE ESTUDIOS DE LA POBLACIÓN ACTIVA DE LA COMUNIDAD DE MADRID	153
TABLA 14: POBLACIÓN ESPAÑOLA Y EXTRANJERA	154
TABLA 15: DISTRIBUCIÓN DEL ALUMNO POR TIPO DEL CENTRO	155
TABLA 16: DISTRIBUCIÓN DEL ALUMNO INMIGRANTE	156
TABLA 17: REPRESENTACIÓN DEL ALUMNADO INMIGRANTE SOBRE EL TOTAL DEL ALUMNADO.....	156
TABLA 18: REPRESENTACIÓN DEL NÚMERO DE PROFESORES EN LAS ENSEÑANZAS DE RÉGIMEN GENERAL	157
TABLA 19: NÚMERO MEDIO DE ALUMNOS POR PROFESOR EN LAS ENSEÑANZAS DE RÉGIMEN GENERAL.....	158
TABLA 20: GASTO PÚBLICO EN EDUCACIÓN NO UNIVERSITARIA, EXCLUIDOS CAPÍTULO FINANCIEROS, TOTAL Y DE LA CONSEJERÍA DE EDUCACIÓN DE LA COMUNIDAD DE MADRID	159
TABLA 21: UNIDADES DE EDUCACIÓN PRIMARIA.....	160
TABLA 22: UNIDADES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA.....	161
TABLA 23: TASA DE IDONEIDAD.....	162
TABLA 24: POBLACIÓN DE ALUMNOS DE 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.....	170
TABLA 25: POBLACIÓN DE ALUMNOS DE 1º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	170
TABLA 26: POBLACIÓN DE ALUMNOS DE 3º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA	170

TABLA 27: MUESTRA DE ALUMNOS DE 5º DE EDUCACIÓN PRIMARIA EN NOVIEMBRE DE 2005.....	171
TABLA 28: MUESTRA DE ALUMNOS DE 1º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA EN NOVIEMBRE DE 2005	172
TABLA 29: MUESTRA DE ALUMNOS DE 3º DE EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA EN NOVIEMBRE DE 2005	172
TABLA 30: ALUMNOS CON NECESIDADES EDUCATIVAS EN NOVIEMBRE DE 2005	172
TABLA 31: ALUMNOS DE LA PRIMERA COHORTE CON PUNTUACIÓN EN MATEMÁTICAS EN TODAS LAS APLICACIONES.	173
TABLA 32: ALUMNOS DE LA SEGUNDA COHORTE CON PUNTUACIÓN EN MATEMÁTICAS EN TODAS LAS APLICACIONES.	173
TABLA 33: ALUMNOS DE LA TERCERA COHORTE CON PUNTUACIÓN EN MATEMÁTICAS EN TODAS LAS APLICACIONES.	173
TABLA 34: ALUMNOS DE LA PRIMERA COHORTE CON PUNTUACIÓN EN C.L. EN TODAS LAS APLICACIONES.	174
TABLA 35: ALUMNOS DE LA SEGUNDA COHORTE CON PUNTUACIÓN EN C.L. EN TODAS LAS APLICACIONES. ...	174
TABLA 36: ALUMNOS DE LA TERCERA COHORTE CON PUNTUACIÓN EN C.L. EN TODAS LAS APLICACIONES.....	174
TABLA 37: NÚMERO DE ÍTEMS POR COHORTE, APLICACIÓN Y FORMA EN LOS DISTINTOS CONTENIDOS EN MATEMÁTICAS.....	178
TABLA 38: NÚMERO DE ÍTEMS POR COHORTE, APLICACIÓN Y FORMA EN LOS DISTINTOS DOMINIOS EN MATEMÁTICAS.....	178
TABLA 39: NÚMERO DE ÍTEMS POR FORMA EN LOS DISTINTOS CONTENIDOS DE COMPRENSIÓN LECTORA.	181
TABLA 40: NÚMERO DE ÍTEMS POR FORMA EN LOS DISTINTOS DOMINIOS EN COMPRENSIÓN LECTORA.	181
TABLA 41: INFORMACIÓN INCLUIDA EN EL CUESTIONARIO DEL ALUMNO APLICADO EN NOVIEMBRE DE 2005	182
TABLA 42: INFORMACIÓN INCLUIDA EN EL CUESTIONARIO DEL ALUMNO APLICADO EN JUNIO DE 2006.....	183
TABLA 43: INFORMACIÓN RECABADA TRAS EL ANÁLISIS DE LOS DOCUMENTOS DE ORGANIZACIÓN DE CENTROS	184
TABLA 44: MODELO BÁSICO DE VALOR AÑADIDO: MATEMÁTICAS 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	191
TABLA 45: MODELO BÁSICO DE VALOR AÑADIDO: CL 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	195
TABLA 46: MODELO BÁSICO DE VALOR AÑADIDO: MATEMÁTICAS: 1º Y 2º DE E.S.O.....	199
TABLA 47: MODELO BÁSICO DE VALOR AÑADIDO: CL 1º Y 2º DE E.S.O.....	203
TABLA 48: MODELO BÁSICO DE VALOR AÑADIDO: MATEMÁTICAS 3º Y 4º DE E.S.O.....	207
TABLA 49: MODELO BÁSICO DE VALOR AÑADIDO: CL 3º Y 4º DE E.S.O.....	210
TABLA 50: MODELOS DE VALOR AÑADIDO CONTEXTUALIZADOS PARA 5º Y 6 DE EDUCACIÓN PRIMARIA.....	220
TABLA 51: MODELOS DE VALOR AÑADIDO CONTEXTUALIZADOS PARA 1º Y 2º DE E.S.O.....	226
TABLA 52: MODELOS DE VALOR AÑADIDO CONTEXTUALIZADOS PARA 3º Y 4º DE E.S.O.	233

TABLA 53: DIFERENCIAS EN LOS EFECTOS ALEATORIOS ENTRE EL MODELO BÁSICO Y EL MODELO CONTEXTUALIZADO (VALORES ABSOLUTOS)	241
TABLA 54: DIFERENCIAS EN LOS EFECTOS ALEATORIOS ENTRE EL MODELO BÁSICO Y EL MODELO CONTEXTUALIZADO (PORCENTAJES)	243
TABLA 55: REGRESIÓN DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA OBTENIDOS BAJO EL SUPUESTO DE RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA SOBRE EL TAMAÑO DE LAS UNIDADES PRODUCTIVAS	251
TABLA 56: PRUEBA DE MANN-WHITNEY	252
TABLA 57: PRUEBA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV	252
TABLA 58: CORRELACIÓN ENTRE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA OBTENIDOS BAJO RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA LOS ÍNDICES OBTENIDOS ASUMIENDO RENDIMIENTOS VARIABLES A ESCALA	253
TABLA 59: EFICIENCIA DE ESCALA: COHORTE 1	254
TABLA 60: EFICIENCIA DE ESCALA: COHORTE 2	255
TABLA 61: EFICIENCIA DE ESCALA: COHORTE 3	256
TABLA 62: EFICIENCIA TÉCNICA (ÍNDICES DE SUPEREFICIENCIA): COHORTE 1	257
TABLA 63: TOTAL MEJORAS POTENCIALES: COHORTE 1	259
TABLA 64: GRUPO DE REFERENCIA PARA CADA UNIDAD: COHORTE 1	260
TABLA 65: EFICIENCIA TÉCNICA (ÍNDICES DE SUPEREFICIENCIA): COHORTE 2	262
TABLA 66: TOTAL MEJORAS POTENCIALES: COHORTE 2	264
TABLA 67: GRUPO DE REFERENCIA PARA CADA UNIDAD: COHORTE 2	264
TABLA 68: EFICIENCIA TÉCNICA (ÍNDICES DE SUPEREFICIENCIA): COHORTE 3	266
TABLA 69: TOTAL MEJORAS POTENCIALES: COHORTE 3	267
TABLA 70: GRUPO DE REFERENCIA PARA CADA UNIDAD: COHORTE 3	268
TABLA 71: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 1: MODELO VA	271
TABLA 72: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 2: MODELO VA	272
TABLA 73: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 3: MODELO VA	272
TABLA 74: COMPARACIONES MÚLTIPLES. DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA MEDIA POR TITULARIDAD: COHORTE 1	274
TABLA 75: COMPARACIONES MÚLTIPLES. DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA MEDIA POR TITULARIDAD: COHORTE 2	276
TABLA 76: ÍNDICES DE EFICIENCIA: MODELO DE VALOR AÑADIDO VS. MODELO PROMOCIÓN: COHORTE 1	278
TABLA 77: ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES: COHORTE 1	280
TABLA 78: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 1: MODELO PROMOCIÓN	280
TABLA 79: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO PROMOCIÓN: COHORTE 1	282

TABLA 80: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO PROMOCIÓN Y TITULARIDAD: COHORTE 1	282
TABLA 81: ÍNDICES DE EFICIENCIA: MODELO DE VALOR AÑADIDO VS. MODELO PROMOCIÓN: COHORTE 2	283
TABLA 82: ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES: COHORTE 2	284
TABLA 83: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 2: MODELO PROMOCIÓN	285
TABLA 84: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO PROMOCIÓN: COHORTE 2	285
TABLA 85: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO PROMOCIÓN Y TITULARIDAD: COHORTE 2	286
TABLA 86: ÍNDICES DE EFICIENCIA: MODELO DE VALOR AÑADIDO VS. MODELO PROMOCIÓN: COHORTE 3	287
TABLA 87: ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES: COHORTE 3	288
TABLA 88: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 3: MODELO PROMOCIÓN	288
TABLA 89: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO PROMOCIÓN: COHORTE 3	289
TABLA 90: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO PROMOCIÓN Y LA TITULARIDAD: COHORTE 3	290
TABLA 91: ÍNDICES DE EFICIENCIA: MODELO DE VALOR AÑADIDO VS. MODELO RENDIMIENTO: COHORTE 1 ...	291
TABLA 92: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 1: MODELO RENDIMIENTO BRUTO	292
TABLA 93: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO RENDIMIENTO: COHORTE 1	293
TABLA 94: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO RENDIMIENTO Y TITULARIDAD: COHORTE 1	293
TABLA 95: ÍNDICES DE EFICIENCIA: MODELO DE VALOR AÑADIDO VS. MODELO RENDIMIENTO BRUTO: COHORTE 2	294
TABLA 96: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 2: MODELO RENDIMIENTO BRUTO	295
TABLA 97: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO RENDIMIENTO: COHORTE 2	295
TABLA 98: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO RENDIMIENTO Y TITULARIDAD: COHORTE 2	296
TABLA 99: ÍNDICES DE EFICIENCIA: MODELO DE VALOR AÑADIDO VS. MODELO TASAS DE GRADUACIÓN: COHORTE 3	296
TABLA 100: REGRESIÓN TOBIT COHORTE 3: MODELO RENDIMIENTO BRUTO	297
TABLA 101: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO RENDIMIENTO: COHORTE 3 ..	298
TABLA 102: COMPARACIÓN UNIDADES EFICIENTES MODELO VA VS. MODELO RENDIMIENTO Y TITULARIDAD: COHORTE 3.....	299

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1: EVOLUCIÓN DEL % DEL PIB DESTINADO A GASTO PÚBLICO.....	17
FIGURA 2: PORCENTAJE DEL PIB DESTINADO A EDUCACIÓN.....	20
FIGURA 3: MAPA DE ISOCUANTAS	30
FIGURA 4: PRODUCTIVIDAD, EFICIENCIA TÉCNICA Y ECONOMÍA DE ESCALA.	31
FIGURA 5: ESPACIO DE PRODUCCIÓN DE DOS <i>OUTPUTS</i> DADA UNA CANTIDAD FIJA DE <i>INPUTS</i>	33
FIGURA 6: EFICIENCIA TÉCNICA DE FARRELL.....	35
FIGURA 7: EFICIENCIA TÉCNICA ORIENTADA AL <i>OUTPUT</i>	36
FIGURA 8: EFICIENCIA TÉCNICA ORIENTADA AL <i>INPUT</i>	37
FIGURA 9: EFICIENCIA ASIGNATIVA DE FARRELL	38
FIGURA 10: MODELO DE CALIDAD EN EDUCACIÓN DE DE LA ORDEN (1988).....	45
FIGURA 11: EFICIENCIA EDUCATIVA ORIENTADA AL <i>INPUT</i> Y AL <i>OUTPUT</i>	46
FIGURA 12: FRONTERA PRODUCTIVA CALCULADA POR MEDIO DEL MÉTODO COLS.....	75
FIGURA 13: FRONTERA PRODUCTIVA CALCULADA POR MEDIO DEL MÉTODO SFA	78
FIGURA 14: FRONTERA CALCULADA POR OLS VS. FRONTERA CALCULADA MEDIANTE DEA	81
FIGURA 15: FRONTERA FDH	85
FIGURA 16: FRONTERA STONED.....	88
FIGURA 17: MODELO CCR ORIENTADO AL <i>INPUT</i> PRIMAL	93
FIGURA 18: MODELO CCR ORIENTADO AL <i>INPUT</i> DUAL	94
FIGURA 19: MODELO CCR ORIENTADO AL <i>OUTPUT</i> PRIMAL	95
FIGURA 20: MODELO CCR ORIENTADO AL <i>OUTPUT</i> DUAL	96
FIGURA 21: FRONTERA PRODUCTIVA CCR V.S. FRONTERA PRODUCTIVA BCC	97
FIGURA 22: MODELO BCC ORIENTADO AL <i>INPUT</i> PRIMAL	98
FIGURA 23: MODELO BCC ORIENTADO AL <i>INPUT</i> DUAL	99
FIGURA 24: MODELO BCC ORIENTADO AL <i>OUTPUT</i> PRIMAL	100
FIGURA 25: MODELO BCC ORIENTADO AL <i>OUTPUT</i> DUAL	100
FIGURA 26: RESTRICCIONES DE LOS MODELOS ENVOLVENTES SIN INCLUIR E INCLUYENDO LAS VARIABLES DE HOLGURA	103
FIGURA 27: REPRESENTACIÓN DE UN MODELO DE VALOR AÑADIDO	111
FIGURA 28: REPRESENTACIÓN DEL MODELO DE CRECIMIENTO LINEAL.....	119

FIGURA 29: REPRESENTACIÓN DEL VALOR AÑADIDO A PARTIR DE UN MODELO DE CRECIMIENTO LINEAL.....	119
FIGURA 30: REPRESENTACIÓN DEL MODELO DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO	122
FIGURA 31: REPRESENTACIÓN DEL VALOR AÑADIDO A PARTIR DE UN MODELO DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO	123
FIGURA 32: MODELO PARA EL CÁLCULO DEL VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN.....	129
FIGURA 33: MODELO DE EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA: <i>OUTPUT</i> VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN.....	136
FIGURA 34: PORCENTAJE QUE SUPONE EL GASTO EN PERSONAL SOBRE EL GASTO TOTAL EN EDUCACIÓN	138
FIGURA 35: DETERMINANTES DE LA EFICIENCIA TÉCNICA	141
FIGURA 36: EVOLUCIÓN DEL PORCENTAJE DE POBLACIÓN OCUPADA.....	153
FIGURA 37: EVOLUCIÓN DEL PORCENTAJE DE POBLACIÓN EXTRANJERA	154
FIGURA 38: REPRESENTACIÓN DEL ALUMNADO INMIGRANTE SOBRE EL TOTAL DEL ALUMNADO	157
FIGURA 39: EVOLUCIÓN DEL GASTO PÚBLICO EN INSTITUCIONES DE EDUCACIÓN NO UNIVERSITARIA, EXCLUIDOS CAPÍTULOS FINANCIEROS, EN RELACIÓN AL P.I.B. A PRECIO DE MERCADO	159
FIGURA 40: TASAS DE IDONEIDAD EN LA COMUNIDAD DE MADRID DURANTE EL CURSO ACADÉMICO 2008- 2009.....	162
FIGURA 41: ESPERANZA DE VIDA ESCOLAR DURANTE EL CURSO ACADÉMICO 2007-2008	163
FIGURA 42: ESPERANZA DE VIDA ESCOLAR EN LA COMUNIDAD DE MADRID	164
FIGURA 43: PORCENTAJE DE ALUMNOS DE 12 AÑOS QUE HAN FINALIZADO LA EDUCACIÓN PRIMARIA.....	165
FIGURA 44: PORCENTAJE DE ALUMNOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID QUE CON 12 AÑOS HAN FINALIZADO LA EDUCACIÓN PRIMARIA.....	166
FIGURA 45: DISTRIBUCIÓN DEL PORCENTAJE DE ALUMNOS QUE SALEN DE LA E.S.O. CON EL TÍTULO DE GRADUADO EN SECUNDARIA	167
FIGURA 46: DISTRIBUCIÓN DEL PORCENTAJE DE LOS ALUMNOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID QUE SALEN DE LA E.S.O. CON EL TÍTULO DE GRADUADO EN SECUNDARIA, EN FUNCIÓN DEL SEXO Y DE LA TITULARIDAD	167
FIGURA 47: DIFERENCIAS EN EL PORCENTAJE DE ALUMNOS QUE SALEN DE LA E.S.O. CON EL TÍTULO DE GRADUADO EN SECUNDARIA ENTRE CENTROS PÚBLICOS Y PRIVADOS	168
FIGURA 48: DISEÑO LONGITUDINAL DE LA INVESTIGACIÓN.....	169
FIGURA 49: DISEÑO DE APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS DE MATEMÁTICAS.....	175
FIGURA 50: DISEÑO DE APLICACIÓN DE LAS PRUEBAS DE COMPRENSIÓN LECTORA.....	179
FIGURA 51: DESTREZAS COGNITIVAS EVALUADAS EN EL ÁREA DE COMPRENSIÓN LECTORA	181
FIGURA 52: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO LINEAL: MATEMÁTICAS 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	193
FIGURA 53: REPRESENTACIÓN DEL CRECIMIENTO LINEAL DE LAS ESCUELAS: MATEMÁTICAS 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.....	194

FIGURA 54: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO LINEAL: CL 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA.....	196
FIGURA 55: REPRESENTACIÓN DEL CRECIMIENTO LINEAL DE LAS ESCUELAS: CL 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	197
FIGURA 56: MODELOS DE CRECIMIENTO PARA 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	198
FIGURA 57: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO LINEAL: MATEMÁTICAS 1º Y 2º DE E.S.O.....	200
FIGURA 58: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO: MATEMÁTICAS 1º Y 2º DE E.S.O.	201
FIGURA 59: REPRESENTACIÓN DEL CRECIMIENTO CUADRÁTICO DE LAS ESCUELAS: MATEMÁTICAS 1º Y 2º DE LA E.S.O.	202
FIGURA 60: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LAS TASAS DE CRECIMIENTO LINEAL: RC 1º Y 2º DE E.S.O.	204
FIGURA 61: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO: RC 1º Y 2º DE E.S.O.	204
FIGURA 62: REPRESENTACIÓN DEL CRECIMIENTO CUADRÁTICO DE LAS ESCUELAS: CL 1º Y 2º DE LA E.S.O	205
FIGURA 63: MODELOS DE CRECIMIENTO PARA 1º Y 2º DE E.S.O.....	206
FIGURA 64: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO LINEAL: MATEMÁTICAS 3º Y 4º DE E.S.O.....	208
FIGURA 65: REPRESENTACIÓN DEL CRECIMIENTO LINEAL DE LAS ESCUELAS: MATEMÁTICAS 3º Y 4º DE LA E.S.O	209
FIGURA 66: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LAS TASA DE CRECIMIENTO LINEAL: RC 3º Y 4º DE E.S.O.	211
FIGURA 67: RELACIÓN ENTRE EL RENDIMIENTO INICIAL Y LA TASA DE CRECIMIENTO CUADRÁTICO: RC 3º Y 4º DE E.S.O.	212
FIGURA 68: REPRESENTACIÓN DEL CRECIMIENTO CUADRÁTICO DE LAS ESCUELAS: RC 3º Y 4º DE LA E.S.O	213
FIGURA 69: MODELOS DE CRECIMIENTO PARA 3º Y 4º DE E.S.O.....	214
FIGURA 70: MODELOS DE CRECIMIENTO PARA MATEMÁTICAS	215
FIGURA 71: MODELOS DE CRECIMIENTO PARA COMPRENSIÓN LECTORA.....	215
FIGURA 72: FUNCIONES DE CRECIMIENTO BÁSICA Y CONTEXTUALIZADA: MATEMÁTICAS 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	221
FIGURA 73: FUNCIONES DE CRECIMIENTO BÁSICA Y CONTEXTUALIZADA: CL 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	222
FIGURA 74: CRECIMIENTO DE LAS ESCUELAS A LO LARGO DEL TIEMPO: MATEMÁTICAS 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	223
FIGURA 75: CRECIMIENTO DE LAS ESCUELAS A LO LARGO DEL TIEMPO: CL 5º Y 6º DE EDUCACIÓN PRIMARIA	224

FIGURA 76: FUNCIONES DE CRECIMIENTO BÁSICA Y CONTEXTUALIZADA: MATEMÁTICAS 1º Y 2º DE E.S.O.	230
FIGURA 77: FUNCIONES DE CRECIMIENTO BÁSICA Y CONTEXTUALIZADA: CL 1º Y 2º DE E.S.O.	230
FIGURA 78: CRECIMIENTO DE LAS ESCUELAS A LO LARGO DEL TIEMPO: MATEMÁTICAS 1º Y 2º DE E.S.O.	231
FIGURA 79: CRECIMIENTO DE LAS ESCUELAS A LO LARGO DEL TIEMPO: CL 1º Y 2º DE E.S.O.	232
FIGURA 80: FUNCIONES DE CRECIMIENTO BÁSICA Y CONTEXTUALIZADA: MATEMÁTICAS 3º Y 4º DE E.S. O. ..	237
FIGURA 81: FUNCIONES DE CRECIMIENTO BÁSICA Y CONTEXTUALIZADA: CL 3º Y 4º DE E.S.O.	238
FIGURA 82: CRECIMIENTO DE LAS ESCUELAS A LO LARGO DEL TIEMPO: MATEMÁTICAS 3º Y 4º DE E.S.O.	239
FIGURA 83: CRECIMIENTO DE LAS ESCUELAS A LO LARGO DEL TIEMPO: CL 3º Y 4º DE E.S.O.	240
FIGURA 84: DISTRIBUCIÓN DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA: COHORTE 1	258
FIGURA 85: FRECUENCIA DEL GRUPO DE REFERENCIA: COHORTE 1	262
FIGURA 86: DISTRIBUCIÓN DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA: COHORTE 2	263
FIGURA 87: FRECUENCIA DEL GRUPO DE REFERENCIA: COHORTE 2	265
FIGURA 88: DISTRIBUCIÓN DE LOS ÍNDICES DE EFICIENCIA: COHORTE 3	266
FIGURA 89: FRECUENCIA DEL GRUPO DE REFERENCIA: COHORTE 3	269
FIGURA 90: DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS EN FUNCIÓN DEL DAT: COHORTE1	273
FIGURA 91: DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS EN FUNCIÓN DE LA TITULARIDAD: COHORTE1	274
FIGURA 92: DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS EN FUNCIÓN DEL DAT: COHORTE2	275
FIGURA 93: DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS EN FUNCIÓN DE LA TITULARIDAD: COHORTE2	275
FIGURA 94: DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS EN FUNCIÓN DEL DAT: COHORTE3	276
FIGURA 95: DIFERENCIAS EN LA INEFICIENCIA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS EN FUNCIÓN DE LA TITULARIDAD: COHORTE 3.....	277

INTRODUCCIÓN

El mandato constitucional recogido en los artículos 27.4 y 27.5 de la Constitución Española de 1978 señala que la enseñanza básica debe ser obligatoria y gratuita, siendo los poderes públicos los responsables de garantizar el derecho de todos los ciudadanos a la educación. Para llevar a cabo su función, las diferentes Administraciones Educativas precisan de una serie de recursos humanos y materiales y, por tanto, de una asignación presupuestaria, que en España durante los últimos años ha llegado a suponer, aproximadamente, un 4,5% del Producto Interior Bruto.

El sistema educativo al cumplir una función social, como es la de garantizar el derecho a la educación de los ciudadanos, y ser financiado con dinero de los contribuyentes, debe rendir cuentas a la sociedad sobre los objetivos que logra y la forma en que dispone los recursos para alcanzar ese cometido.

El concepto de rendición de cuentas se ha extendido en nuestros días como la traducción más común y cercana del término inglés *accountability*. Sin embargo, y a pesar de sus similitudes, hay matices que separan estos dos conceptos. Mientras *accountability* conlleva un sentido claro de obligación, la noción de rendición de cuentas parece sugerir que se trata de un acto voluntario (Schedler, 2004). De esta

forma, es lógico pensar que *accountability* supone la rendición obligatoria¹ de cuentas. La rendición de cuentas lleva implícito un compromiso de responsabilidad de cualquier organización hacia la sociedad en la que residen sus objetivos, e implica transparencia en la información relativa a la consecución de los fines marcados y en la forma en que se ha conseguido ese cumplimiento (CRUE, 2005).

La necesidad de establecer sistemas de rendición de cuentas a la sociedad por parte de las instituciones públicas ha sido puesta de manifiesto por diferentes organismos nacionales e internacionales. Así, la Comisión de las Comunidades Europeas (2001) en el *Libro blanco de la Gobernanza Europea* hace una llamada a la rendición de cuentas como uno de los cinco principios² esenciales para instaurar formas de gobierno más democráticas, indicando que es necesario una mayor claridad y una mayor responsabilidad por parte de los Estados miembros y de todos aquellos agentes que participan en el desarrollo y la implementación de las políticas de la Unión Europea, a cualquier nivel. Del mismo modo, la *Organisation for Economic Co-operation and Development* (OECD) señala que la rendición de cuentas es, junto con la transparencia y la apertura, uno de los principios básicos de un buen gobierno (OECD, 2002).

Dentro del sector educativo, la creciente importancia otorgada a la rendición de cuentas ha estado vinculada a diferentes actuaciones como, por ejemplo, la publicación en Estados Unidos de la Ley educativa *No Child Left Behind* (NCLB, 2002), la creación de agencias dedicadas a la evaluación de los sistemas educativos y las evaluaciones internacionales llevadas a cabo por la OECD y la *International Association for the Evaluation of Educational Achievement* (IEA).

La Ley Educativa *No Child Left Behind*, aprobada en el congreso en 2001 durante el mandato del presidente Bush, supuso una reforma del sistema educativo no universitario. A partir de ese momento, las escuelas pasaron a ser responsables del

¹ Dado que detrás de toda obligación existe siempre un derecho, “junto con la rendición de cuentas (por obligación), el concepto de *accountability* también incluye la exigencia de cuentas (por derecho)” (Schedler, 2004, p.11).

² La Comisión de las Comunidades Europeas (2001) considera que los cinco principios que constituyen la base de una buena gobernanza son: apertura, participación, rendición de cuentas, eficacia y coherencia.

rendimiento de sus alumnos, estableciéndose un sistema de incentivos y de sanciones en función de los resultados de la evaluación. De esta forma, la financiación de la educación pública pasó a estar condicionada por un sistema de rendición de cuentas basado en incentivos.

En los últimos años se han creado numerosas agencias que llevan a cabo evaluaciones externas del sistema educativo proporcionando información del rendimiento académico de los alumnos, así como de otros indicadores, sobre la cual tomar posibles decisiones de mejora. Un ejemplo de estas agencias son el *Australian Council for Educational Research* en Australia, el Instituto de Evaluación en España, el *National Foundation for Educational Research* en Reino Unido, el *Finnish Institute for Educational Research* en Finlandia o el *National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing* en Los Ángeles.

Junto con la labor desempeñada por estas agencias, a partir de la segunda mitad del S.XX se inició una oleada de evaluaciones internacionales, capitaneadas por la IEA, que han perseguido evaluar la competencia de los estudiantes en matemáticas, ciencias, geografía, inglés y francés como lengua extranjera o educación cívica, entre otras. Dentro de estos estudios destacan el *First International Mathematics Study* (FIMS, 1963-1967), el *First International Science Study* (FISS, 1968-1972), el *Second International Mathematics Study* (SIMS, 1977-1981), el *Second International Science Study* (SISS, 1982-1986), el *Third international Mathematics and Science Study* (TIMSS, 1995, 1999, 2003, 2007) y el *Progress in International Reading Literacy Study* (PIRLS, 2001, 2006). A estas evaluaciones se han sumado las llevadas a cabo desde el año 2000 por la OECD dentro del *Program for International Student Assessment* (PISA). Este estudio que se realiza cada tres años surge con la finalidad de "indagar sobre el grado de formación o preparación de los alumnos de quince años de edad en tres grandes áreas de conocimiento y competencia: lectura, matemáticas y ciencias (...) busca evaluar hasta qué puntos los jóvenes pueden usar las habilidades y conocimientos adquiridos para enfrentarse a los retos de la vida adulta" (Pajares, Sanz y Rico, 2004, p. 7).

Tal y como se puede observar, la evaluación ocupa un lugar tan destacado en el mundo actual que es posible definir esta etapa histórica como "la era de la evaluación" (De la orden, 2000, p. 381). Dicha evaluación, si bien tiene una función diagnóstica que constituye la base de la intervención educativa, el pronóstico y la prevención, también presenta una función de control y rendición de cuentas que supone informar a los usuarios, las familias, los gestores y a la sociedad en general del valor o mérito del objeto evaluado (p. 383).

En el panorama educativo español, esta necesidad de rendir cuentas a la sociedad se ha visto reflejada en la legislación que actualmente rige las enseñanzas no universitarias. Así, la Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación abogará por la importancia de establecer mecanismos de evaluación y de rendición de cuentas, señalando en su preámbulo:

“Los responsables de la educación deben proporcionar a los centros los recursos y los medios que necesitan para desarrollar su actividad y alcanzar tal objetivo, mientras que éstos deben utilizarlos con rigor y eficiencia para cumplir su cometido del mejor modo posible (...) La existencia de un marco legislativo capaz de combinar objetivos y normas comunes con la necesaria autonomía pedagógica y de gestión de los centros docentes obliga, por otra parte, a establecer mecanismos de evaluación y de rendición de cuentas. La importancia de los desafíos que afronta el sistema educativo demanda como contrapartida una información pública y transparente acerca del uso que se hace de los medios y los recursos puestos a su disposición, así como una valoración de los resultados que con ellos se alcanzan”. (p. 17161).

En este sentido, queda manifiesta la responsabilidad por parte de las Administraciones públicas de proporcionar a los centros educativos los recursos necesarios para su funcionamiento y la obligación, de éstos últimos, de utilizarlos con rigor y eficiencia. Del mismo modo, se observa la necesidad de establecer mecanismos de evaluación y rendición de cuentas que proporcionen información sobre el uso que se hace de los medios y los recursos puestos a disposición del sistema educativo y los resultados que con ellos se alcanzan.

La importancia de llevar a cabo una evaluación externa de los centros educativos orientada a la rendición de cuentas vuelve a ponerse de relieve cuando se señala:

“La evaluación se ha convertido en un valioso instrumento de seguimiento y de valoración de los resultados obtenidos y de mejora de los procesos que permiten obtenerlos. Por ese motivo, resulta imprescindible establecer procedimientos de evaluación de los distintos ámbitos y agentes de la actividad educativa, alumnado, profesorado, centros, currículo, Administraciones, y comprometer a las autoridades correspondientes a rendir cuentas de la situación existente y el desarrollo experimentado en materia de educación”. (p. 17161).

La legislación analizada hace referencia a dos aspectos claves de la evaluación del sistema educativo: el seguimiento y la valoración de los resultados obtenidos y la mejora de los procesos que permiten obtenerlos. Desde esta perspectiva, el objetivo del proceso de evaluación no es sólo el de informar, es decir, el de recopilar información sobre los principales indicadores educativos, sino que lleva consigo otra función que es la de mejora, la de optimización del objeto evaluado.

Independientemente del carácter sancionador o no sancionador que pueda llevar implícito un proceso de evaluación orientado a la rendición de cuentas, su principal función, al igual que la de cualquier otro proceso de evaluación educativa, será, en última instancia, “la posible mejora que se pueda producir en el objeto evaluado como consecuencia de las decisiones que dicha evaluación suscite” (Tourón, 2009, p. 127) y, por tanto, la evaluación constituirá un instrumento político para ver el grado de cumplimiento de las metas, no una meta en sí misma, en definitiva, se trata de conseguir información que permita la mejora de las escuelas (Martínez, Gaviria y Castro, 2009, p. 22).

El trabajo de tesis doctoral cuya memoria se presenta en estas páginas se ha centrado en la evaluación de una dimensión de la calidad educativa, que está estrechamente relacionada con la rendición de cuentas, como es el análisis de la eficiencia. El estudio de la eficiencia educativa permite tomar conciencia de hasta qué punto los centros educativos utilizan adecuadamente los recursos de que disponen, con vistas a tomar medidas correctivas y de perfeccionamiento. Este hecho es consecuencia de la doble función existente en todo proceso evaluativo, es decir, cuando se evalúa la eficiencia en educación, no basta con identificar las entradas del sistema educativo y los resultados que allí se consiguen. Por el contrario, es preciso estimar índices que informen del nivel de eficiencia de los centros educativos y analizar

en qué medida las unidades que no se sitúan sobre la frontera productiva, pueden llegar a mejorar su eficiencia modificando sus procesos productivos.

Una de las principales características de cualquier sistema educativo hace referencia a la multitud de variables no controlables que influyen el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, los resultados educativos pueden verse condicionados por todo un conjunto de factores, como son las características individuales y familiares de los alumnos o el contexto sociocultural y económico en el que se desarrolla dicho proceso, que generalmente están fuera del control de los centros educativos.

Los trabajos empíricos que han evaluado la eficiencia educativa se han encontrado con la limitación de que estos *inputs* no controlables pueden llegar a influir sobre las medidas estimadas y, a su vez, que dichas variables no controlables pueden hacer referencia a varios niveles de agregación como son los alumnos, las aulas, los centros educativos, e incluso, los barrios o distritos en los que se ubican las escuelas. Con la finalidad de superar estos obstáculos, dicha aportaciones han aplicado desarrollos metodológico en los que las variables exógenas han sido incluidas en alguna de las fases del análisis.

Bajo este contexto, el presente estudio plantea un modelo de medida de la eficiencia que controla el efecto que las características individuales y familiares de los alumnos pueden ejercer sobre los índices estimados. Se parte de la idea de que la utilización de medidas de valor añadido de las escuelas, como *outputs* del sistema educativo, facilita el control de dichas variables. De esta forma, y una vez calculada la eficiencia técnica de las escuelas, se permite tomar conciencia de en qué medida las escuelas analizadas presentan un comportamiento eficiente, y de hasta qué punto las unidades ineficientes pueden llegar a incrementar su nivel de eficiencia. Por tanto, el principal interrogante a resolver a partir de este trabajo ha sido:

¿La introducción de las medidas de valor añadido en los modelos de evaluación de la eficiencia permite obtener índices precisos, fiables y objetivos de la eficiencia de las escuelas, a la vez que solventa algunas de las principales

limitaciones puestas de manifiesto por las aportaciones que han buscado evaluar la eficiencia en el campo de la educación?

Partiendo de este interrogante general, es posible formular los siguientes problemas de investigación específicos:

1. *¿Cuáles son las razones que justifican el análisis de la eficiencia dentro del sector educativo?*
2. *¿Qué variables se han introducido tradicionalmente en el análisis de la eficiencia educativa?*
3. *¿Cuál es el método más adecuado para la medida de la eficiencia en el campo de la educación?*
4. *¿Cuáles son las principales variables no controlables que influyen sobre los resultados que alcanza la escuela?*
5. *¿La utilización de medidas de valor añadido permite controlar el efecto que los factores asociados a las características individuales y familiares de los alumnos ejercen sobre los resultados educativos?*
6. *¿La eficiencia técnica de las escuelas varía en función de los outputs considerados en el modelo?*
7. *¿Es posible aplicar este modelo a la evaluación de la eficiencia de los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid?*

Del mismo modo, los objetivos generales y específicos de este trabajo de investigación han sido los siguientes:

Objetivo general:

Proponer un modelo de evaluación de la eficiencia que incorpore como resultados del sistema educativo el valor añadido de las escuelas.

Objetivos específicos:

1. *Justificar la importancia de evaluar la eficiencia en el sector público en general, y en el sector educativo en particular.*
2. *Identificar los diferentes tipos de eficiencia productiva y educativa.*
3. *Sintetizar los principales trabajos empíricos que han medido la eficiencia dentro del ámbito educativo.*
4. *Analizar las características de los principales métodos frontera utilizados para la medida de la eficiencia.*
5. *Identificar las principales características de los modelos de valor añadido en educación y analizar las ventajas de introducir las medidas de valor añadido en los modelos de evaluación de la eficiencia.*
6. *Proponer un modelo de valor añadido que permita controlar el efecto que las variables individuales y familiares de los alumnos ejercen sobre el rendimiento académico.*
7. *Proponer un modelo de evaluación de la eficiencia que incorpore, como resultado del sistema educativo, el valor añadido de las escuelas.*
8. *Calcular la eficiencia técnica de los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid.*
9. *Establecer diferencias en la eficiencia técnica de los centros educativos de la Comunidad de Madrid en función de los outputs considerados en el análisis.*
10. *Determinar la influencia de las variables relativas al contexto de los centros educativos sobre la eficiencia técnica de los mismos.*

Para alcanzar estos objetivos el trabajo parte de una revisión teórica que incluye dos capítulos. En el primer capítulo se analiza el concepto de eficiencia, diferenciándolo de otros términos relacionados como pueden ser la eficacia o la

productividad, y se hace una revisión de algunos de los principales estudios que han perseguido evaluar la eficiencia dentro del sector educativo. El segundo capítulo, por su parte, realiza un recorrido por las diferentes alternativas metodológicas utilizadas en el cálculo de la eficiencia, haciendo un especial hincapié en el Análisis Envolvente de Datos que es la técnica que goza de mayor popularidad en el análisis de la eficiencia dentro del sector público.

Tras esta primera aproximación al análisis de la eficiencia educativa, en el capítulo tres se presenta un modelo de evaluación de la eficiencia técnica que introduce las medidas del valor añadido de las escuelas como indicadores de resultado del sistema educativo. El desarrollo del modelo consta de tres fases diferenciadas: el cálculo del valor añadido, la estimación de la eficiencia técnica y la explicación de la ineficiencia técnica a partir de variables que están fuera del control de las unidades productivas.

Los tres últimos capítulos recogen la aplicación del modelo de cálculo de la eficiencia introducido en el tercer capítulo al caso concreto de los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid. Dicha aplicación, se enmarca dentro del proyecto de I+D “El valor añadido en educación y la función de producción educativa: un estudio longitudinal”, financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y con código SEC2003-09742. De esta forma, en el Capítulo 4 analiza el contexto en el que se llevó a cabo dicha investigación y las principales características de su diseño. En el Capítulo 5 se estima el valor añadido de las escuelas, para cada cohorte que compone la muestra, en las dos materias evaluadas. En último lugar, el Capítulo 6 presenta los índices de eficiencia de cada uno de los centros educativos que componen la muestra, así como las mejoras potenciales que podrían llevar a cabo para mejorar su nivel de eficiencia.

La memoria concluye con un último apartado dedicado a las conclusiones, las principales limitaciones y la prospectiva de este trabajo. Finalmente, el lector podrá encontrar la bibliografía y los anexos a los que se hace referencia a lo largo de la exposición.

CAPÍTULO 1: MEDIDA DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR PÚBLICO

La importancia de las deliberaciones económicas constituye una realidad que no se puede perder de vista en el desarrollo y buen funcionamiento de los diferentes ámbitos de la sociedad. La economía como ciencia persigue el estudio de las decisiones realizadas por los individuos o las sociedades cuando las alternativas de elección están limitadas por la escasez de los recursos disponibles. En concreto, la Enciclopedia Internacional de las Ciencias Sociales (Sills, 1974) define la economía como la distribución de un conjunto de recursos escasos a un número ilimitado de fines competitivos, es decir, como la forma a través de la cual los hombres y las sociedades satisfacen sus deseos y necesidades materiales cuando se dispone de una serie de recursos que no les permiten lograrlo plenamente.

En un mundo en el que los recursos fuesen ilimitados, el hablar de economía o de cuestiones económicas sería innecesario. Si se imagina, por ejemplo, una escuela en la que el número de profesores, su salario, los equipos informáticos o cualquier otro recurso material o humano fuese ilimitado y no estuviese supeditado a partidas presupuestarias, no tendría cabida el hablar de optimizar la utilización de los recursos o asignar el presupuesto de manera eficiente. Sin embargo, la realidad muestra que los

recursos son finitos y, por lo tanto, tenemos que tomar decisiones sobre qué elegir y cómo asignar esos recursos de los que disponemos.

En este contexto de asignación de un conjunto de recursos limitados a satisfacer las necesidades e intereses de los individuos surge el concepto de economía. Originariamente, este término estuvo vinculado a la manera en que las familias organizaban sus presupuestos³ pero, poco a poco, la economía ha ido ganando importancia en otros ámbitos de la sociedad, de forma que hoy se puede hablar de economía política, de economía social, de economía de empresas o de economía internacional, entre otras. De igual manera, en el ámbito educativo la rama de la economía que se ocupa de estudiar cuál es la manera en que son asignados los recursos educativos dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje es la economía de la educación.

Los inicios de esta disciplina, que persigue ahondar en la interacción entre economía y educación, se remontan a 1776 cuando el economista y filósofo escocés Adam Smith sienta las bases de lo que posteriormente se conocería como teoría del capital humano. Smith, en su obra *La Riqueza de las Naciones*, subrayará la importancia que tiene la educación y la división del trabajo para el crecimiento económico y el desarrollo de las sociedades. Especialmente, defenderá el papel que juega la formación técnica en la cualificación de los individuos que, mediante este tipo de educación, contribuyen al progreso económico de sus naciones.

Defendiendo este mismo pensamiento, el filósofo inglés John Stuart Mill (1859) considerará la educación como un instrumento esencial a la hora de cultivar las virtudes e intereses de los individuos, en particular, y las de las sociedades, en general. En este sentido, si el valor de los individuos que componen una nación da forma al valor de esta última, Mill, al igual que Smith, tiene en cuenta la formación y las cualificaciones que poseen los trabajadores en su definición de riqueza de las naciones.

³ El término economía procede del griego οἶκος (*casa*) y νόμος (*administración*) por lo que, en un principio, hacía referencia al análisis de la administración de las cuestiones domésticas.

A pesar de estos antecedentes, el origen del concepto de capital humano tendrá que esperar hasta pasada la mitad del S.XX con los trabajos de Theodore Schultz y Gary Becker para ver la luz.

En 1960 el premio Nóbel de economía de 1979, Theodore. W. Schultz, presentó ante la Asociación Económica Norteamericana un discurso sobre *Inversión en Capital Humano* en el que defendía la idea de que la adquisición de conocimientos y habilidades por medio de la educación no debía entenderse como una forma de consumo sino más bien como una inversión. En concreto, Schultz (1961) señala que es evidente que los hombres adquieren habilidades y conocimientos útiles, pero no es tan evidente que dichos conocimientos y habilidades sean una forma de capital, producto de una inversión deliberada. Este capital humano, en las sociedades modernas, ha crecido a un ritmo mucho más rápido que el capital convencional (no humano), y puede considerarse uno de los rasgos más característicos del sistema económico actual. Igualmente, este autor defiende que, a pesar de que los aumentos de producción se relacionan con los incrementos de la tierra, las horas de trabajo y el capital físico reproducible, probablemente la inversión en capital humano sea la principal explicación de ese acrecentamiento.

Por su parte, en 1964, Gary Becker en su obra *El capital humano* desarrollará toda una teoría alrededor del tema. Este economista estudió las sociedades del conocimiento y defendió que la mayor riqueza que tenían estas sociedades era el capital humano que poseían. Para Becker los conocimientos y las habilidades que poseen las personas son la base de la productividad de las economías modernas y, de esta forma, el capital humano se convierte en un bien privado que proporciona beneficios al individuo que lo posee. Desde esta perspectiva, los individuos tienden a invertir en capital humano en vistas a aumentar su renta futura, bien sea ésta una renta monetaria o psíquica.

Posteriormente, han sido numerosos los autores que han defendido⁴ la importancia que tiene el capital humano en la creación de bienestar personal, social y económico, entendido, dicho capital “inmaterial” como los conocimientos, habilidades, competencias y atributos adquiridos por los individuos a través de la educación formal, la educación informal y la experiencia (Becker y Chiswick, 1966; Mincer, 1974; Becker, 1976; Schultz, 1993; Levin y Kelley, 1994; Hanushek, 1994, 2003; McMahon, 1997; Psacharopoulos, 2006).

A pesar del papel relevante que ocupa la teoría del Capital Humano dentro del campo de la economía de la educación, tanto en su origen como en la actualidad, los ámbitos de estudio de esta disciplina comprenden todas aquellas realidades en las que interactúan cuestiones educativas y económicas, entre las cuales podemos destacar: la financiación de la educación, el análisis del mercado de trabajo del profesorado, los estudios de costo-beneficio de la educación, la relación entre educación y crecimiento económico o el análisis de la productividad educativa (Psacharopoulos, 1987; Levin, 1989; Cohn y Geske, 1990; Cohn y Johns, 1994; San Segundo, 2001; Salas, 2007, 2008). Relacionado con este último objeto de estudio, es decir, la forma en la que el sistema educativo produce una serie de resultados educativos u *outputs* a partir de unos recursos o *inputs* (Hanushek, 1989; Levin, 1996), surge todo el planteamiento relativo a la medida de la eficiencia educativa. Este ámbito de la economía de la educación es uno de los que más interés ha generado en los últimos años y constituye el núcleo de este trabajo.

1.1. JUSTIFICACIÓN DEL ANÁLISIS DE LA EFICIENCIA

1.1.1. Justificación del análisis de la eficiencia del sector público

Uno de los principales puntos de discrepancia entre las diferentes escuelas de pensamiento económico que han dado origen a la ciencia económica, tal y como la

⁴ Junto con los defensores de la teoría del Capital Humano conviven un conjunto de detractores que han elaborado una serie de teorías alternativas para explicar la relación ente la educación y el mercado de trabajo. Entre éstas podemos destacar las teorías credencialistas que señalan que la función de la educación no es cualificar o socializar a los individuos sino proporcionarle títulos que sirvan como credenciales para obtener mejores puestos de trabajo, es decir, la educación sirve para que los empresarios identifiquen los trabajadores con mayores habilidades o los más preparados. Para más información ver: Aroz (1973), Spence (1976) y Collins (1989)

conocemos en la actualidad, ha radicado en el papel que debe ocupar el estado como regulador del mercado o como productor de bienes y servicios. De esta forma, en estas corrientes económicas se puede observar desde la defensa al intervencionismo total por parte del estado que han promulgado, entre otras, la corriente marxista o la keynesiana, hasta la no intervención estatal que ha defendido el liberalismo económico liderado por Adam Smith⁵.

Sin embargo, hasta las corrientes menos intervencionistas han apoyado la actuación del Estado en materia de justicia, educación, salud y todos aquellos ámbitos que no sean capaz de abordarse por iniciativa privada (Smith, 1776). De esta forma, el intervencionismo estatal ha llegado a justificarse en algunas esferas de la vida pública y, así, el sector público ha ido ganando importancia con el objetivo de contribuir al bienestar social a través de los diferentes organismos que lo componen. El sector público, en las sociedades democráticas, se ha constituido como “un agente económico creado por los individuos para proveerse colectivamente de los bienes y servicios que el mercado es incapaz de suministrar de forma eficiente y/o equitativa” (Albi, González-Páramo y Zubiri, 2000, p. 115).

Para llevar a cabo las tareas que tiene encomendadas, las diferentes Administraciones Públicas (AA. PP.) precisan de una serie de recursos materiales y humanos, con el consiguiente gasto que esto genera. Consecuentemente, el gasto público total es asignado por partidas presupuestarias a las diferentes áreas de actuación de manera que se da respuesta a las preferencias de los individuos. Teniendo en cuenta que estas preferencias pueden variar y que los individuos pueden desear dedicar las partidas presupuestarias a fines diferentes⁶, un sector público democrático debería agregar las preferencias individuales en una regla de elección colectiva⁷ (Albi et al., 2000). Sin embargo, la realidad muestra cómo las asignaciones

⁵ El lema de los fisiócratas *laissez faire, laissez passer* (“dejad hacer, dejad pasar”) es considerado una de las premisas básicas del liberalismo económico que defiende la no intervención del estado.

⁶ Teniendo en cuenta el hecho de que las preferencias de los individuos pueden ser diferentes, una persona puede desear destinar una mayor cantidad de gasto público a educación que a sanidad, mientras que otra podría priorizar la partida presupuestaria destinada a sanidad frente a la de educación.

⁷ La agregación de las preferencias individuales en una elección colectiva se realiza a partir de la Teoría de la Elección Colectiva (Albi et al., 2000). A partir de ese mecanismo se ordenan las diferentes

presupuestarias son tomadas por diferentes tipos de agentes económicos como los funcionarios, los políticos o los grupos de presión, que pueden llegar a dar prioridad a sus objetivos particulares respecto a los objetivos del conjunto de la sociedad.

En este contexto de asignaciones presupuestarias y de necesidades sociales ha surgido un interés creciente por evaluar los resultados del sector público, con el objetivo de analizar si los recursos monetarios de los que se sirven las diferentes Administraciones Públicas para su correcto funcionamiento están dando respuesta a los intereses y/o necesidades del conjunto de la sociedad. Los motivos que han dado lugar a esta preocupación son: la parte importante de la actividad económica que suponen las actividades públicas en los países desarrollados; la falta de competencia de los mercados que proveen los servicios públicos; la diferencia entre los objetivos y restricciones del sector público y los del sector privado; y la forma en que las actuaciones públicas afectan a la evolución del sistema económico (Lovell y Muñiz, 2003).

Junto a este conjunto de justificaciones, otra de las razones que no se debe perder de vista a la hora de evaluar los resultados obtenidos por las Administraciones Públicas es la propia situación del sector público. En las últimas décadas el tamaño de este sector y, por lo tanto, la demanda de bienes y servicios, ha experimentado un amplio crecimiento. Del mismo modo, el porcentaje del Producto Interior Bruto (PIB) destinado a sufragar los gastos de las Administraciones Públicas sufrió un aumento considerable durante las décadas de los ochenta y los noventa, pasando de valores inferiores al 25% del PIB en la década de los setenta a experimentar un máximo histórico del 48% del PIB en 1993 (Gil-Ruiz y Quintana, 2007). Sin embargo, a partir de 1994 la tendencia creciente llegará a su fin, pudiéndose observar valores del 38,8% del PIB para el 2007 (Eurostat, 22 de octubre de 2008).

La Tabla 1 y la Figura 1 reflejan la evolución del porcentaje del PIB destinado a sufragar los gastos de las Administraciones Públicas a lo largo de los últimos años.

alternativas o prioridades individuales para posteriormente elegir una de las opciones de esa taxonomía “social”, que generalmente suele coincidir con el máximo de la ordenación.

	Gasto de las AA. PP.	Ingreso de las AA. PP.	PIB a precio de Mercado	% del PIB destinado a Gasto Público
2000	246.542	240.259	630.263	39,12
2001	262.982	258.490	680.678	38,64
2002	283.597	280.121	729.206	38,89
2003	300.643	298.850	782.929	38,40
2004	327.015	324.030	841.042	38,88
2005	349.383	358.135	908.792	38,44
2006	377.876	397.720	984.284	38,39
2007	412.751	432.808	1.053.537	39,18
2008*	449.238	404.076	1.088.124	41,29
2009**	482.650	365.382	1.053.914	45,80

Tabla 1: Evolución del gasto

Nota: *Datos provisionales; **Avance. Cifras en millones de Euros

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del Instituto Nacional de Estadística (INE)

En esta evolución del gasto y los ingresos de las Administraciones Públicas se evidencia un estancamiento del porcentaje del PIB destinado a financiar el gasto público en valores próximos al 39%. Aunque los datos provisionales para el año 2008 y el avance para el año 2009 reflejan un ligero incremento de este porcentaje, también lo hace la distancia entre los gastos de las AA.PP. y sus ingresos, lo que lleva a pensar que este mayor gasto sólo sería factible si viene acompañado de un aumento del déficit público.

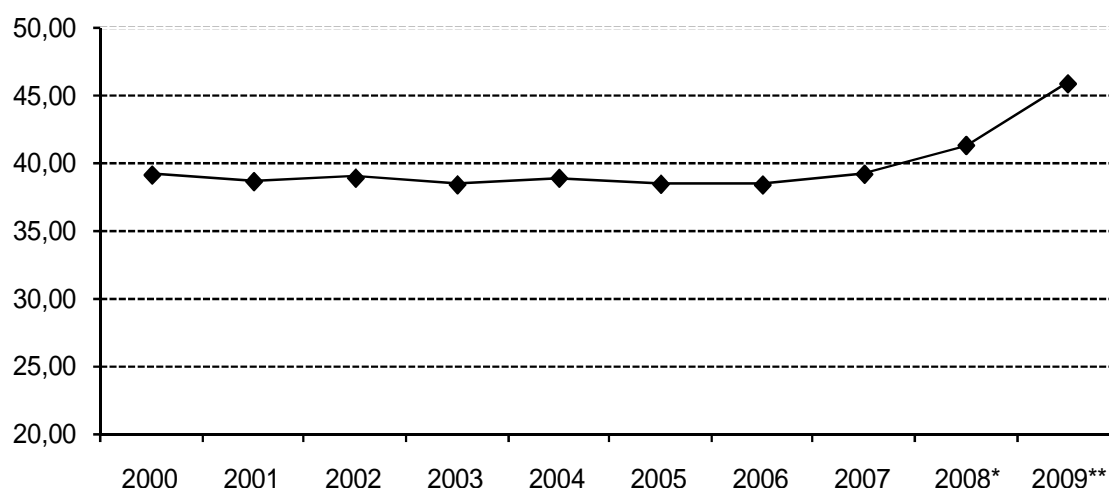


Figura 1: Evolución del % del PIB destinado a Gasto público

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Tabla 1

Ante esta situación en la que el tamaño de las AA.PP. ha crecido, pero el porcentaje del PIB destinado a gasto público ha presentado una disminución progresiva, junto a un estancamiento durante los últimos años, el incremento de la

demanda de servicios públicos sólo puede ser “viable a través de una mejora de la eficiencia del gasto público que permita aumentar la producción de servicios públicos a partir de los mismos recursos” (Rueda, 2005, p.14), es decir, sólo se podrá dar una respuesta a la creciente necesidad de bienes y servicios públicos a partir de un uso eficiente de los recursos.

Estos y otros argumentos pueden llegar a justificar la aplicación de criterios de eficiencia en la asignación y utilización de recursos dentro del sector público. Sin embargo, uno de los motivos de mayor relevancia lo encontramos en la Constitución Española de 1978. Concretamente, el artículo 30.2 de la Sección II que recoge los derechos y deberes de los ciudadanos señala:

“El gasto público realizará una asignación equitativa de los recursos públicos y su programación y ejecución responderá a los criterios de eficiencia y economía”.

De esta forma, desde la máxima altura jurídica se está respaldando la asignación equitativa de los recursos y el uso eficiente de los mismos y, por tanto, el gobierno debe ser responsable, tal y como señalan Lovell y Muñiz (2003), “no sólo de la provisión de una serie de bienes y servicios públicos, sino también de controlar, supervisar, regular y evaluar la actuación de las entidades encargadas de dicha provisión”(p.48).

Ante este panorama, que exige trabajar hacia la consecución de objetivos de eficiencia en el ámbito del sector público, se deben destacar algunas iniciativas creadas para tal fin. Entre ellas cabe mencionar la presentación del Libro Blanco para la mejora de los servicios públicos y la creación de la Agencia Estatal de Evaluación de la Calidad de los Servicios y de las Políticas Públicas (Rueda, 2005).

El 4 de febrero de 2000 se presenta ante el consejo de Ministros el Libro Blanco para la mejora de los servicios públicos donde se defiende el establecimiento de un sistema integral de control que permita evaluar los impactos, las decisiones de gestión, el aprovechamiento de los recursos y/o la capacidad de ofrecer soluciones

imaginativas (Rodríguez-Arana, 2001). Este sistema de funcionamiento debe actuar conforme a una serie de objetivos claramente definidos y públicos, de forma que se permita alcanzar la eficacia y la eficiencia de la administración pública.

Respecto a la creación de la Agencia Estatal de Evaluación de la Calidad de los Servicios y de las Políticas Públicas, se trata de un organismo público regulado por la Ley 28/2006, de 18 de julio, de Agencias estatales para la mejora de los servicios públicos, cuya misión pasa por “contribuir a la mejora de la acción y resultados en la actividad del sector público y sus instituciones (...) en un marco de transparencia y ética institucional” y su visión “convertirse en una institución de referencia nacional e internacional en las actividades relacionadas con la evaluación de las políticas y la calidad de los servicios públicos” (Ministerio de Administraciones Públicas, 2004, p.76).

1.1.2. Justificación del análisis de la eficiencia en el campo de la educación

La importancia de la educación en el desarrollo socioeconómico de un país es una realidad que se ha ido poniendo de manifiesto a lo largo de los años, de forma que en la actualidad es difícil cuestionar los beneficios que reporta la educación para el individuo que se educa y para el conjunto de la sociedad. Este último hecho, los beneficios⁸ que proporciona al conjunto de la sociedad, ha sido el principal argumento⁹ usado a lo largo del tiempo para apoyar el intervencionismo del estado en materia de educación.

Así, el Estado ha asumido una función paternalista promoviendo una enseñanza obligatoria y gratuita para todos los ciudadanos. En España, esa obligación se pone de manifiesto en el artículo 27.4 de la Constitución Española de 1978 que señala que “la enseñanza básica es obligatoria y gratuita”. Igualmente, el artículo 27.5 recoge que “los poderes públicos garantizan el derecho de todos a la educación, mediante una

⁸ Friedman (1966) defenderá la imposición por parte del Estado de un mínimo de educación gratuita para todos los ciudadanos basándose en el “efecto de vecindad” de la enseñanza. En concreto, el autor señala que la educación contribuye a la adquisición, por parte de los alumnos, de una serie de valores indispensables para la estabilidad social y para la existencia de una sociedad democrática.

⁹ Junto con Smith (1776), otros autores clásicos como Mill (1859) y Friedman (1966), sostendrán que el Estado debe garantizar el acceso a una educación gratuita a todos los ciudadanos, en vista de los beneficios que reporta la educación, no sólo para el individuo que la recibe sino para el conjunto de la sociedad.

programación general de la enseñanza, con participación efectiva de todos los sectores afectados y la creación de centros docentes”. De esta forma, el Estado a través de las diferentes AA.PP. tiene la misión de garantizar una educación básica y gratuita para todos los ciudadanos.

Para llevar a cabo este cometido, la educación, al igual que toda actividad pública o privada, requiere de una serie de recursos humanos y materiales y, por lo tanto, de una asignación presupuestaria. El gasto público dedicado a educación ocupa una de las partidas presupuestarias más importantes respecto al gasto público total, tal y como se muestra en la Tabla 2. La cuantía destinada a educación ha supuesto en los últimos años aproximadamente un 4,3% del PIB, y más de un 11% sobre el gasto público total.

GASTO PÚBLICO EN EDUCACIÓN	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Participación en el PIB	4,35	4,29	4,31	4,34	4,39	4,29	4,31	4,40
Participación en el gasto público total	11,36	11,11	11,09	11,29	11,30	11,15	11,20	11,34

Tabla 2: Gasto público en Educación

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del INE

Nota: *Dato provisional

A pesar de tratarse de una cifra reseñable, si se compara el esfuerzo realizado por España en materia educativa con el realizado por otros países de su entorno, se puede observar (Figura 2) cómo mientras que el gasto en España no llega al 4,5% del PIB, la media de los países que conforman la Unión Europea se sitúa en torno al 5%.

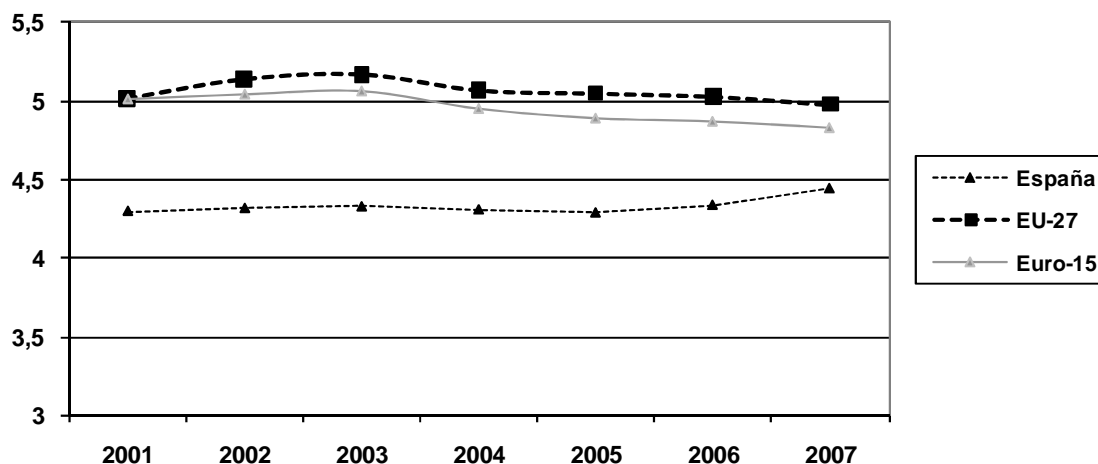


Figura 2: Porcentaje del PIB destinado a educación

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos de Eurostat

Independientemente de su cuantía, el sector educativo, al proporcionar un servicio público, como es la educación, y ser financiado mediante dinero de los contribuyentes, debe supeditarse a los mecanismos de control de la eficiencia en la asignación y utilización de recursos a los que se tienen que someter las actividades llevadas a cabo por las diferentes Administraciones Públicas, como se señaló con anterioridad.

En este sentido, han sido varias las llamadas que se han hecho desde diferentes organismos nacionales e internacionales en favor de un aprovechamiento óptimo de los recursos y hacia la importancia de invertir eficazmente en educación y formación (Comisión de las Comunidades Europeas, 2001, 2003 y 2007), en vistas a alcanzar una mayor calidad en los diferentes sistemas educativos. Entre estas apelaciones, la Comisión de las Comunidades Europeas (2006), en una comunicación al Consejo y al Parlamento Europeo referida a la *Eficiencia y equidad en los sistemas europeos de educación y formación*, ha indicado que considerando que los sistemas de educación y formación son elementos claves para desarrollar el potencial competitivo de la UE y la cohesión social, se deben identificar reformas que aseguren unos sistemas educativos de calidad que sean eficientes y equitativos. La Comisión incide en señalar que ambos objetivos, equidad¹⁰ y eficiencia¹¹, no sólo no son excluyentes, como en ocasiones se piensa, sino que se refuerzan mutuamente en vistas a alcanzar una mayor calidad de los sistemas educativos.

A continuación, con la finalidad de analizar en qué medida la normativa que rige el sistema educativo español ha reflejado tanto el mandato constitucional, que promulga una asignación y utilización eficiente y económica de los recursos, como las encomiendas proclamadas por los diferentes organismos nacionales e internacionales a los que se ha aludido anteriormente, se ha llevado a cabo un análisis de contenido de

¹⁰ La equidad dentro del sistema educativo hace referencia a la “medida en que los individuos pueden beneficiarse de la educación y la formación, en términos de oportunidades, acceso, tratamiento y resultados” (Comisión de las Comunidades Europeas, 2006, p. 2). Ese beneficio debe ser independiente de la situación socioeconómica de los alumnos u otro factor que pueda conllevar algún tipo de desventaja educativa.

¹¹ La eficiencia se define como la coherencia entre las entradas y procesos del sistema educativo y los productos o resultados que allí se obtienen (De la Orden et al., 1997). Este concepto se analizará en profundidad a lo largo de este trabajo.

las diferentes leyes educativas¹² que regulan, o han regulado, el sistema educativo español a lo largo de los últimos años. Para ello se diferenciará, de un lado, la normativa de las enseñanzas no universitarias y, de otro, la relativa a las enseñanzas superiores.

1.1.2.1. Normativa reguladora de la Enseñanza no Universitaria

Dentro del ámbito no universitario, la legislación que ha regido estas enseñanzas ha dado un tratamiento diferencial al concepto de eficiencia y al uso eficiente de los recursos a lo largo del periodo que transcurre desde 1970 hasta la actualidad. Atendiendo a la Tabla 3, si en 1970 la Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa (LGE) no hacía ninguna referencia a la asignación y/o utilización eficiente de los recursos por parte de los centros educativos, la Ley Orgánica reguladora del Derecho a la Educación (LODE), ya en el periodo constitucional, hará una mención clara en el preámbulo a la racionalización en el uso de los recursos públicos. A la hora de argumentar una posible causa de esta diferenciación, debemos recurrir de nuevo a la Constitución Española (1978), puesto que el momento temporal en el que nace la Constitución se sitúa entre la formulación de las dos leyes. De esta forma, la elaboración de la LODE tuvo que hacerse al amparo del marco constitucional donde, como hemos visto con el artículo 30.2, se reclama que la asignación de recursos públicos debe responder a criterios de eficiencia y economía.

Este hecho marcará las demás legislaciones contempladas. Así, la Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE) de 1990 apelará a la eficiencia educativa en dos ocasiones. En primer lugar, al permitir una organización flexible de las Administraciones Educativas de manera que se rentabilice el uso de los recursos y, en segundo lugar, al establecer un sistema de verificación y control de las becas que se conceden a los alumnos.

Sin embargo, el término de eficiencia como tal no aparecerá en la legislación educativa hasta 1995 con la Ley Orgánica de la Participación, la Evaluación y el

¹² Se analizará la legislación educativa que ha estado vigente durante el periodo constitucional, independientemente de si fueron aprobadas con anterioridad o posterioridad a 1978.

Gobierno de los Centros Docentes (LOPEGCE), pero no para hacer referencia al uso eficiente de los recursos, sino para referirse a la actuación eficiente por parte de los directores de las tareas que tienen encomendadas.

Aunque movidas por filosofías distintas, serán la Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE) y la Ley Orgánica de Educación (LOE), aprobadas en 2002 y 2006 respectivamente, las que de manera más clara aboguen por una mayor eficacia y eficiencia dentro del sector educativo. Ambas legislaciones defenderán la utilización eficiente de los recursos públicos que se asignan a educación. Sin embargo, mientras que la primera hará hincapié en los recursos humanos, como son los profesores, y su importancia para obtener mayores cotas de eficacia y eficiencia en el sistema educativo, la segunda incidirá en la cooperación entre las diferentes Administraciones Educativas y en la delegación de competencias por parte de las Comunidades Autónomas hacia municipios o agrupaciones de municipios.

LEY	AÑO	COMENTARIOS
Ley General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa (LGE)	1970	Haciendo referencia a la planificación de la expansión del sistema educativo que contempla la ley en su introducción, se señala que "ello permitirá evitar dispendios innecesarios y avanzar con seguridad y firmeza, con el propósito de obtener el mayor rendimiento cuantitativo y cualitativo del sistema educativo nacional y de los recursos a él dedicados"(p.12527).
Ley Orgánica reguladora del Derecho a la Educación (LODE)	1985	En el preámbulo se alude en dos ocasiones a la racionalización en el uso de recursos. Respecto a la programación general de la enseñanza, ésta "debe permitir la racionalización del uso de los recursos públicos destinados a educación"(p. 21016). Igualmente, se señala que la "ley de programación de la enseñanza, orientada a la racionalización de la oferta de puestos escolares gratuitos, a la vez que busca la asignación racional de los recursos públicos, permite la cohesión de libertad e igualdad" (p. 21016).
Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE)	1990	Haciendo referencia al sistema de becas que compensa las desigualdades de la educación y garantiza la igualdad de todos los ciudadanos en lo que al acceso a la educación se refiere, el artículo 66.1 apunta que se establecerán "los procedimientos de coordinación y colaboración necesarios para articular un sistema eficaz de verificación y control de las becas concedidas" (p. 28937). Respecto a la organización territorial de las Administraciones Educativas, en el artículo 58.5 se recoge que esa organización podrá realizarse en unidades inferiores a la provincia para coordinar programas y servicios de apoyo a las actividades educativas "con el objeto de obtener la máxima rentabilidad de los recursos" (p. 28936).
Ley Orgánica de la Participación, la Evaluación y el Gobierno de los Centros Docentes (LOPEGCE)	1995	Se observa una mención al término eficiencia en la exposición de motivos de la Ley al reclamarse un proceso de selección de los Directores que asegure "un funcionamiento óptimo de los equipos directivos y el ejercicio eficiente de las competencias que tienen encomendadas"(p. 33651).
Ley Orgánica de Calidad de la Educación (LOCE)	2002	La exposición de motivos hace una llamada a la eficiencia de los sistemas educativos. En primer lugar, al indicarse que los objetivos que persigue la ley se deben integrar desde la perspectiva de una educación a lo largo de toda la vida, en la que "las diferentes etapas educativas forman un continuo, y se relacionan entre sí tanto desde el punto de vista de la eficacia de las acciones educativas como desde el de la eficiencia de la inversión pública en educación" (p.45189). Por otro lado, respecto a las políticas dirigidas a los profesores se señala que "constituyen el elemento más valioso y decisivo a la hora de lograr la eficacia y la eficiencia de los sistemas de educación y de formación" (p. 45190) dada la importancia que la relación profesor-alumno tiene en el logro de buenos resultados educativos. Por su parte en el artículo 41.2, como medida de atención a los alumnos con necesidades educativas especiales, se recoge que los poderes públicos deben organizar y desarrollar acciones de compensación educativa "con el fin de que las actuaciones que correspondan a sus respectivos ámbitos de competencia consigan el uso más efectivo posible de los recursos empleados" (p. 45200).

Tabla 3: Apelaciones a la asignación y utilización eficiente y económica de los recursos en la legislación educativa no universitaria

Fuente: Elaboración propia a partir de la legislación contemplada en la tabla

LEY	AÑO	COMENTARIOS
Ley Orgánica de Educación (LOE)	2006	<p>Haciendo referencia a la necesidad de proporcionar los recursos y los medios que necesitan los centros educativos para desarrollar su actividad, en el preámbulo se señala que estos recursos "deben utilizarlos con rigor y eficiencia para cumplir su cometido del mejor modo posible" (p. 17161).</p> <p>En relación a las Administraciones Educativas, la LOE establece una normativa clara de actuación para contribuir a la eficacia y a la eficiencia educativa. De esta forma, el artículo 8.1 señala la necesidad de cooperación entre las diferentes Administraciones Educativas coordinando "sus actuaciones, cada una en el ámbito de sus competencias, para lograr una mayor eficacia de los recursos destinados a la educación y contribuir a los fines establecidos en esta Ley" (p. 17166). Igualmente, las Administraciones "deberán tener en cuenta las consignaciones presupuestarias existentes y el principio de economía y eficiencia en el uso de los recursos públicos" (Artículo 109.3, p. 17186).</p> <p>Por último, en el artículo 8.3, se indica que "a fin de propiciar una mayor eficacia, coordinación y control social en el uso de los recursos" (p. 17166) las diferentes Comunidades Autónomas podrán delegar competencias de gestión en municipios o agrupaciones de municipios creados al efecto.</p>

Tabla 3: Apelaciones a la asignación y utilización eficiente y económica de los recursos en la legislación educativa no universitaria (Continuación)

1.1.2.2. Normativa reguladora de la Enseñanza Universitaria

Aunque en la LGE (1970) se darán algunas directrices para regular las enseñanzas superiores, será en 1983 con la aprobación de la Ley Orgánica de Reforma Universitaria (LRU) cuando surja la primera normativa postconstitucional que regule el sistema educativo universitario. Sin embargo, considerando el objeto de análisis, en la LRU no se contempla ninguna llamada expresa a la eficiencia de la inversión pública en educación. Se apela, exclusivamente, a la suficiencia de los recursos sin hacer referencia alguna al uso eficiente de los mismos.

En este sentido, es en la Ley Orgánica 6/2001, de 21 de diciembre, de Universidades (LOU) de 2001 donde aparece la primera reseña al incremento de la eficacia y de la eficiencia de las instituciones universitarias. En concreto, esta ley señalará que la autonomía de la que gozan las universidades se debe traducir en una mayor eficiencia en el uso de los recursos públicos. Del mismo modo, hay una llamada a la eficiencia en la evaluación de los recursos humanos, ya que se establecen criterios para evaluar la eficiencia de la actuación profesional de los docentes, tanto en lo que a

su actividad docente como investigadora se refiere. Por último, es importante señalar el hecho de que la LOU aludirá a la rendición de cuentas a la sociedad del uso que hacen las universidades de los medios y recursos, ya que no se puede perder de vista que se financian con fondos públicos.

LEY	AÑO	COMENTARIOS
Ley Orgánica de Reforma Universitaria (LRU)	1983	A lo largo de este texto legislativo no se aprecia ninguna llamada hacia la asignación o la utilización eficiente de los recursos. A pesar de ello, y haciendo referencia al régimen económico y financiero de las universidades, el artículo 52 indica que "las Universidades gozarán de autonomía económica y financiera en los términos establecidos en la presente Ley. A tal efecto, deberán disponer de recursos suficientes para el desempeño de las funciones que se les hayan atribuido" (p. 24039).
Ley Orgánica de Universidades (LOU)	2001	<p>Debido a los cambios sociales acontecidos en los últimos años, en parte como consecuencia de la modernización del sistema económico, en la exposición de motivos se pone de manifiesto la necesidad de que las Universidades incrementen "de manera urgente su eficacia, eficiencia y responsabilidad, principios todos ellos centrales de la propia autonomía universitaria" (p.29400). Entre las medidas necesarias para ello, la Ley articulará diferentes niveles de competencias para las universidades, las Comunidades Autónomas y la Administración General del Estado, de forma que el mayor autogobierno por parte de las Universidades se traduzca en "una mayor eficiencia en el uso de los recursos públicos" (p. 49401).</p> <p>Junto con esto, y haciendo relación a la mayor autonomía de las universidades, el artículo 2.4 señala que esta autonomía exige a las universidades que "rindan cuentas del uso de sus medios y recursos a la sociedad (p. 49404).</p> <p>Finalmente, respecto a la eficiencia de los recursos humanos, los artículos 33.3 y 40.3 se centran en la función docente y en la actividad investigadora respectivamente. El primero de ellos señalará que "la actividad y la dedicación docente, así como la formación del personal docente de las Universidades, serán criterios relevantes (...) para determinar su eficiencia en el desarrollo de su actividad profesional" (p. 49409). Por su parte, el artículo 40.3 indicará que "la actividad y dedicación investigadora y la contribución al desarrollo científico, tecnológico o artístico del personal docente e investigador de las Universidades será criterio relevante (...) para determinar su eficiencia en el desarrollo de su actividad profesional" (p. 49410).</p>

Tabla 4: Apelaciones a la asignación y utilización eficiente y económica de los recursos en la legislación universitaria

Fuente: Elaboración propia a partir de la legislación contemplada en la tabla

LEY	AÑO	COMENTARIOS
Ley Orgánica por la que se modifica la Ley Orgánica 6/2001, de 21 de diciembre, de Universidades.	2007	<p>Esta Ley que modifica la LOU (2001), establece algunas medidas para contribuir a la eficiencia del sistema educativo universitarios, entre ellas en el artículo 27bis2 se señala que cada dos años, "la Conferencia General de Política Universitaria elaborará un informe sobre la situación del sistema universitario y su financiación, y formulará propuestas que permitan mejorar su calidad y su eficiencia"(p. 16245), entre otros.</p> <p>Al igual que establecía la LOU, el artículo 38.3 indica que "la actividad y dedicación investigadora y la contribución al desarrollo científico, tecnológico o artístico del personal docente e investigador de las universidades será criterio relevante (...) para determinar su eficiencia en el desarrollo de su actividad profesional (p. 16247). Respecto a la actividad docente, el artículo 41.3. habla sobre la transferencia del conocimiento señalando que "el ejercicio de dicha actividad dará derecho a la evaluación de sus resultados y al reconocimiento de los méritos alcanzados, como criterio relevante para determinar su eficiencia en el desarrollo de su actividad profesional" (p. 16247).</p> <p>En lo relativo a la acreditación exigida para acceder a los cuerpos de funcionarios, "el Gobierno, previo informe del Consejo de Universidades, regulará el procedimiento de acreditación que (...) estará regido por los principios de publicidad, mérito y capacidad, en orden a garantizar una selección eficaz, eficiente, transparente y objetiva del profesorado funcionario" (Artículo 57.1, p. 16250).</p> <p>Finalmente la Disposición adicional vigésima segunda, indica que se establecerá un Observatorio de becas y ayudas al estudio que "elaborará estadísticas e informes que contribuyan a mejorar la eficiencia y transparencia del sistema de becas y ayudas universitarias" (p. 16258).</p>

Tabla 4: Apelaciones a la asignación y utilización eficiente y económica de los recursos en la legislación universitaria (Continuación)

Finalmente, dentro de las modificaciones que en el 2007 se recogen sobre la LOU a través de la Ley Orgánica 4/2007, se establecerán algunas medidas para contribuir a la eficiencia educativa universitaria como son: la elaboración de un informe que analice la situación del sistema universitario y su financiación a la vez que propone acciones de mejorar para aumentar su calidad y su eficiencia; la regulación del proceso de acreditación del profesorado universitario; y el establecimiento de un Observatorio de becas y ayudas al estudio que ayude a mejorar la eficiencia del sistema de asignación de las mismas. Igualmente, en esta modificación de la LOU se hará especial hincapié en garantizar la eficiencia del profesorado universitario, estableciendo criterios para evaluar su actividad docente e investigadora.

1.2. LA EFICIENCIA PRODUCTIVA

A la hora de ahondar en el concepto de eficiencia y en los procedimientos más ampliamente utilizados para su medida, se debe hacer una referencia indiscutible a la productividad de las organizaciones. Este hecho se justifica en que el conocer las características de la productividad y de la eficiencia, así como los nexos de unión entre ambos conceptos, facilitará posteriormente acercarse a su medida. Junto al concepto de productividad otro término que generalmente se asocia a la eficiencia es el de eficacia, estos conceptos, aunque en ocasiones se utilizan como términos complementarios, presentan diferencias notables que conviene dilucidar.

Este apartado expone cuáles son las principales diferencias entre la eficiencia de las organizaciones y su eficacia o su productividad para, posteriormente, definir qué se entiende por eficiencia y cuáles son los procedimientos utilizados para su medida.

1.2.1. Diferencias entre productividad y eficiencia

La productividad de una organización puede ser especificada de numerosas maneras. Una forma habitual de hacerlo es a partir de la relación existente entre los bienes producidos o *outputs* y la cantidad de recursos humanos y materiales consumidos o *inputs* (Pindyck y Rubinfeld, 2001; Rodrigo Illera, 2003; Coelli, Rao, O'Donnell y Battese, 2005; Fried, Lovell y Schmidt, 2008). En este sentido, la medida de la productividad de una organización que a partir de un insumo produce un único bien o servicio viene dada por:

$$P_i = \frac{X_i}{Y_i} \quad (1)$$

Donde X_i es la cantidad de insumo utilizado por la unidad de producción i , e Y_i es la cantidad de *output* que produce. Esta misma relación trasladada a una organización que produce varios *outputs* a partir de varios *inputs* quedaría definida como:

$$P_i = \frac{f(X_{ki})}{f(Y_{ki})} \quad (2)$$

Donde X_{ki} hace referencia a la cantidad de los K insumos que necesita la unidad de producción i para producir la cantidad de los K *outputs* (Y_{ki}). Centrándose en la interpretación de ambas medidas, mayores valores de esta ratio se asocian a un mayor rendimiento o productividad.

A pesar de esta definición, hablar de productividad implica conocer la tecnología que encierra el proceso productivo (Fried et al., 2008). De esta forma, desde el campo de la economía se han propuesto numerosas herramientas¹³ con la finalidad de caracterizar los elementos que entran en juego en este proceso. Dichas formas funcionales responden tanto a un enfoque primal donde se utilizan funciones de producción técnicas en las que las valoraciones son en términos reales (Rodrigo Illera, 2003), es decir, se establece una función que muestra las cantidades producidas en función de los recursos utilizados, como a un enfoque dual donde se usan funciones de ingreso, de costo o de beneficios para estimar el ingreso, el costo o el beneficio total en función del nivel de producción y el precio de los insumos (Fried et al., 2008).

Del lado de la respuesta primal, se debe destacar el papel que juega la función de producción. La función de producción indica el máximo nivel productivo que obtienen las empresas dada una combinación específica de factores (Pindyck y Rubinfeld, 2001). Así, la función de producción para una organización que a partir de un conjunto de *inputs* produce un único *output* queda establecida como:

$$q = f(\mathbf{x}) \quad (3)$$

Donde q representa la cantidad de *output* producida y $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_N)$ es un vector de factores productivos $N \times 1$. Tomando como ejemplo un proceso productivo en el que se obtiene un sólo *output* a partir de dos insumos como son el capital y el trabajo empleado, es posible establecer diferentes combinaciones de los factores que generan un mismo nivel de producción. La Figura 3 presenta las

¹³ Una clasificación de las medidas utilizadas para evaluar la productividad, así como los diferentes enfoques metodológicos en los que se apoyan dichas medidas puede encontrarse en el trabajo de Rodrigo Illera (2003, pp. 14-15).

diferentes composiciones posibles de *inputs* para obtener tres niveles diferentes de *output*. La curva Q_1 refleja todas las combinaciones posibles entre los dos insumos utilizados para obtener una producción de 30 unidades, y las curvas Q_2 y Q_3 60 y 90 unidades, respectivamente.

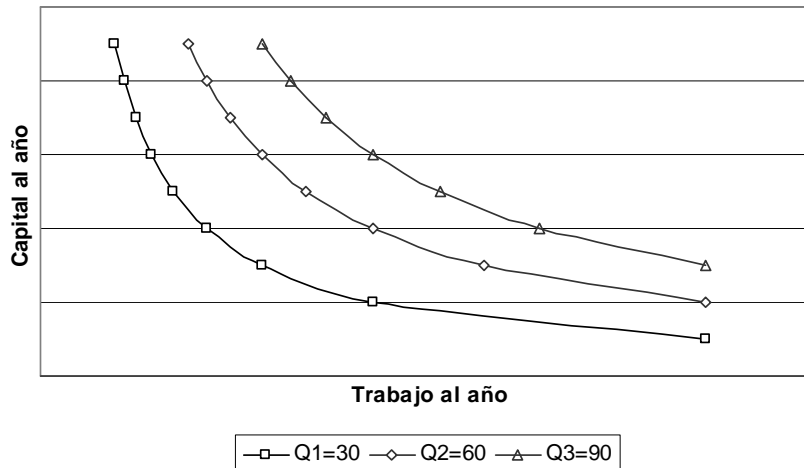


Figura 3: Mapa de Isocuantas

Fuente: Elaboración propia

Cada curva que representa las combinaciones posibles de factores que generan un mismo nivel de producción se denomina isocuanta. El conjunto de isocuantas es conocido como mapa de isocuantas y permiten, por un lado, describir la función de producción de una organización y, de otra, informar de la flexibilidad que las organizaciones tienen para sustituir un factor de producción por otro (Pindyck y Rubinfeld, 2001).

Sin embargo, la complejidad aumenta cuando comparamos la productividad de más de una organización. Si dos unidades de producción utilizan los mismos *inputs* para producir los mismos *output* y encontramos diferencias en su nivel de productividad, estos residuos pueden ser atribuidos a varias causas. Entre estas razones se pueden destacar: diferencias en la tecnología utilizada en el proceso de producción, diferencias en la escala de operación, diferencias en la eficiencia de operación o diferencias en el ambiente de operación donde ocurre el proceso (Fried et al., 2008). De todas estas posibles razones, tan sólo las tres primeras están bajo el control del responsable de la producción.

Aquí es donde entra en juego el concepto de eficiencia, como una de las posibles causas de la diferencia de productividad entre las organizaciones.

Comparando la productividad de dos o más organizaciones que producen el mismo bien o servicio utilizando para ello los mismos recursos, se podrá analizar la eficiencia de las organizaciones. En este sentido, el término de eficiencia viene asociado al concepto de *benchmarking* o análisis de las mejores prácticas y es un término relativo que depende de las organizaciones que se están comparando.

Para una mayor comprensión de las diferencias entre estos dos conceptos, Coelli et al. (2005) presentan la Figura 4, que representa un proceso de producción con rendimientos decrecientes a escala en el que varias empresas utilizan un *input* (x) para generar un único *output* (y).

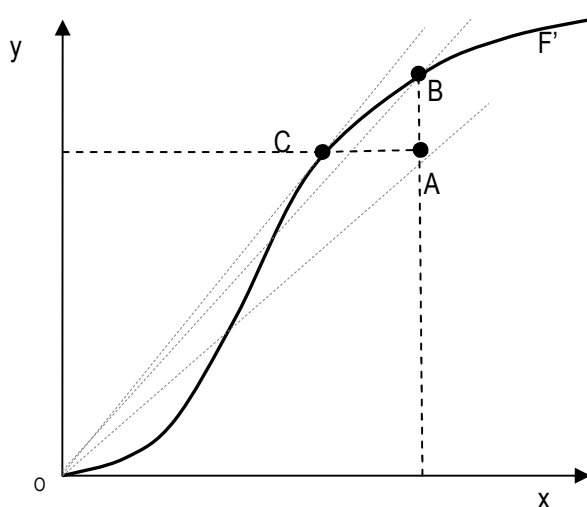


Figura 4: Productividad, eficiencia técnica y economía de escala.
Fuente: Coelli, Rao, O'Donnell y Battese (2005, p. 5)

En dicha ilustración, la línea OF' representa la frontera de producción, es decir, el máximo nivel de *output* que puede llegar a obtenerse para cada nivel de *input* dado. Junto a estas combinaciones óptimas de *inputs-outputs* existen todo un conjunto de combinaciones posibles que son todas aquellas que se sitúan entre la frontera de producción y el eje de abscisas (x). Tomando este ejemplo, todas las organizaciones que operen sobre la frontera de producción, es decir, que estén obteniendo un nivel máximo de bienes o servicios, dado los recursos que emplean, se dirá que son técnicamente eficientes, mientras que todas aquellas que operen por debajo de la frontera de producción estarán llamadas a ser técnicamente ineficientes. En el caso

que nos ocupa señalaremos que mientras que la unidad de producción A es técnicamente ineficiente las unidades B y C son técnicamente eficientes.

Sin embargo, para evidenciar la diferencia entre eficiencia y productividad se debe prestar atención al radio vector que sale del origen y va hasta cada una de las unidades de producción contempladas. La pendiente de los radios representa la productividad media en el sentido que simboliza el número de unidades de *output* producidas por cada unidad de *input* empleada (Álvarez Pinilla, 2001) y, de esta forma, la productividad máxima posible vendrá dada por aquella unidad cuya pendiente hasta el origen suponga una tangente a la frontera de producción. Consecuentemente, aunque las unidades de producción B y C son técnicamente eficientes, tan sólo la C está obteniendo la máxima producción posible.

Concluyendo esta diferenciación es importante señalar que cualquier organización puede ser técnicamente eficiente pero todavía puede mejorar su productividad explotando la economía de escala¹⁴ (Coelli et al., 2005). En concreto si, como en el ejemplo anterior, una mayor producción se puede alcanzar con una menor productividad es posible encontrarnos con unidades de producción que aún siendo eficientes pueden llegar a ser más productivas.

1.2.2. Diferencias entre eficacia y eficiencia.

A pesar de que tanto el concepto de eficiencia como el de eficacia son dos términos asociados a la productividad de las organizaciones y al análisis de la calidad de las mismas, ambos conceptos presentan características diferentes que condicionarán no sólo los indicadores que entran en juego para su medida, sino también las técnicas o procedimientos utilizados en su evaluación.

Haciendo referencia a una definición que ayude a dilucidar esas características¹⁵, el diccionario de la Real Academia Española (2001) señala que la eficiencia, del latín *efficientia*, es la capacidad por la que se dispone de alguien o de

¹⁴ La economía de escala hace referencia a la capacidad que tienen las organizaciones para aumentar la producción disminuyendo el coste de la unidad producida.

¹⁵ Una síntesis de las principales interpretaciones de los conceptos de eficiencia, eficacia y economía hecha por diferentes autores a lo largo de las últimas décadas puede encontrarse en el trabajo de Cansino (1999).

algo con el fin de conseguir un efecto determinado. De esta forma, a la hora de hacer referencia a la eficiencia de las organizaciones se está poniendo de relieve, de un lado, los recursos materiales o humanos utilizados y, de otro, los resultados conseguidos.

Siguiendo la misma fuente, la eficacia, del latín *efficacia*, se refiere a la capacidad por la que se logra el efecto deseado o esperado. Así, al hablar de eficacia se está apelando exclusivamente a los resultados alcanzados sin valorar los medios o los métodos utilizados en su consecución.

El contemplar o no los recursos humanos y/o materiales, así como los procedimientos que entran en juego en la obtención de los objetivos, es la principal diferencia entre ambos conceptos. Mientras que la eficacia se limita a analizar en qué grado se han logrado los resultados que se perseguían, la eficiencia incluye los recursos y procedimientos utilizados para ello.

1.2.3. Definición y medida de la eficiencia

Originariamente, el concepto de eficiencia ha estado unido al análisis de la productividad de las organizaciones. De esta forma, será Koopmans quien en 1951 proporcione la primera definición formal de eficiencia en un sentido paretiano. Este autor señala que dado el siguiente espacio de producción de dos *outputs* dada una cantidad fija de *inputs*:

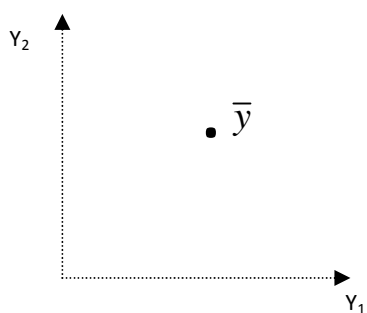


Figura 5: Espacio de producción de dos *outputs* dada una cantidad fija de *inputs*
Fuente: Elaboración propia

El punto \bar{y} es eficiente si un incremento en la coordenada Y_1 , es decir, un aumento de la cantidad de *output* Y_1 producido, sólo puede lograrse con un descenso en la coordenada Y_2 o, lo que es lo mismo, una disminución en la producción del *output* Y_2 . Así, en este espacio productivo, si \bar{y} es eficiente, no es posible la existencia

de un punto \bar{y}' , tal que $\bar{y}' - \bar{y} > 0$, ya que en el caso contrario de que fuese posible una mayor producción utilizando para ello los mismo *outputs*, el punto \bar{y} sería ineficiente.

Desde esta perspectiva, la eficiencia puede ser entendida como la comparación entre los valores de *outputs* e *inputs* empleados por una organización y sus valores óptimos. Así, es posible hablar de eficiencia con una orientación a los *outputs*, si se pretende obtener la máxima cantidad de *output* dado un conjunto de *inputs*, o eficiencia orientada al *input*, cuando se busca identificar el mínimo *input* requerido para producir una cantidad determinada de *output*.

Consecuentemente con esta definición, los inicios del concepto de eficiencia han venido de la mano de su dimensión técnica, es decir, de la obtención de la máxima producción en función de los recursos materiales o humanos utilizados. Sin embargo, junto con esta *eficiencia técnica* coexisten otros dos tipos de eficiencia como son la *eficiencia asignativa* y la *eficiencia de escala*. La eficiencia asignativa hace referencia a la situación en la que la unidad de producción combina los *inputs* de manera que se minimicen los costes de producción y la eficiencia de escala, por su parte, se refiere al escenario en el que la unidad de producción opera en una escala de tamaño óptima que le permite maximizar el beneficio (Álvarez Pinilla, 2001).

En 1957 será Farrell, en su trabajo *The Measurement of productive efficiency*, quien proporcione una medida para el cálculo de la eficiencia. Este autor diferenció, junto con la eficiencia técnica y la asignativa, un tercer tipo de eficiencia denominada eficiencia económica o global que combina las dos anteriores. A continuación pasaremos a analizar los tres tipos de eficiencia y los procedimientos propuestos por Farrell para su medida.

a) Eficiencia técnica

En el caso de la eficiencia técnica, Farrell partirá de los trabajos desarrollados por Debreu (1951), que perseguían medir la eficiencia a partir del llamado coeficiente de utilización de recursos, al señalar que existe una similitud entre este coeficiente y la medida de la eficiencia técnica. Así, tomará como base la situación recogida en la Figura 6, que representa dos empresas que emplean dos factores de producción para producir un único producto, bajo el supuesto de que existen rendimientos constantes a escala.

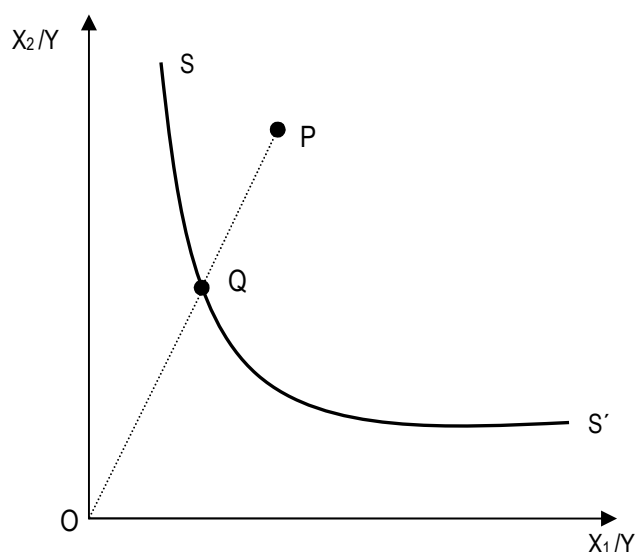


Figura 6: Eficiencia técnica de Farrell
Fuente: Elaboración propia

En este contexto, los puntos P y Q reflejan la cantidad de *inputs* consumidos por ambas unidades de producción para producir una unidad de *output*, y la isocuanta unitaria SS' representa las diferentes combinaciones posibles de factores que permiten obtener una unidad de *output*. De esta forma, si ambas empresas hacen un uso de los factores en la misma proporción y la unidad P necesita consumir más cantidad de *inputs* que la unidad Q para producir la misma cantidad de *output* nos encontramos ante una situación de ineficiencia en el uso de los recursos por parte de la unidad P. En concreto, la empresa Q puede llegar a producir la misma cantidad de *output* que P utilizando sólo una fracción OQ/OP de cada factor. Esta fracción será definida por

Farrell como la medida de la eficiencia¹⁶ técnica para la firma P y, consecuentemente, $1 - OQ/OP$ consituirá la medida de su ineficiencia técnica.

Tal y como se ha señalado anteriormente, la eficiencia técnica puede, a su vez, estar orientada al *input* (ET_I) o al *output* (ET_O). La dirección en la medida de la eficiencia viene ejemplificada en la Figura 7 y en la Figura 8. En ambos casos están representadas 5 unidades de producción que producen dos *inputs* a partir de dos *outputs* y, en ambas figuras, la unidad de producción D presenta un comportamiento ineficiente en relación a la empresa C que es la unidad eficiente que debe tomar como referencia, ya que es la unidad que utiliza los *inputs* y genera los *outputs* en la misma proporción.

Desde un punto de vista de medida de la eficiencia técnica orientada al *output*, como el que se representa en la Figura 7, si la unidad D quiere incrementar su nivel de eficiencia debe incrementar su producción hasta llegar a alcanzar las cuantías de *outputs* generados por la unidad de producción C. En concreto, la unidad de producción D debe aumentar la cantidad de *outputs* producidos en una proporción que viene dada por la ratio $\frac{OD}{OC}$.

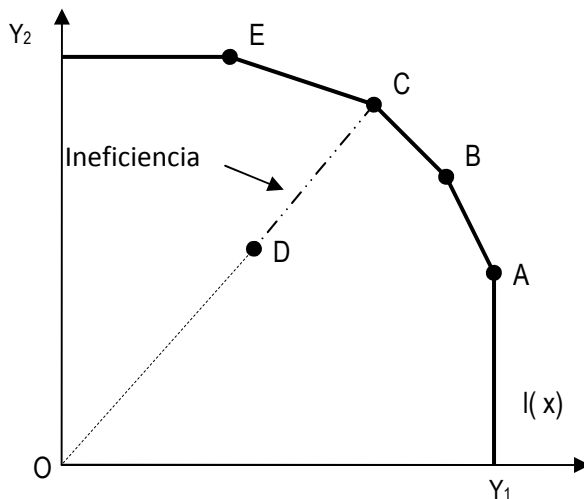


Figura 7: Eficiencia técnica orientada al *output*
Fuente: Elaboración propia

¹⁶ La eficiencia toma valores comprendidos entre 0 y 1. Una unidad de producción eficiente toma el valor de 1 mientras que a medida que aumenta la ineficiencia de las unidades la medida de la eficiencia toma valores más próximos a 0.

Por su parte, desde un modelo de evaluación de la eficiencia técnica orientado al *input* como el incluido en la Figura 8, para que la unidad ineficiente D llegase a alcanzar el nivel de eficiencia que presenta su unidad de referencia C debe reducir equiproporcionalmente los *inputs* utilizados en una cantidad que viene dada por $1 - \frac{OD}{OC}$, y que permitirá alcanzar la misma cantidad de *outputs* con una reducción en la cantidad de *inputs* empleados.

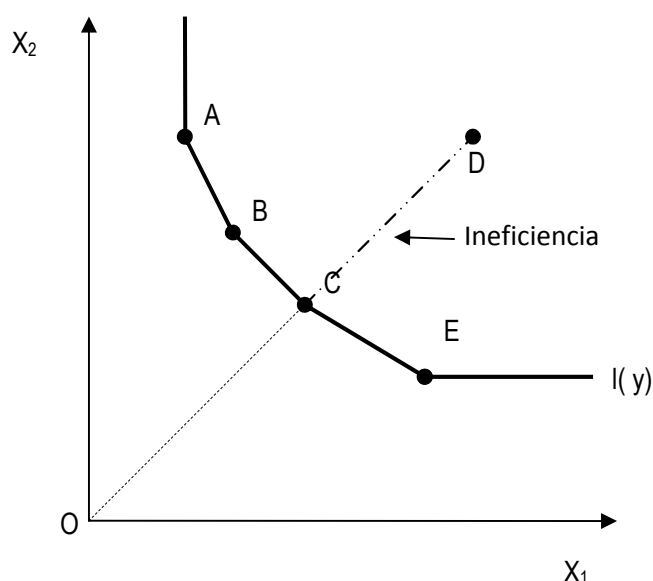


Figura 8: Eficiencia técnica orientada al *input*.
Fuente: Elaboración propia

b) Eficiencia asignativa

La eficiencia asignativa se refiere al grado en que las elecciones de *inputs* “satisfacen las equivalencias marginales necesarias para la minimización de costes o la maximización del beneficio” (Greene, 2001, p. 98), es decir, permite obtener una mayor cantidad de *output* manteniendo constantes los costes, a partir del reajuste de los factores de producción en función de sus precios y sus productividades marginales. De esta forma, una unidad de producción será asignativamente eficiente cuando alcance el coste mínimo en la producción de un conjunto *outputs* tomando como base el precio de los factores productivos empleados.

Para establecer una medida para la eficiencia asignativa Farrell se apoyará en la función de producción representada en la Figura 8.

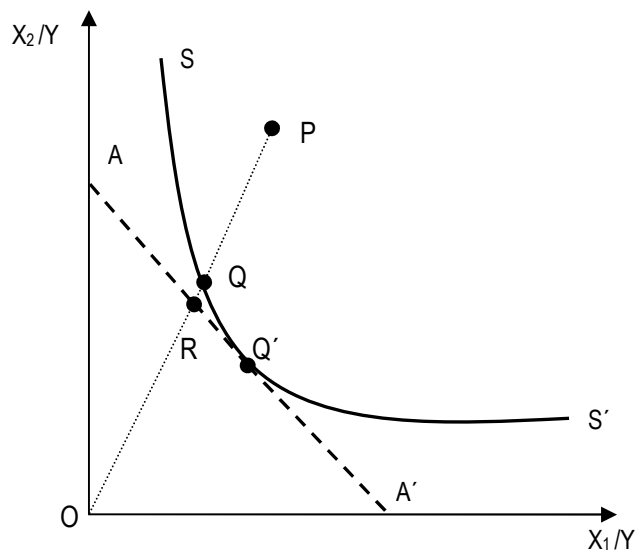


Figura 9: Eficiencia asignativa de Farrell

Fuente: Adaptada a partir de Coelli et al. (2005, p. 52)

En esta representación se incorpora respecto a la Figura 6 la isocoste AA' que describe todas las combinaciones posibles entre los *inputs* utilizados que suponen el mismo coste y tiene una pendiente igual a la ratio de los precios de los dos factores. En el ejemplo que se analiza sería posible establecer diferentes isocostes, generando un mapa de rectas isocostes que ilustrasen otros niveles de coste en los que una mayor distancia del origen se tradujese en un aumento del precio en la producción de los factores. De esta forma, de las combinaciones entre los dos factores productivos que de manera eficiente están produciendo una unidad de *output* y que están representados por la isocuanta SS' , la que genera menos costes es la que se sitúa en el punto Q' . Así, si la unidad de producción Q era técnicamente eficiente, para que lo sea también asignativamente debe combinar los factores productivos de manera que se sitúe en el punto Q' de la isocuanta. Por su parte, la medida de la eficiencia asignativa vendrá dada por la fracción $\frac{OR}{OQ}$ para la unidad Q , y su consecuente ineficiencia asignativa será:

$$1 - \frac{OR}{OQ} \quad (4)$$

c) Eficiencia económica, global o total.

La tercera medida de eficiencia que establece Farrell se denomina eficiencia económica, global o total. El requisito que deben cumplir las unidades de producción para ser eficientes globalmente es que sean eficientes técnica y asignativamente. Así, el cálculo de este tipo de eficiencia estará supeditado a la medida de la eficiencia técnica y asignativa, definiéndose como el producto de esos dos últimos tipos de eficiencia. De esta forma dentro de la figura 8 la eficiencia global para la unidad *P* será:

$$EG_p = \frac{OQ}{OP} \cdot \frac{OR}{OQ} \quad (5)$$

1.2.4. El caso de la eficiencia-X

Junto con el análisis de los diferentes tipos de eficiencia descritos en el apartado anterior, es importante hacer una breve alusión a la teoría desarrollada por Leibenstein (1966, 1978a, 1978b) en torno a la eficiencia-X. La eficiencia-X hace referencia a la capacidad que tienen las empresas para controlar sus gastos respecto a una situación ideal de minimización de insumos para generar los mismos resultados.

Siguiendo a Leibesntein (1978a), si una empresa no utiliza un *input* de manera eficiente, la diferencia entre la cantidad de *outputs* que se consigue actualmente y la máxima cantidad de *output* atribuible a ese *input* es una medida del grado de ineficiencia-X. A pesar de que la eficiencia-X puede llegar a confundirse con la eficiencia asignativa, la principal diferencia entre ambos conceptos radica en que mientras que la eficiencia asignativa hace referencia a la manera en que las unidades de producción asignan los recursos, la eficiencia-X contempla el uso efectivo que dichas unidades hacen de los *inputs* utilizados. Este uso efectivo dependerá tanto de las decisiones relativas a cómo usar los *inputs* como al actual rendimiento basado en esas decisiones.

Entre las principales aportaciones de la teoría desarrollada por Leibenstein se debe destacar el papel que se concede a los trabajadores ya que en el punto de partida de la teoría de la eficiencia-X están los individuos racionales que forman parte de la organización, lo cual condiciona diferentes elementos organizativos como son: el esfuerzo realizado por los trabajadores¹⁷; las interacciones entre los individuos; la diferencia de intereses entre los principales agentes implicados; las áreas de inactividad dentro de la organización; y las relaciones entre quién realizan el esfuerzo y quién recibe las consecuencias de dicho esfuerzo (Leibenstein, 1978a, 1978b).

En resumen, la importancia de esta teoría radica en el papel fundamental que se otorga a los individuos que forman parte de las unidades productivas, y a la influencia que tienen las características y las actuaciones de los trabajadores en la eficiencia de la misma, siendo, por tanto, la motivación de los trabajadores uno de los principales determinantes la eficiencia-X de las organizaciones de producción (Leibenstein, 1966).

1.3. LA EFICIENCIA EDUCATIVA

Manteniendo la estructura definida en el apartado anterior, que ha perseguido profundizar en el análisis de la eficiencia productiva, se ha iniciado esta sección dedicada al estudio de la eficiencia dentro del sector educativo con una breve diferenciación de las principales características de este término respecto a los de productividad y eficacia educativa. Posteriormente, se ha llevado a cabo un recorrido por los trabajos más relevantes desarrollados dentro de este ámbito de estudio con el objetivo de sintetizar cuáles son los principales indicadores implicados en la evaluación de la eficiencia educativa

1.3.1. Diferencias entre productividad y eficiencia en educación

El sistema educativo puede considerarse un sistema de producción que a partir de unas entradas o *inputs* obtiene unos productos u *output* educativos. Este sistema de producción está compuesto por cuatro elementos interrelacionados como son: el

¹⁷ Dentro de la teoría de la eficiencia-X el esfuerzo de los trabajadores será considerado una variable discrecional.

contexto, las entradas, los procesos y los resultados. El sistema educativo presenta una serie de características que le darán un toque distintivo frente a otros sistemas productivos. Entre estas características se destacan las siguientes:

- No existe un acuerdo generalizado sobre la manera en que se relacionan las variables dentro del proceso productivo, lo que conlleva a que la forma exacta de la función de producción en el ámbito educativo sea desconocida (Hanushek, 1986).
- El producto educativo o el resultado del sistema educativo, además de no materializarse en unidades físicas cuantificables, es de muy diversa índole y pueden verse reflejado, entre otros, en un aumento del rendimiento, en un mayor grado de socialización, en la adquisición de valores y actitudes o en el desarrollo de competencias necesarias para desenvolverse en situaciones de la vida cotidiana.
- A la hora de modelizar la relación entre los resultados del sistema educativo y los recursos empleados, si se considera el rendimiento académico de los alumnos como medida del *output* educativo, ese rendimiento hará referencia a la acumulación de conocimientos que los individuos han ido adquiriendo a lo largo de toda su vida. Por su parte, los *inputs* informarán de los recursos utilizados en un intervalo temporal determinado. Por ello, cuando se incluye el rendimiento académico como *output* educativo es importante considerar no sólo el rendimiento final, sino también el nivel de conocimientos que el alumnado presentaba en el momento inicial del periodo al que hacen referencia los *inputs*¹⁸ (Seijas Díaz, 2004a).
- La mayoría de los trabajos empíricos que han perseguido calcular la relación existente entre los *inputs* y los *outputs* educativos se han apoyado en el uso de modelos de regresión múltiple (Coleman et al., 1966; Hanushek, Rivkin y Taylor, 1996), con las limitaciones que esto conlleva. En primer lugar, el uso de

¹⁸ Tal y como señala Seijas Díaz (2004) una posible solución a este problema pasa por incluir en la función de producción un vector que represente el rendimiento inicial de los alumnos y alumnas. Como se verá posteriormente, ésta será la base del cálculo de las medidas del valor añadido en educación.

modelos de regresión sólo permite introducir un *output* educativo con lo que la estimación de la tecnología productiva podría llevar a error ya que se mide sólo el efecto de cada *input* sobre un simple *output* (Hanushek, 1979). Por otro lado, los modelos de regresión no tienen en cuenta la estructura anidada de los datos educativo¹⁹ y, por tanto, las conclusiones pueden verse afectadas al no tener en cuenta aspectos como el efecto de las variables por las cuales los sujetos se asignan a los grupos o la varianza debida a cada nivel de agregación (INECSE, 2006; Delprato, 1999, Gaviria y Castro, 2005).

A pesar de estas características, la función de producción educativa pone de manifiesto la relación entre las entradas y los procesos del sistema educativo y los resultados que allí se consiguen. La definición básica de esta función (Hanushek, 1989; Levin, 1996) es:

$$R_{it} = f(A_{it}, P_{it}, E_{it}) \quad (6)$$

Donde:

R_{it} = Rendimiento académico del alumno i en el momento t de tiempo.

A_{it} = Recursos y características familiares del alumno i acumuladas hasta el momento t que influyen en su rendimiento.

P_{it} = Recursos y características del profesor acumulados hasta un periodo t de tiempo que influyen en el rendimiento del alumno i .

E_{it} = Recursos y características de la escuela acumulados hasta un periodo t de tiempo que influyen en el rendimiento del alumno i .

A partir de esta relación se puede deducir la influencia que las variables de contexto, entrada y proceso tienen sobre los productos educativos, con la consiguiente repercusión que esta relación puede tener en la calidad educativa de los centros. Así, desde un punto de vista de maximización de la calidad de los centros educativos, si el sistema educativo fuese un sistema cerrado en el que a partir de un aumento de los *inputs* se consiguiesen automáticamente mejores resultados, parecería lógico que

¹⁹ Esta limitación se ha venido solventando en los últimos años con el desarrollo de técnicas de análisis de datos más avanzadas como son los Modelos Jerárquicos Lineales que respetan la estructura anidada de los datos que se introducen en el análisis (Gaviria y Castro, 2005).

utilizando una mayor cantidad de recursos materiales o humanos se podría llegar a mejorar la productividad educativa, es decir, si las deficiencias de calidad se debiesen únicamente a la falta de recursos, aumentando las entradas se aumentaría la calidad educativa (Pritchett y Filmer, 1997). Sin embargo, en este análisis de la productividad educativa subyacen dos limitaciones, por un lado, diferentes trabajos han puesto de manifiesto en las últimas décadas como un aumento de los recursos utilizados no siempre viene acompañado de un incremento de la producción educativa (Hanushek, 1989, 1994; Hanushek et al., 1996) y, por otro, los recursos destinados a educación vienen limitados por partidas presupuestarias por lo que, aún en el caso de que un aumento de los recursos produjese un incremento de los resultados, los insumos utilizados quedan supeditados al presupuesto destinado a educación.

Consecuentemente, los centros educativos para maximizar su productividad deben hacer un uso racional y eficiente de los recursos. La eficiencia, por tanto, se presenta como una medida del modo en que se utilizan los recursos con el objetivo de maximizar los resultados y será considerada una medida relativa que dependerá de las organizaciones que se estén comparando. Así, si se comparan dos centros educativos y uno de ellos está siendo más productivo que otro utilizando para ello los mismos recursos, el centro más ineficiente podría llegar a aumentar su productividad utilizando los recursos en las proporciones óptimas en las que los utiliza la unidad más eficiente.

En resumen, la función de producción educativa muestra la relación técnica entre los recursos materiales y humanos utilizados por una institución educativa y los resultados obtenidos. Sin embargo, a la hora de valorar si esa organización está siendo eficiente es necesario analizar si la cantidad y la calidad²⁰ de los resultados educativos obtenidos es la máxima posible dado el conjunto de factores productivos utilizados, ya que, de esta forma, ese centro educativo estará maximizando su productividad con los recursos de que dispone. Así, “buscar una medida del grado de utilización de los

²⁰ A pesar de la relación existente entre eficiencia y calidad educativa, han sido varios los autores que han defendido la idea de que el trasladar al ámbito educativo un concepto empresarial como es el de eficiencia puede repercutir negativamente en la calidad educativa y en los valores que se transmiten en la escuela (Callahan, 1962; Hoos, 1975)

recursos en relación con los resultados educativos puede ser interesante en un mundo donde los ciudadanos demandan una mayor calidad en los servicios públicos y un uso más racional de los recursos monetarios” (Seijas Díaz, 2004, p.43).

1.3.2. Diferencias entre eficiencia y eficacia educativa.

Con el objetivo de diferenciar los conceptos de eficiencia y eficacia educativa se ha tomado como base el modelo de evaluación de la calidad en educación propuesto por De la Orden (1988). En dicho modelo, representado en la Figura 10, se entiende que la calidad es “un continuo cuyos puntos representan combinaciones de funcionalidad, eficacia y eficiencia altamente correlacionados, y su grado máximo, la excelencia, supone un óptimo nivel de coherencia entre todos los componentes fundamentales del sistema” (p.154). La calidad educativa, por tanto, dependerá del grado de coherencia entre los elementos que componen el sistema educativo: el contexto sociocultural y económico donde se desarrolla el proceso educativo, las metas y objetivos que persigue, y las entradas, procesos y productos educativos.

Desde este modelo de evaluación de la calidad, la eficiencia y la eficacia pasan a ser, junto con la funcionalidad, el resultado de las combinaciones entre esos componentes, de forma que mientras que la coherencia de, por un lado, las entradas y los procesos y, por otro, los productos del sistema educativo define la calidad como eficiencia, la relación de los resultados obtenidos con los objetivos propuestos delimita la calidad de la educación como eficacia o efectividad (De La Orden et al., 1997).

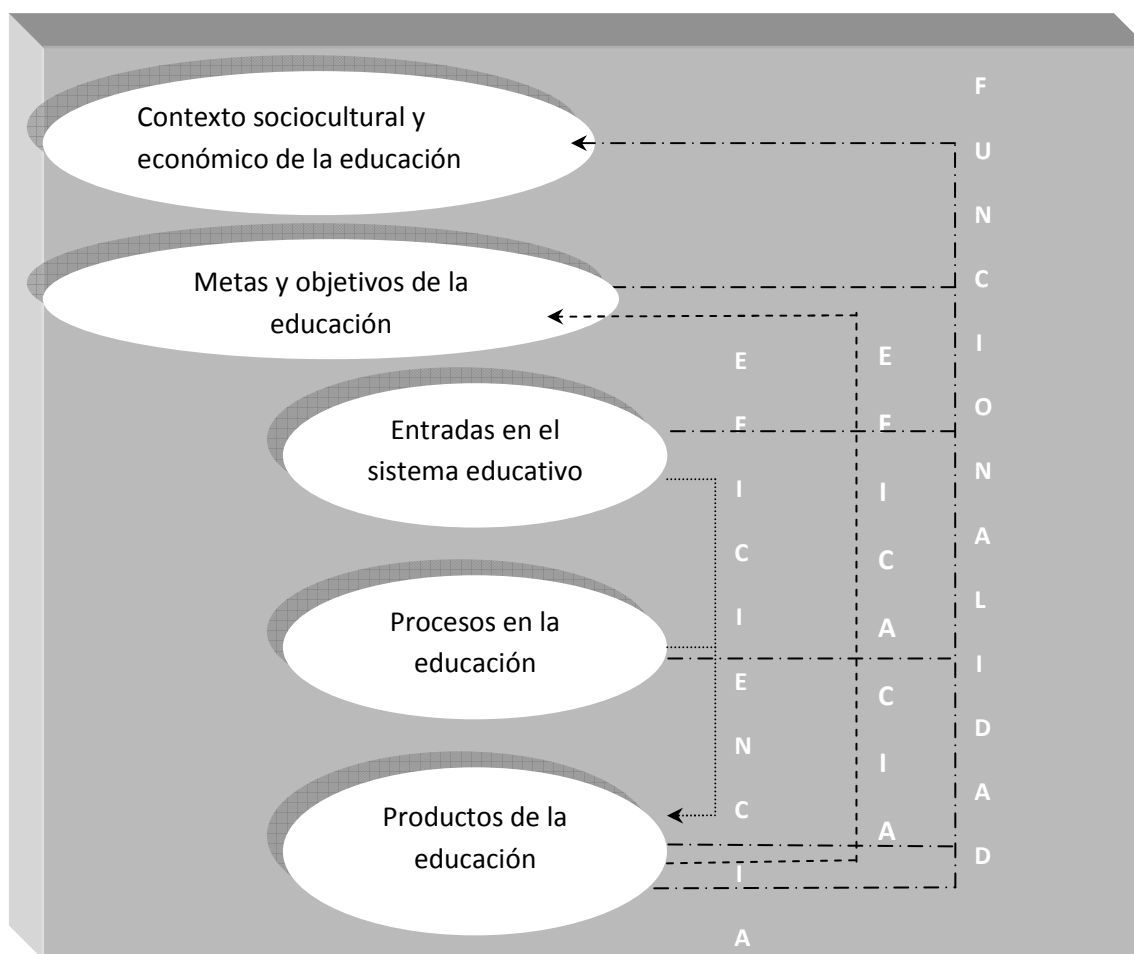


Figura 10: Modelo de Calidad en Educación de De la Orden (1988)
Fuente: Elaboración propia

En definitiva, la diferenciación entre ambos conceptos radica en que, aunque tanto la evaluación de la eficacia como la de la eficiencia educativa toman como base los resultados obtenidos, el análisis de la eficacia educativa compara esos resultados con las metas a alcanzar mientras que el estudio de la eficiencia persigue conocer la relación existente entre los recursos empleados y los resultados conseguidos.

1.3.3. Definición de eficiencia educativa.

Tal y como se ha venido señalando a lo largo de esta exposición, la medida de la eficiencia educativa se presenta como la relación entre las entradas e inversiones que se realizan dentro del sistema educativo y los resultados que allí se consiguen. Desde esta concepción sistémica se derivan toda una serie de ecuaciones matemáticas que permitirán calcular los cambios en los *outputs* cuando los *inputs* han sido modificados y valorar si la asignación de los recursos se realiza de manera eficiente. Esta asignación

de los recursos educativos será eficiente, en sentido paretiano, si no es posible asignar los recursos existentes de otra forma sin que los resultados conseguidos disminuyan para todos o para alguno de los sujetos implicados en el proceso.

Al igual que en otros sectores, en el ámbito educativo tienen cabida las tres principales medidas de eficiencia desarrolladas por Farrell: eficiencia técnica, eficiencia asignativa y eficiencia económica o global.

La eficiencia técnica hace referencia la utilización de los recursos en el proceso educativo de una manera tecnológicamente eficiente (Worthington, 2001). Este tipo de eficiencia se ve reflejada en la Figura 11 que ilustra los recursos utilizados y los resultados obtenidos por tres escuelas. Las escuelas A y C se encuentran sobre la frontera eficiente lo que implica que están obteniendo la máxima cantidad de *outputs* en función de la cantidad de *inputs* empleada. Sin embargo, la escuela B es ineficiente ya que está utilizando la misma cantidad de recursos que la escuela C y sin embargo está produciendo menos resultados. Dicha escuela si desea mejorar su eficiencia, con una orientación al *output*, deberá aumentar su producción hasta alcanzar los niveles obtenidos por la escuela C. Por su parte, si se compara la escuela ineficiente B con la escuela A se observa que la escuela A utiliza una cantidad menor de recursos que la escuela B para producir los mismos resultados. Así, si la escuela B desea aumentar la eficiencia técnica, con una orientación a *input*, deberá minimizar los recursos utilizados hasta llegar a los niveles de *inputs* consumidos por la escuela A.

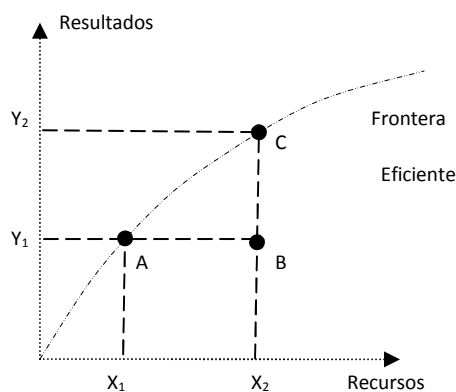


Figura 11: Eficiencia educativa orientada al *input* y al *output*.

Fuente: Elaboración propia

La eficiencia asignativa en educación alude a la habilidad, por parte de los centros educativos, de utilizar los *inputs* en proporciones óptimas dados los precios de los mismos, es decir, este tipo de eficiencia implica elegir las combinaciones técnicamente eficientes de *inputs* que permitan producir la máxima cantidad de resultados al mínimo precio posible. Finalmente, la eficiencia económica o global en educación perseguirá combinar la eficiencia técnica y asignativa, de modo que un centro educativo será económicamente eficiente cuando use los recursos eficiente y asignativamente (Worthington, 2001).

Dentro del ámbito educativo, la mayor parte de los trabajos empíricos²¹ que han medido la eficiencia se han centrado el análisis de su dimensión técnica. Esto ha sido motivado, en parte, por la dificultad que conlleva el análisis de los costes en educación. Con la finalidad de tomar conciencia de las características de este tipo de estudios, a continuación se presenta una síntesis con alguno de los principales trabajos que han evaluado la eficiencia educativa en los últimos años. Para ello, en primer lugar se recogen las investigaciones centradas en los niveles educativos no universitarios y, posteriormente, se hace lo propio para el sistema educativo universitario. La Tabla 5 y la Tabla 6 sintetizan los aspectos relativos a la muestra, los *inputs* y los *outputs* introducidos en el análisis, el procedimiento metodológico utilizado y los principales resultados obtenidos.

²¹ Una de las síntesis más completas de estudios de eficiencia dentro del ámbito educativo se recoge en Worthington (2001).

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Ruggiero (1996)	636 colegios estatales de Nueva York durante el curso académico 1990-1991	Inputs discrecionales: <ul style="list-style-type: none"> - Número de ayudantes de profesor por alumno - Número de profesores auxiliares por alumno - Número de ordenadores por alumno - Número de aulas por alumno - % de profesores de 3^{er} grado con titulación de grado y más 30 horas de estudios de postgrado - % de profesores de 6^o grado con titulación de grado y más 30 horas de estudios de postgrado Factores ambientales: <ul style="list-style-type: none"> - Porcentaje de niños (de 5 a 17 años) del colegio en una situación de no pobreza 	<ul style="list-style-type: none"> - Media de los resultados obtenidos por los alumnos de 6^o Grado en la prueba <i>Pupil Evaluation Program</i> (PEP) en matemáticas, lectura y ciencias sociales. 	DEA y Regresión canónica	Calculando la eficiencia según Farrell 568 de los colegios se presentan como ineficientes, siendo la media de su nivel de ineficiencia igual a 0,84. De estas unidades, tan sólo 208 son eficientes atendiendo a la definición de eficiencia propuesta por Koopmans. La regresión canónica realizada en una segunda etapa sugiere que la ineficiencia educativa puede ser responsable, en parte, de los hallazgos que muestran cómo los recursos escolares tiene poco efecto sobre los resultados educativos.
Kirjavainen y Loikkanen (1998)	291 escuelas de secundaria superior de Finlandia durante el periodo comprendido entre 1988 y 1991	<ul style="list-style-type: none"> - Horas de docencia a la semana (media del periodo) - Horas de no docencia a la semana (media del periodo) - Experiencia del profesorado - Número de profesores que tienen, al menos, un máster - Nivel de logro en el proceso de admisión - Nivel educativo de los padres 	<ul style="list-style-type: none"> - Número de alumnos que pasaron curso (media del periodo) - Número de graduados - Puntuación en las asignaturas obligatorias en el examen nacional (Matriculation Examination) - Puntuación en las asignaturas adicionales en el examen nacional (Matriculation Examination) 	DEA y Regresión Tobit	Se calculan cuatro modelos diferentes a partir de distintas combinaciones posibles de los <i>inputs</i> y los <i>outputs</i> . En el caso en que se utiliza el mayor número de <i>inputs</i> y <i>outputs</i> (Modelo III), el nivel de ineficiencia media toma valores de 81,9 % (retornos constantes a escala) y de 84,1% (retornos variables a escala). En el Modelo IV, que se introduce el nivel educativo de los padres, la eficiencia media presenta valores superiores al 90%. En un segundo momento, los autores tratan de explicar las puntuaciones de ineficiencia obtenidas en el Modelo III a través de una regresión Tobit en la que introducen variables como el tamaño y la ubicación de las escuelas, la proporción de chicas,..., que resultan ser no significativas. No obstante, se observa cómo el nivel de ineficiencia decrece cuando el tamaño de la clase y el nivel educativo de los padres aumentan.

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario

Fuente: Elaboración propia

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Mancebón y Bandrés (1999)	35 Institutos de Educación Secundaria de Zaragoza durante el curso 1993-1994	Inputs discrecionales: <ul style="list-style-type: none"> - Gasto por alumno - Número de profesores por alumno Factores ambientales: <ul style="list-style-type: none"> - Factor socioeconómico de las familias - Factor de capital humano de los alumnos 	<ul style="list-style-type: none"> - Media y desviación típica de los resultados de los alumnos en las materias de ciencias y matemáticas - Media y desviación típica de los resultados de los alumnos en las materias de humanidades y ciencias sociales - Porcentaje de alumnos que pasaron las pruebas de acceso a la universidad sobre el total de alumnos matriculados al principio de curso 	DEA	Los resultados muestran la existencia de 23 escuelas eficiente y 12 ineficientes. La media de la ineficiencia se sitúa en torno al 65% por lo que es posible mejorar la eficiencia de las unidades no eficientes. Los centros situados en áreas urbanas presentan unos resultados superiores respecto a aquellos situados en zonas rurales.
Bradley, Johnes y Millington (2001)	2657 escuelas en Inglaterra a lo largo del periodo comprendido entre 1993 y 1998.	<ul style="list-style-type: none"> - Nivel socioeconómico: Proporción de alumnos que acceden al almuerzo gratuito - Cualificación del personal: Personal con formación formal en educación (excluyendo los estudiantes de educación) 	<ul style="list-style-type: none"> - Tasas de absentismo: % de ausencias injustificadas - Resultados: Puntuación igual o superior a cinco en el <i>General Certificate of Secondary Education</i> (Grados A, B o C) 	DEA y Regresión Tobit	La eficiencia técnica de las escuelas no es la misma a lo largo de los años. Tan sólo 2 de las 8 escuelas más eficientes en 1993 siguen estando entre las 8 primeras en 1998. Una mayor competencia entre las escuelas hace mejorar su nivel de eficiencia. Igualmente, se evidencia cómo la ratio profesor-alumno afecta de manera negativa al rendimiento y cómo los cambios en la eficiencia tienden a depender positivamente de los cambios en el gasto en profesorado.
Muñiz (2001)	62 Institutos de Enseñanza Secundaria del Principado de Asturias durante el curso académico 1996-1997	Inputs controlables: <ul style="list-style-type: none"> - Nº de profesores por cada cien alumnos - Gastos de funcionamiento por cada cien alumnos Inputs no controlables: <ul style="list-style-type: none"> - Alumnos que dicen estudiar más de 10 horas a la semana (%) - Alumnos que cree que sus padres y profesores tiene altas expectativas respecto a su futuro académico (%) - Alumnos para los que los ingresos anuales de la familia superan los 15000€ (%) - Alumnos que no han tenido que cambiar de centro ni este año ni el anterior (%) - Alumnos que son hijo único (%) 	<ul style="list-style-type: none"> - Porcentaje de alumnos que aprueban las Pruebas de Acceso a la Universidad respecto a los alumnos matriculados al inicio del curso - Nota media obtenida por los alumnos que aprueban el examen 	DEA	La introducción de los <i>inputs</i> no controlables en el análisis trae consigo un aumento tanto del número de unidades eficientes como de la eficiencia media de las unidades. Así, si no se considera el status del alumnado el número de unidades eficientes es igual a 5 y la eficiencia media del 75,3%. Sin embargo, al introducir las características individuales y familiares de los alumnos, el número de unidades eficientes aumenta a 12 y el nivel medio de eficiencia de las unidades pasa a ser del 83,4%. La introducción de los <i>inputs</i> no controlables favorece más a la eficiencia de los centros LOGSE ya que las características de sus alumnos son más desfavorables.

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Gómez, Buendía, Solana y García (2003)	17 Institutos de Educación Secundaria del municipio de Murcia durante el curso académico 1998-1999	Inputs discrecionales: <ul style="list-style-type: none"> - Gastos de funcionamiento del centro por alumnos matriculado (excluidos los sueldos del personal) - Número de profesores del centro por alumno matriculado. 	<ul style="list-style-type: none"> - Porcentaje de aprobados en las Pruebas de Acceso a la Universidad respecto del total de alumnos matriculados a principio de curso en cada centro - Nota media de la opción de Ciencias - Nota media de la opción de Letras 	DEA	Si se suponen rendimientos variables a escala (Modelo BCC orientado al <i>output</i>), de los 17 centros analizados resultan eficientes 8 mientras que el resto incurren en algún grado de ineficiencia. Por el contrario si se establecen rendimientos constantes a escalas (Modelo CCR orientado al <i>output</i>) tan sólo 3 de las 17 unidades muestran un comportamiento eficiente.
Hernández y Fuentes (2003)	44 centros públicos de educación secundaria de la provincia de Alicante durante el curso académico 1997-1998	Inputs discrecionales: <ul style="list-style-type: none"> - Ingresos totales por alumno de COU que recibe el centro - Número de horas de docencia semanales por alumno Inputs no discrecionales: <ul style="list-style-type: none"> - Factor de nivel socioeconómico de las familias - Factor de capital humano de los alumnos 	<ul style="list-style-type: none"> - Proporción de estudiantes cuya calificación fue mayor o igual a cinco en el examen de selectividad sobre el total de alumnos matriculados en COU - Media de las calificaciones en selectividad de cada centro y la desviación típica de las mismas 	DEA	Se identifican 15 unidades eficientes y 29 ineficientes, siendo la ineficiencia media del 15,72%. Al utilizar variantes DEA del modelo inicialmente propuesto tan sólo 2 centros continúan siendo eficientes.
Santín (2003)	147 escuelas. Resultados en matemáticas de los alumnos españoles de 8º de EGB que participaron en la evaluación TIMSS de 1995	Cálculo del Valor añadido: <ul style="list-style-type: none"> - 168 variables a nivel de alumnos Cálculo de la Eficiencia: <ul style="list-style-type: none"> - 22 variables a nivel de escuela - 48 variables relativas a los profesores 	<ul style="list-style-type: none"> - % de alumnos en cada centro escolar que obtiene un rendimiento real mayor que el esperado según sus características individuales - % de alumnos en cada centro escolar que según el modelo 2 deberían obtener una puntuación menor que el primer cuartil de rendimiento y sin embargo obtienen un rendimiento mayor. - % de alumnos en cada centro escolar que según el modelo deberían obtener una puntuación menor que el tercer cuartil de rendimiento y sin embargo obtienen un rendimiento mayor. - Resultado medio de la clase. 	Redes Neuronales Artificiales	<p>Las variables referidas al ambiente socioeconómico y a las características individuales de los alumnos explican aproximadamente un 60% del rendimiento académico mientras que los recursos escolares explican en torno a un 25%.</p> <p>El proceso de producción educativa se ajusta más a un modelo no lineal, como son las Redes Neuronales Artificiales, que aun modelo lineal.</p> <p>Los valores de eficiencia obtenidos por las escuelas varían en función de los <i>outputs</i> utilizados, aunque una escuela eficiente tiende a serlo independientemente del <i>outputs</i> utilizado, ya que la correlación en los resultados es positiva.</p> <p>A nivel regional, los valores de eficiencia son muy distintos, tanto dentro de las regiones, como si se comparan las regiones entre sí.</p>

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Cordero, Pedraja y Salinas (2005)	79 centros públicos de educación secundaria de la Comunidad Autónoma de Extremadura durante el curso académico 2001-2002	Inputs controlables: <ul style="list-style-type: none"> - Nº de profesores por cada 100 alumnos - Gasto total por alumno (excluida la retribución del profesorado) realizado por el centro Inputs no controlables: <ul style="list-style-type: none"> - % de alumnos que llevan al día las asignaturas - % de alumnos que aprobaron todas las asignaturas el curso anterior - % de alumno con buenas notas el curso anterior - % de alumnos cuyos padres consideran que están capacitados para finalizar una carrera universitaria - % de alumnos que nunca han repetido - % de alumnos cuyos padres tiene ingresos mensuales superiores a 1800€ - % de alumnos cuyo padre tiene una profesión que requiere alta cualificación - % de alumnos cuya madre tiene una profesión que requiere alta cualificación - % de alumnos cuyo padre ha estudiado una carrera universitaria - % de alumnos cuya madre ha estudiado una carrera universitaria 	<ul style="list-style-type: none"> - Alumnos que superan la prueba de acceso a la universidad respecto a los que se presentaron - Media de los alumnos que aprobaron la prueba de acceso a la universidad 	DEA	Los autores prueban la sensibilidad de diferentes alternativas disponibles para introducir las variables no controlables en el análisis de la eficiencia, en concreto, se centran en el modelo de una etapa y en los modelos de varias etapas (modelo de regresión en dos etapas, modelo de tres etapas y modelo de cuatro etapas). Respecto a los <i>inputs</i> no controlables, se prueba, de un lado, reducir la información en dos factores a partir del análisis de componentes principales y, de otro, introducir dos variables no correlacionadas entre sí, como son los ingresos familiares y las notas, no observándose diferencias en los resultados en función de estos dos procedimientos. El modelo DEA de una etapa es el que ofrece una visión más favorable ya que califica un tercio de las unidades como eficientes. El menos favorable es el modelo de dos etapas. Los modelos de tres y cuatro etapas se sitúan en una posición intermedia.
Seijas (2004b)	188 Institutos de Educación Secundaria para los cursos académicos 1995-1996, 1996-1997, 1997-98, 1998-1999.	<ul style="list-style-type: none"> - Factor del entorno familiar y el grupo de compañeros Factores escolares: <ul style="list-style-type: none"> - Gastos de funcionamiento de cada centro que imparte COU dividido por el número total de alumnos matriculados en los centros - Número total de profesores de cada centro escolar que imparte COU dividido por el número total de alumnos matriculados en los centros 	Variables cualitativas: <ul style="list-style-type: none"> - Nota media de la Prueba de Acceso a la Universidad para los centros que imparten COU en las especialidades científico-técnica y de ciencias de la salud - Nota media de la Prueba de Acceso a la Universidad para los centros que imparten COU en las especialidades de humanidades y de ciencias sociales Variables cuantitativas: <ul style="list-style-type: none"> - Numero de alumnos aprobados en las Pruebas de Acceso a la Universidad en relación al número de alumnos matriculados en COU. 	DEA	Para el curso académico 1998-1999 de los 47 centros examinados 32 resultaron eficientes, es decir, un 68% de los centros. En los cursos 1995-1996, 1996-1997 y 1997-1998 el porcentaje de los centros pasa a ser inferior, siendo el porcentaje de centros eficientes igual al 66%, 64% y 66% respectivamente. Los centros ineficientes tienen un nivel de eficiencia media elevada. Según el entorno: el 47% de los centros urbanos, el 26% de los rurales y el 28% de los semirurales son ineficientes.

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Afonso y St.Aubyn (2006)	25 países que participaron en la evaluación PISA 2003	Insumos: <ul style="list-style-type: none"> - Número de horas de instrucción al año - Número de profesores por cada 100 alumnos Factores ambientales: <ul style="list-style-type: none"> - PIB - Nivel educativo de los padres 	- Puntuaciones obtenidas por los alumnos en lectura, matemáticas, resolución de problemas y ciencias en la evaluación PISA 2003.	DEA	Finlandia, Corea y Suecia son los países más eficientes, estando los dos primeros de ellos situados sobre la frontera. En el lado contrario se sitúan Tailandia, Turquía y Uruguay, los cuales deben incrementar sus resultados en un 25% si quieren llegar a ser eficientes. Los países podrían incrementar, de media, un 11,6% sus resultados usando los mismos recursos. En un segundo momento, para aislar el efecto de los <i>inputs</i> no controlables se utiliza, de una lado, la regresión Tobit y, de otro, procedimientos basados en métodos <i>bootstrap</i> . La ineficiencia está fuertemente relacionada con las dos variables ambientales introducidas en esta segunda fase.
Cordero (2006)	208 centros de los cuales 80 pertenecen a Extremadura, 74 a Aragón y 54 al Principado de Asturias.	Variables de centro: <ul style="list-style-type: none"> - Número de profesores por cada 100 alumnos - Gasto total por alumno (excluida la retribución del profesorado) Inputs no controlables: <ul style="list-style-type: none"> - Características del estudiante (% de alumnos que aprobaron todas las asignaturas el curso anterior, % de alumnos con buenas notas el curso anterior, % de alumnos no repetidores,..., etc) - Características del entorno familiar (% de alumnos cuyos padres tiene unos ingresos mensuales superiores a los 1800€, % de alumnos cuyo padre tiene una profesión que requiere una alta cualificación, % de alumnos cuya madre tiene una profesión que requiere una alta cualificación,..., etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> - Alumnos que superan la Prueba de Acceso a la Universidad respecto al total del alumnado matriculado a principio de curso - Calificación obtenida en la prueba de acceso a la universidad por los alumnos que superaron dicha prueba 	DEA	Se proponen varias alternativas para controlar el efecto de los <i>inputs</i> no controlables, en concreto: los modelos de una etapa (BM), el modelo de dos etapas, el modelo de Simar y Wilson (SM), el modelo de tres etapas, el modelo de cuatro etapas y el modelo de cuatro etapas con bootstrap. En Extremadura, de los modelos propuestos el más favorable resulta el BM con 38 unidades eficientes, en el lado contrario se presentan el modelo de 2 etapas y el SW en los que ninguna unidad resulta eficiente. Esos mismo resultados se observan en Asturias, con 26 unidades eficientes para el modelo BM y 0 unidades eficientes tanto para el modelo de dos etapas como para el SW, y en Aragón con 31 unidades eficientes cuando se aplica el modelo BM y ninguna unidad eficiente con los modelos de dos etapas y el SW.

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Iregui, Melo y Ramos (2006)	4542 colegios públicos y privados de Colombia en el año 2002	Insumos: <ul style="list-style-type: none"> - Ratio profesor-alumno - Nivel de formación del profesorado: sin formación universitaria, con formación universitaria y con postgrado - Existencia de laboratorios de química, física, ciencias e idiomas, canchas deportivas, piscinas y número de baños por alumno. Variables de entorno: <ul style="list-style-type: none"> - Ingreso medio de los hogares - Titularidad: pública o privada - Ubicación del centro: rural o urbano - Modalidad del centro: académico o no - Jornada académica: completa, mañana, tarde o nocturna - Existencia de taller de padres 	<ul style="list-style-type: none"> - Clasificación de los centros en la prueba de rendimiento que realizó el Estado en el año 2002 (muy superior, superior, alta, media, baja, inferior y muy inferior) 	Análisis de fronteras estocásticas	<p>Se proponen dos alternativas para introducir las variables contextuales: suponer que los factores ambientales afectan a la tecnología de producción y considerar que dichas variables afectan directamente a la eficiencia técnica de los centros. La ineficiencia media es del 80% para el Modelo I y del 54% para el Modelo II, esta diferencia entre los dos promedios puede ser vista como la contribución del entorno en la explicación de la ineficiencia de los colegios.</p> <p>Las variables relativas a la infraestructura de los centros tienen una influencia significativamente positiva sobre el rendimiento académico. Otras variables que influyen positivamente en los resultados académicos son el ingreso medio de los hogares, la situación urbana del centro, el ofrecer bachillerato académico, la jornada completa o de mañana y la existencia de taller de padres.</p>
Giménez, Prior y Thieme (2007)	31 países participantes en la evaluación TIMSS de 1999	Variables controlables: <ul style="list-style-type: none"> - Intensidad del recurso docente (Horas de docencia por alumno al año) - Calidad del profesorado - Recursos materiales - Instalaciones. Factores contextuales: <ul style="list-style-type: none"> - Factor de "Actitudes positivas hacia el estudio" - Factor de "Disponibilidad de recursos en el hogar" - Factor de "Nivel de renta familiar" - Factor de "Expectativas y concepto de dificultad de las materias" 	<ul style="list-style-type: none"> - Resultados académicos en matemáticas - Resultados académicos en ciencias 	DEA	<p>El estudio pone de manifiesto la influencia que los factores contextuales ejercen sobre la ineficiencia técnica global de los sistemas educativos.</p> <p>Dentro de los países ineficientes con potenciales de aumento de resultados y de reducción de los recursos destacan: Austria, Canadá, Estados Unidos y Nueva Zelanda.</p> <p>Entre los países que muestran mayores habilidades para gestionar sus sistemas educativos se sitúan algunos países comunistas y/o asiáticos como son: China Taipei, Federación Rusa, Hungría, Moldavia, República de Corea, Singapur y Tailandia. Del mismo modo, otro conjunto de países que muestra buenas prácticas en lo que a la gestión se refiere pero que podrían mejorar ante unas condiciones ambientales más favorables son: Bélgica, Bulgaria, República Checa, Hong Kong, Italia, Letonia, Marruecos, Países Bajos y Rumanía.</p>

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Waldo (2007)	12876 alumnos graduados en escuelas de educación secundaria suecas en 1999	<ul style="list-style-type: none"> - Profesores con formación pedagógica por alumno - Profesores sin formación pedagógica por alumno - Calificación media del alumno en educación obligatoria - Calificación media en la educación obligatoria del grupo de iguales, es decir, los alumnos que asisten a la misma escuela y al mismo programa que el estudiante evaluado - Clima académico en el hogar 	<ul style="list-style-type: none"> - Calificación en las asignaturas comunes multiplicada por el número de créditos cursados - Calificación en las asignaturas de especialización multiplicado por el número de créditos cursados 	Funciones distancia	Los alumnos se dividen en dos categorías, en función del nivel educativo de los padres, con la finalidad de que los estudiantes sólo se comparen con otros que proceden de ambientes familiares similares. Posteriormente, se calcula la ineficiencia total para cada uno de los programas nacionales. Igualmente, se establecen diferencias en ineficiencia en función del sexo, observándose que las chicas tienden a ser menos ineficientes en la mayoría de los programas. Igualmente, las chicas puntúan más alto que los chicos en las asignaturas comunes a todos los programas. En los cursos específicos de los programas con mayor cantidad de chicas, éstas también tienden a puntuar más alto. Sin embargo, en la mayoría de los programas con mayor número de chicos, las chicas puntúan menos en las materias de especialización.
Conroy y Arguea (2008)	1256 escuelas de Florida durante el curso académico 1997-1997	<p>Características de la escuela:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Años de experiencia del profesorado - Interacción de gastos por alumno y accesibilidad al almuerzo gratuito <p>Características del alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Proporción de alumnado negro - Proporción de alumnos con habilidades limitadas para el inglés - Porcentaje de alumnos con discapacidad - Movilidad de estudiantes - Interacción de movilidad de estudiantes con tasas de absentismo - Crimen y violencia total - Tasas de alumnos superdotados - Tasas de expulsiones o suspensiones - Tasas de promoción - Tasas de accesibilidad al almuerzo gratuito <p>Ambiente familiar:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Indicador de organización de padres y profesores - Interacción de organización de padres y profesores con accesibilidad al almuerzo gratuito <p>Regiones: Noroeste, Norte, Centro y Sur</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Puntuaciones obtenidas por los alumnos en matemáticas y lectura en el <i>Florida Comprehensive Assessment Test</i> 	Análisis de fronteras estocásticas	<p>Las variables relativas a la escuela fueron significativas para ambas asignaturas, siendo el impacto de esas variables similar para matemáticas y lengua (con excepción de la variables Habilidad para el Inglés)</p> <p>Los resultados muestran que las escuelas no están operando de manera eficiente y que la media en los niveles de ineficiencia varía en función de los regiones desde un 4,1% para lectura en el norte de Florida y para matemáticas en el Centro de Florida a un 5,1% para lectura en el Centro de Florida.</p> <p>La estimación Tobit muestra que hay varios <i>inputs</i> que resultan predictores significativos de la ineficiencia. Así, las altas ratios de accesibilidad al almuerzo gratuito, las tasas de expulsión o suspensión y las tasas de promoción se relacionan con el incremento de la ineficiencia. Por su parte las organizaciones de padres y profesores se asocian con una reducida ineficiencia (en lectura).</p>

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Cordero-Ferrera, Pedraja-Chaparro y Salinas-Jiménez (2008)	80 escuelas públicas de la Comunidad de Extremadura durante el curso académico 2001-2002	Inputs controlables: - Número de profesores por cada 100 alumnos - Gasto corriente por alumno Inputs no controlables: - Factor que informa del ambiente familiar y socioeconómico de los estudiantes - Factor que informa de la habilidad de los estudiantes - Factor que informa de las características de los compañeros y el grupo de iguales	- Porcentaje de alumnos que superaron la Prueba de Acceso a la Universidad comparado con aquellos matriculados en un curso universitario - Nota media de los alumnos que superaron la Prueba de Acceso a la Universidad	DEA	Con el objetivo de controlar los <i>inputs</i> no controlables en el cálculo de la eficiencia, los autores aplican, por primera vez, el modelo de cuatro etapas en el sector educativo. Los resultados muestran una relación significativa de los factores no controlables sobre la medida de la eficiencia, así como un incremento de la eficiencia media cuando se controlan dichos <i>inputs</i> , siendo mayor el número de unidades beneficiadas por esta inclusión que las que se ven perjudicadas. De esta forma, se reconoce la utilidad de esta alternativa metodológica cuando se trabaja con variables no controlables.
Mancebón y Muñiz (2008)	293 centros de secundaria, públicos y privados concertados, de las regiones de Aragón, Asturias y Extremadura durante el curso académico 2001/2002	Inputs: - Porcentaje de alumnos cuyo padre ejerce una profesión cualificada - Porcentaje de alumnos que estudian más de 10 horas a la semana	- Porcentaje de aprobados en selectividad - Nota media de los aprobados en selectividad	DEA	Calculada la eficiencia global de cada unidad de análisis, ésta se descompone en eficiencia debida a la gestión individual de las escuelas y eficiencia debida a diferencias estructurales entre modelos de gestión bajo el que llevan a cabo su actividad educativa (público-privado). La eficiencia media para los dos tipos de escuelas presenta valores similares en las tres regiones. La superioridad de los resultados académicos de las escuelas privadas se debe a una mayor dotación de los alumnos y no a una mejor gestión por parte de esas instituciones.

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: No Universitario					
Estudio	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Perelman y Santín (2011)	6997 alumnos españoles evaluados en PISA 2003	<p>Variables relativas al ambiente familiar de los alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Índice de estatus económico, social y cultural - Número que veces que los alumnos han llegado tarde en las últimas dos semanas <p>Variables relativas a la escuela:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Índice de calidad de las infraestructuras físicas de la escuela - Índice de calidad de los recursos educativos de la escuela - Índice de autonomía escolar - Media del número de alumnos en clase <p>Variables relativas al grupo de iguales:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Índice de clima disciplinario - Media del ESCS por grupo de iguales de los alumno <p>Variables a controlar: Sexo, Posesión de videoconsola, Condición de inmigrante, Asistencia a educación infantil, Estructura familiar y Titularidad educativa</p> <p>Variables instrumentales: Localización de la escuela</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Puntuaciones obtenidas por los alumnos en lectura - Puntuaciones obtenidas por los alumnos en matemáticas 	Funciones distancia	<p>El modelo explica un 44,03 % de los logros educativos de los alumnos, del resto de la varianza el 7,58 % es varianza aleatoria y el 48,39% es atribuido a componentes de ineficiencia.</p> <p>Los mejores resultados de los centros concertados frente a los públicos en la evaluación PISA 2003 se deben principalmente a que los alumnos de estos centros parten de condiciones más favorables en lo que a las variables relativas al background, grupo de iguales e <i>inputs</i> de la escuela se refiere.</p> <p>El clima de la clase es una de las variables que más influencia tiene sobre los resultados de los alumnos.</p> <p>El efecto de los <i>inputs</i> es mejor capturado con una especificación translog que tenga en cuenta la naturaleza multi-<i>inputs</i> multi-<i>outputs</i> del sistema de producción educativo.</p>

Tabla 5: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo no universitario (Continuación)

Nivel Educativo: Universitario					
Fuente	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Johnes y Johnes (1993)	36 Departamentos de Económicas de las universidades de Reino Unido en 1989	<ul style="list-style-type: none"> - Personal con tareas de docencia e investigación - Personal con tareas de investigación - Carga de estudiantes universitarios por persona - Valor de las subvenciones por persona 	<ul style="list-style-type: none"> - Artículos en revistas académicas - Notas en revistas académicas - Artículos en revistas profesionales - Artículos en revistas populares - Autoría de libros - Libros editados - Informes oficiales publicados - Contribuciones en libros editados - Peso adicional por artículos o notas en revistas relevantes 	DEA	Se prueban diferentes modelos DEA combinando los <i>inputs</i> y los <i>outputs</i> . De los tres modelos que se presentan, las puntuaciones de eficiencia tienden a variar cuando se introduce como <i>input</i> la variable valor de las subvenciones por persona. Nueve de los departamentos evaluados se muestran como eficientes en alguno de los modelos presentados.
Athanassopulos y Shale (1997)	45 instituciones de educación superior de Reino Unido durante el curso académico 1992-1993	<p>Eficiencia de coste:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gastos académicos generales - Ingresos por investigaciones <p>Eficiencia de resultado:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Número de alumnos no graduados - Número de alumnos de postgrado - Número de personal académico - Media de alumnos que entraron con una puntuación de "A" en los tres últimos años - Ingresos por investigaciones - Gasto en el servicio de biblioteca y en los servicios informáticos 	<ul style="list-style-type: none"> - Número de egresados - Número de títulos superiores otorgados - Tasa de carga investigadora 	DEA	El modelo estimado para analizar la eficiencia de coste muestra cómo de las 45 unidades 11 son eficientes, si se asumen rendimientos constantes a escala (RCE), y 27, si se consideran rendimientos variables a escala (RVE). Los valores de eficiencia medios son 85,76 y 92,74%, respectivamente. Al calcular la eficiencia de resultado el número de unidades eficientes y la media de dicha eficiencia aumenta. Así, la media de la eficiencia toma valores de 97,16 (RCE) y de 98,23 (RVE), siendo el número de unidades eficientes en cada caso igual a 27 y a 31.
Madden, Savage y Kemp (1997)	24 Departamentos de Economía de las universidades australianas en los años 1987 y 1991	<ul style="list-style-type: none"> - Personal docente e investigador 	<p>Investigación:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Publicaciones en revistas de impacto propias del área - Publicaciones en otras revistas no económicas - Libros publicados (autoría) - Contribuciones en libros o libros editados - Otros (conferencias, discusiones...) <p>Docencia:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Número de alumnos no graduados - Número de alumnos de postgrado 	DEA	Mientras que en 1987 tan sólo 7 de los 24 departamentos analizados operaban de manera eficiente, en 1991 fueron 11 los departamentos con una puntuación igual a la unidad. Haciendo referencia a la media de la eficiencia de las unidades analizadas también se observa un incremento pasando de valores en torno al 65% en 1997 a una eficiencia media del 82% en 1991.

Tabla 6: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo universitario

Fuente: Elaboración propia

Nivel Educativo: Universitario					
Fuente	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Martínez Cabrera (2000, 2003)	23 departamentos de Fundamentos del Análisis Económico de universidades públicas españolas durante el curso académico 1994-1995	<ul style="list-style-type: none"> - Número de profesores numerarios - Número de profesores no numerarios (Información relativa al curso 1994-1995)	<ul style="list-style-type: none"> - Número de artículos internacionales - Número de artículos nacionales - Número de libros - Número de tesis doctorales (Información relativa a los cursos académicos 1993/1994 y 1994/1995)	DEA	El porcentaje de departamentos ineficientes es de un 78,26%, siendo la eficiencia media de la muestra de un 63,99%. Los departamentos eficientes publican más artículos en revistas nacionales e internacionales y producen más tesis doctorales. El análisis de sensibilidad realizado permite observar cómo las variaciones en los resultados debidas a posibles cambios en las variables introducidas en los modelos son pequeñas.
Abbott y Doucouliagos (2003)	36 universidades australianas en 1995	<ul style="list-style-type: none"> - Número de profesores a tiempo completo - Número de trabajadores no docentes - Gasto de la universidad (excluyendo salarios) - Valor de los bienes no activos 	Docencia: <ul style="list-style-type: none"> - Número de estudiantes a tiempo completo - Número de alumnos cursando un postgrado - Número de alumnos cursando estudios de pregrado - Número de alumnos que obtienen el título de postgrado - Número de alumnos que obtienen el título de grado Investigación: <ul style="list-style-type: none"> - Ingresos que la universidad recibe para investigación 	DEA	Los resultados de los diferentes modelos calculados no son sustancialmente diferentes. En general, las universidades australianas operan con altos niveles de eficiencia técnica, sin embargo es posible mejorar los resultados que consiguen.
Giménez (2004)	42 Departamentos de la Universidad Autónoma de Barcelona en 1998	<ul style="list-style-type: none"> - Gasto en profesorado funcionariado - Gasto en profesorado no funcionariado - Gasto de funcionamiento 	Producción docente e investigadora: <ul style="list-style-type: none"> - Artículos publicados (Periodo 1995-98) - Libros y capítulos publicados (Periodo 1995-98) - Plan docente Calidad docente e investigadora: <ul style="list-style-type: none"> - Calidad docente - Calidad investigadora 	Free Disposal Hull	Los departamentos muestran una adecuada gestión presupuestaria. Las ineficiencias son atribuibles a factores estructurales (tamaño idóneo para minimizar costes).

Tabla 6: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo universitario (Continuación)

Nivel Educativo: Universitario					
Fuente	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Martín Rivero (2005)	57 Departamentos de la Universidad de la Laguna durante el curso académico 2002/2003 (28 departamentos experimentales y 29 no experimentales)	Recursos humanos: <ul style="list-style-type: none"> - Catedráticos de universidad, catedráticos de escuela y titulares de universidad (PDI) - Titulares de escuela, profesores asociados y ayudantes (PD) Recursos financieros: <ul style="list-style-type: none"> - Presupuesto departamental 	Docencia: <ul style="list-style-type: none"> - Porcentaje de profesores con buena valoración en la encuesta de valoración docente - Número de créditos impartidos por el departamento - Número de alumnos matriculados en primer y segundo ciclo por departamento - Número de alumnos de tercer ciclo por departamento. Investigación: <ul style="list-style-type: none"> - Número de publicaciones - Ingresos de proyectos de investigación 	DEA	Dentro de los departamentos experimentales se observan 10 unidades eficientes y 19 ineficientes, siendo la media de los valores de eficiencia del 87,73%. Respecto a los departamentos no experimentales 17 de ellos resultaron eficientes y 12 ineficientes. La eficiencia media para este último conjunto de departamentos es del 93,59%. En vistas a una mejora de la eficiencia, los departamentos experimentales deberían incrementar su actividad docente mientras que los no experimentales deberían mejorar los resultados en relativos a la investigación.
Casu and Thanassoulis (2006)	Servicios centrales de 108 Instituciones de Educación Superior de Reino Unido durante el curso académico 1999/2000	<ul style="list-style-type: none"> - Coste administrativo total compuesto por: Coste del personal administrativo y Otros costes de operaciones 	<ul style="list-style-type: none"> - Ingresos totales recibidos de los estudiantes - Costes totales en personal (Excluyendo los costes del personal administrativo) - Tecnología transferida a otros negocios o a la comunidad 	DEA	Se identifican 17 unidades eficientes siendo el valor medio de la eficiencia del 73,4%. Los resultados indican que, a pesar de que las universidades varían en tamaño, no hay gran repercusión de la eficiencia de escala.

Tabla 6: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo universitario (Continuación)

Nivel Educativo: Universitario					
Fuente	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Johnes (2006)	109 universidades de Inglaterra durante el curso académico 2000/2001	<ul style="list-style-type: none"> - Número total de alumnos de pregrado (corregido) - Número total de alumnos de postgrado - Número total de personas dedicadas a tiempo completo a la docencia y/o a la investigación - Depreciación e intereses a pagar - Gastos en bibliotecas y servicios informáticos, y en ordenadores y programas (excluyendo los del personal académico y la depreciación) - Gasto de la administración central y los servicios centrales (excluyendo los del personal académico y la depreciación) 	<ul style="list-style-type: none"> - Número total de títulos de grado adjudicados - Número total de títulos de postgrado adjudicados - Valor de las subvenciones para investigación concedidas por el <i>Higher Education Funding Council</i> de Inglaterra. 	DEA	Se calculan dos modelos diferentes. El nivel de eficiencia de las universidades en Inglaterra es alto, con un valor medio que varía del 93% al 95% y el número de unidades eficientes varía de 51 a 61.
Celik and Ecer (2009)	45 universidades públicas de Turquía	<p>Alumnos:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Número de alumnos y Puntuación mínima de entrada <p>Profesorado:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Número de profesores - Número de profesores en contabilidad y finanzas - Número de alumnos por número de profesores en contabilidad y finanzas - Número de publicaciones por profesorado <p>Programas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Participación en cursos de contabilidad <p>Recursos financieros:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Recursos financieros totales - Inversión en recursos 	Puntuación en el <i>Selection Exam for Public Personnel</i> [SEPP].	DEA	10 de las 45 unidades evaluadas son eficientes. La eficiencia total ronda valores del 46%, siendo la eficiencia técnica del 95% y la eficiencia de escala del 47%. Analizada pormenorizadamente la eficiencia según el tamaño de las universidades, las universidades pequeñas se muestran más eficientes que las de mayor tamaño.

Tabla 6: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo universitario (Continuación)

Nivel Educativo: Universitario					
Fuente	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Johnes y Yu (2008)	109 universidades de China. Información relativa a los años 2003 y 2004.	Dedicación del personal: - Número de profesores a tiempo completo partido por el número de alumnos Calidad del personal: - Porcentaje de personal con una figura de profesor titular o superior Investigación: - Proporción de alumnos de postgrado - Gasto en investigación Capital: - Libros en la biblioteca - Índice de área de los edificios	- Índice de prestigio de las Instituciones de educación superior - Índice del número total de publicaciones de investigación - Índice del número total de publicaciones partido por el número total de personal docente e investigador	DEA	Se calculan cuatro modelos diferentes. La media de la eficiencia se sitúa en torno al 90% cuando todas las variables se introducen en el modelo, sin embargo, si los <i>inputs</i> relacionados con el número de alumnos se excluyen del modelo, la media de la eficiencia técnica se ve reducida hasta niveles del 80%.
Tommaso y Johnes (2009)	Instituciones de Educación Superior de Inglaterra e Italia a lo largo del periodo comprendido entre los cursos académicos 2001/2002 y 2004/2005	- Número total de alumnos - Número de alumnos de doctorado - Cantidad de recursos financieros/ingresos - Número de personal académico	- Número de alumnos que obtienen el título de licenciado - Número de alumnos que obtienen el título de máster - Dinero recibido de subvenciones y contratos para la investigación	DEA	Si se calculan los resultados para las instituciones de Inglaterra e Italia de manera independiente, la eficiencia técnica en ambos países es elevada. Sin embargo, si se estima un único modelo en el que se introducen conjuntamente todas las instituciones, la eficiencia media disminuye y el número de universidades eficientes en Italia llega a ser menor. Analizando la evolución a lo largo del tiempo, la eficiencia técnica de las universidades italianas ha mejorado durante los últimos años, mientras que las instituciones de Inglaterra no han ganado en eficiencia en el periodo considerado

Tabla 6: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo universitario (Continuación)

Nivel Educativo: Universitario					
Fuente	Muestra	Inputs	Outputs	Método	Resultados
Tyagi, Yadav y Singh (2009)	19 departamentos universitarios en la India durante el curso 2003/2004	<ul style="list-style-type: none"> - Personal académico - Personal no académico - Costes de operación de los departamentos 	<ul style="list-style-type: none"> - Número de alumnos matriculados - Progreso (Títulos concedidos) - Índice de investigación 	DEA	Se calculan 10 modelos combinando los diferentes <i>inputs</i> y <i>outputs</i> utilizados para medir la sensibilidad. La media de eficiencia más alta es de 0,915 y se obtiene con el modelo 1, mientras que la más baja la presenta el modelo 7 y es de 0,345. El rendimiento de los departamentos de ciencias es mejor que el de otro tipo de departamentos.

Tabla 6: Análisis de la eficiencia en el sistema educativo universitario (Continuación)

A grandes rasgos, los estudios contemplados dentro del nivel educativo no universitario han tomado como unidad de referencia, principalmente, los centros educativos. No obstante, también es posible observar trabajos en los que las unidades de análisis son los alumnos (Waldo, 2007; Perelman y Santín, 2011) o, incluso, los sistemas educativos de los países (Afonso y St Aubyn, 2006; Giménez, Prior y Thieme, 2007).

Respecto a los *inputs* considerados se puede percibir un interés por incluir no sólo las variables controlables, relacionadas directamente con la medida de la eficiencia educativa, sino también todo el conjunto de *inputs* del sistema educativo no controlables por las instituciones educativas entre los que se encuentran las características individuales o familiares de los alumnos o las variables relativas al contexto educativo. Para ello, la mayoría de los estudios han optado por la aplicación de técnicas que permitan incluir estas variables en alguna de las fases del análisis, sin embargo, también es posible observar intentos de utilizar como *outputs* medidas de valor añadido (Santín, 2003) de forma que el efecto de las variables no controlables sobre los resultados educativos quede aislado.

Entre los *outputs* utilizados se observa una tendencia a incluir variables relativas al rendimiento académico de los alumnos. Dentro de los trabajos desarrollados en España generalmente se introducen las puntuaciones obtenidas por los alumnos en la prueba de acceso a la universidad (Mancebón y Bandrés, 1999; Muñiz, 2001; Gómez, Buendía, Solana y García, 2003; Hernández y Fuentes, 2003; Cordero, Pedraja y Salinas, 2005; Seijas, 2004; Cordero, 2006; Cordero-Ferrera, Pedraja-Chaparro y Salinas-Jimenez, 2008; Mancebón y Muñiz, 2008), aunque en los últimos años también han aparecido estudios que utilizan las puntuaciones obtenidas por los alumnos españoles en las evaluaciones internacionales en las que han participado, como por ejemplo TIMSS²² (Santín, 2003) o PISA²³ (Perelman y Santín, 2011). En los estudios llevados a cabo en otros países se tiende a considerar los

²² Las siglas TIMSS hacen referencia al *Third International Mathematics and Science Study* o Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias.

²³ Las siglas PISA hacen referencia al *Programme for International Student Assessment* o Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes.

resultados de las pruebas de evaluación nacionales (Ruggiero, 1996; Kirjavainen y Loikkanen, 1998; Bradley, Johnes y Millington, 2001, Iregui, Melo y Ramos, 2006; Waldo, 2007; Conroy y Arguea, 2008) o internacionales (Afonso y St.Aubyn, 2006; Giménez, Prior y Thieme, 2007).

Dentro del sistema educativo universitario, los estudios contemplados en la Tabla 6 muestran cómo las principales unidades de análisis son los departamentos (Johnes y Johnes, 1993; Madden, Savage y Kemp, 1997; Martínez Cabrera, 2000, 2003; Giménez, 2004; Martín Rivero, 2005; Tyagi, Yadav y Singh, 2009) o las propias universidades (Athanasopoulos y Shale, 1997; Abbott y Doucouliagos, 2003; Johnes, 2006; Celik and Ecer, 2009; Johnes y Yu, 2008; Tommaso y Johnes, 2009).

Los *inputs* utilizados varían en función de los diferentes estudios, aunque un insumo que se incluye de manera generalizada es el número de personas dedicadas a tareas de docencia y de investigación.

Respecto a las variables de resultado, los *outputs* se pueden clasificar en *outputs* de docencia y *outputs* de investigación. Dentro del primer grupo se introducen las variables relativas al número y tipo de publicaciones de carácter científico, mientras que en la segunda categoría hay una tendencia a considerar variables relacionadas con el número de alumnos matriculados en estudios de grado y/o de postgrado, así como el número de títulos concedidos.

Los resultados obtenidos, para un nivel educativo y para otro, muestran la existencia de un conjunto de unidades ineficientes que pueden llegar a incrementar su eficiencia analizando el comportamiento de las unidades eficientes que constituyen su grupo de referencia.

El procedimiento de análisis más utilizado es el Análisis Envolvente de Datos. Esta técnica no paramétrica es el principal método aplicado en el análisis de la eficiencia dentro del sector educativo (Worthington, 2001), tanto en lo que al nivel educativo no universitario como a la educación superior se refiere, por encima de otras técnicas paramétricas como los Modelos de Fronteras Estocásticas. El objetivo

del próximo capítulo ha sido profundizar en este conjunto de procedimientos metodológicos.

1.3.4. El caso de la eficiencia-X en educación.

Al igual que en cualquier otro sector productivo, dentro del sistema educativo la eficiencia-X hace referencia a aquellas situaciones ineficientes en las que la causa de dicha ineficiencia no está asociada a aspectos tecnológicos u organizativos, sino al comportamiento de los individuos que forman parte de las instituciones (Seijas Días, 2004).

La aplicación del concepto de eficiencia-X dentro sector educativo ha sido llevada a cabo por Levin (1997). Este autor toma las bases sentadas por Leibenstein (1966, 1978a, 1978b), según las cuales la forma en que interactúan los individuos dentro de la organización, la motivación o el esfuerzo que realizan los trabajadores, son algunos de los factores que influyen en la eficiencia de la misma, para trasladarlas al campo de la educación.

Levin (1997) indica que los estudios de eficiencia educativa han perseguido buscar *inputs* efectivos a través de la estimación, principalmente, de la función de producción educativa o de ratios costo-efectividad, sin proporcionar una clara evidencia de por qué unas escuelas son más eficientes que otras. Así, este autor, al igual que Leibenstein, considerará que las diferencias observadas en los niveles de eficiencia pueden deberse a las variables asociadas al comportamiento de los individuos dentro de las organizaciones educativas, e identificará cinco factores asociados a esta eficiencia-X:

- Establecimiento de un objetivo claro, comprendido y acordado por todos los miembros de la organización, y asociado a resultados medibles para poder evaluar el progreso de la organización.
- Instaurar un sistema de incentivos que recompense la contribución de los trabajadores en la consecución de este objetivo

- Acceso de manera continua y sistemática a la información²⁴ necesaria para poder detectar problemas, salvar obstáculos o tomar decisiones, entre otros, de manera rápida.
- Capacidad de adaptación ante situaciones de cambio prestando atención a la asignación de recursos y a las habilidades necesarias de sus trabajadores en función de las diferentes necesidades que se planteen.
- Uso de una tecnología productiva consistente con los costes necesarios y/o obligatorios.

Estos factores identificados por Levin no deben perderse de vista si se desea mejorar la eficiencia-X, en particular, y la eficiencia educativa, en general, ya que un sistema educativo que persiga ser eficiente debe prestar atención a la eficiencia-X, a la eficiencia asignativa, a la eficiencia de escala, a la eficiencia técnica o a cualquier otro tipo de eficiencia que contribuya a mejorar la calidad.

²⁴ Dentro del sector educativo una de las principales fuentes de información de que se dispone es la medida del rendimiento proporcionada por pruebas estandarizadas que informan del progreso de los alumnos.

1.4. RECAPITULACIÓN

Título: MEDIDA DE LA EFICIENCIA EN EL SECTOR PÚBLICO

Tipo de capítulo: Teórico

Objetivos:

Justificar la importancia de evaluar la eficiencia en el sector público en general, y en el sector educativo en particular.

Diferenciar el concepto de eficiencia de los de eficacia y productividad.

Identificar los diferentes tipos de eficiencia productiva y educativa.

Sintetizar los principales trabajos empíricos que han medido la eficiencia dentro del ámbito educativo.

Procedimiento:

En este capítulo se justifica la importancia de evaluar la eficiencia dentro del sector público y, más concretamente, dentro del sector educativo. Del mismo modo, se analiza en qué medida las diferentes leyes educativas que regulan o han regulado el sistema educativo español a lo largo de los últimos años han abogado por la asignación y utilización eficiente de los recursos. Tras esta justificación inicial, se profundiza en los conceptos de eficiencia productiva y de eficiencia educativa, diferenciándolos de otros términos relacionados como pueden ser la eficacia o la productividad, y abordando los tres tipos de eficiencia propuestos por Farrell (técnica, asignativa y económica o global) y la ineficiencia-X propuesta por Leibenstein. Finalmente, se hace un recorrido por algunos de los principales estudios que han perseguido evaluar la eficiencia educativa, tanto en los niveles educativos no universitarios como en el sistema educativo de educación superior.

Palabras clave: Eficiencia, eficacia, productividad, sector público, legislación educativa

1.5. ABSTRACT

Title: EFFICIENCY MEASUREMENT IN THE PUBLIC SECTOR

Type of chapter: Theoretical

Objectives:

To explain the importance of evaluating efficiency in the public sector as a whole, with special emphasis on the education sector.

To distinguish the concepts of efficiency from effectiveness and productivity.

To identify the different types of productive and educational efficiency.

To synthesize the main empirical works that have measured efficiency in an educational setting.

Procedure:

This chapter explains the importance of evaluating efficiency in the public sector and, more specifically, in the education sector. It, also, analyses the extent to which the different education laws that regulate, or have regulated, the Spanish education system over the past few years have advocated for efficient allocation and employment of resources. After this initial explanation, we study in greater depth the concepts of productive and educational efficiency, distinguishing them from other related terms, such as effectiveness or productivity, taking into consideration the three types of efficiency proposed by Farrell (technical, allocative and economic or global) and the X-inefficiency proposed by Leibenstein. Finally, we go over some of the most significant studies that have attempted to assess educational efficiency at non-university levels of education, and also in higher education.

Key words: Efficiency, effectiveness, productivity, public sector, education laws

CAPÍTULO 2. MÉTODOS PARA LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA

El interés creciente por el análisis de la eficiencia, tanto en el sector público como en otros sectores productivos, ha traído como consecuencia el desarrollo de diferentes métodos para su medida. Aunque en un primer momento los trabajos llevados a cabo tomaron como base los modelos de regresión múltiple, posteriormente los esfuerzos se dirigieron hacia el desarrollo de nuevas técnicas frontera. Este último conjunto de procedimientos se caracteriza por el hecho de considerar eficientes todas aquellas unidades que operan sobre la frontera de coste o de producción, e ineficientes las unidades situadas debajo de dicha frontera (Barrow y Wagstaff, 1989).

La diferenciación anterior puede dar lugar a una de las primeras taxonomías de las que puede ser objeto el conjunto de métodos utilizados en la medida de la eficiencia, distinguiéndose entre aproximaciones no frontera²⁵ y aproximaciones frontera. Junto con ella, es posible hacer referencia a otro tipo de clasificaciones

²⁵ Aunque esta exposición se centrará en las técnicas fronteras, se debe señalar que dentro de las aproximaciones no frontera se incluyen las técnicas apoyadas en modelos de regresión (carácter paramétrico) y el Análisis Cluster (carácter no paramétrico).

atendiendo, entre otros, al cálculo empírico de las fronteras y al tipo de frontera que se construye.

Centrándonos en el cálculo de las fronteras, las técnicas utilizadas se pueden diferenciar en procedimientos paramétricos y no paramétricos, según sea o no especificada a priori una forma funcional para la función de producción.

De otro lado, entre los principales tipos de fronteras, dentro del contexto del análisis de la eficiencia, destacan las fronteras determinísticas y las fronteras estocásticas, siendo la especificación o no del componente aleatorio la principal distinción entre ellas. De esta forma, las fronteras determinísticas consideran que toda la desviación de una unidad de producción respecto a la frontera es atribuible a la ineficiencia de la unidad. Dentro de este planteamiento no tiene cabida que las organizaciones puedan verse influidas por variables exógenas que no están bajo su control y que inciden de manera diferencial sobre las organizaciones (Álvarez Pinilla, 2001). Por su parte, en las fronteras estocásticas (Aigner, Lovell y Schmidt, 1977; Meeusen y van den Broeck, 1977), junto con el término relativo a la ineficiencia técnica, se considera el efecto aleatorio fuera del control del productor que puede afectar al *output*.

En resumen, teniendo en cuenta las diferentes clasificaciones, el presente capítulo ha perseguido, en un primer momento, analizar las características de los principales métodos frontera utilizados para la medida de la eficiencia, diferenciando las ventajas e inconvenientes que presenta cada uno de ellos, para, en un segundo apartado, profundizar en el Análisis Envolvente de Datos que es la técnica más ampliamente utilizada dentro del sector público y, consecuentemente, dentro del campo de la educación.

2.1. TÉCNICAS PARA LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA

Tal y como se ha señalado anteriormente, los principales métodos utilizados en el cálculo de la eficiencia pueden clasificarse en métodos paramétricos y métodos no paramétricos, atendiendo a la forma en que es calculada la frontera productiva, y en determinísticos o estocásticos, según sea o no especificado el componente aleatorio. A

continuación, se presentan las diferentes técnicas a analizar tomando como referencia esa taxonomía.

2.1.1. Métodos paramétricos

En un intento de llevar a la práctica las ideas teóricas propuestas por Farrell (1957) para la medida de la eficiencia, han sido varios los autores que han procedido al cálculo empírico de la frontera productiva. Para ello, una parte importante de estos estudios se han apoyado en modelos paramétricos que establecen una forma funcional predeterminada de la función de producción, en la que los parámetros son constantes, y que posteriormente han estimado mediante técnicas econométricas o a través de programación matemática (Cordero, 2006).

Estos trabajos han partido de la definición teórica de la función de producción expresada como la máxima cantidad de *output* obtenida dado un conjunto de *inputs*, que tiene lugar en el marco de una tecnología que permanece fija (Aigner et al., 1977; Lovell, 1993). De esta forma, para una empresa que produce un solo *output* la función queda definida como:

$$y_i = f(\mathbf{x}_i; \boldsymbol{\beta}) \quad (7)$$

Donde y_i es la máxima cantidad de *output* obtenido dado el vector de *inputs* \mathbf{x}_i , y $\boldsymbol{\beta}$ es el vector de parámetros que deben ser estimados.

Sin embargo, la forma en que los diferentes autores han estimado esa frontera productiva ha dado origen a distintos enfoques para el cálculo de la eficiencia según se hayan aplicado métodos de programación matemática en la estimación de las fronteras paramétricas (Aigner y Chu, 1968) o técnicas econométricas, basadas en métodos de Máxima Verosimilitud (Afriat, 1972) o en métodos de Mínimos Cuadrados Corregidos (Richmond, 1974).

Pese a las diferencias entre unos y otros procedimientos, una de las limitaciones compartida por este grupo de técnicas radica en el carácter determinista de la frontera de producción que se construye (Díez Martín, 2007). Este hecho implica

la no consideración de errores de medida ni de especificación de los *inputs* y de los *outputs* introducidos en el modelo. De esta forma, y con la finalidad de solventar esta limitación, en un segundo momento se han dirigido los esfuerzos al desarrollo de nuevas aproximaciones estocásticas (Aigner et al., 1977; Meeusen y van den Broeck, 1977) en las que el término error queda definido como la suma de un componente simétrico que representa el término aleatorio y un componente no negativo que refleja la ineficiencia.

De este conjunto de procedimientos, dos de las técnicas paramétricas más ampliamente usadas para el análisis de la eficiencia²⁶ son el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos²⁷ (Winsten, 1957; Gabrielsen, 1975; Greene, 1980; Olsen, Schmidt y Walkman, 1980) y el Análisis de Fronteras Estocásticas²⁸ (Aigner et al., 1977; Meeusen y van den Broeck, 1977).

Ambas técnicas parten de una función de producción a partir de la cual se estiman los parámetros que permiten caracterizar la frontera eficiente. De esta forma, ante la siguiente función de producción Cobb Douglas:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(x_{n,i}) + \varepsilon_i; \quad i = 1, \dots, I \quad (8)$$

Donde:

y_i es la cantidad de *output* producido por el productor i .

β_0 es una constante .

$x_{n,i}$ es un vector de N *inputs* usados para producir i .

β_n es un vector de parámetros a ser estimado.

²⁶ Junto con el método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos y el análisis de Fronteras Estocásticas coexisten otro conjunto de técnicas como es el caso de las Funciones Distancias que aunque no se abordarán en este capítulo, han sido aplicadas en el ámbito educativo (Perelman y Santín, 2011). Las funciones distancias se basan en la lógica de las fronteras estocásticas pero permiten describir tecnologías que utilizan múltiples *inputs* para producir múltiples *outputs* (Shephard, 1970).

²⁷ Para hacer referencia al método de Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos se utilizan las siglas COLS que corresponden a las del término en inglés *Corrected Ordinary Least Squares*.

²⁸ Para hacer referencia al Análisis de Fronteras Estocásticas se utilizan las siglas SFA que corresponden a las del término en inglés *Stochastic Frontier Analysis*.

ε_i es un residuo.

La medida de la eficiencia en estos procedimientos paramétricos se basa en la estimación del residuo ε_i , que representa la distancia de las unidades a evaluar con respecto a la frontera productiva. Sin embargo, el modo de interpretar ese residuo es la principal diferencia entre el método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios Corregidos y el Análisis de Fronteras Estocásticas.

2.1.1.1. Mínimos cuadrados ordinarios corregidos

Si partiendo de la ecuación 8, se considera como medida de la ineficiencia la totalidad del residuo, la función de la frontera de producción determinística queda definida (Kumbhakar y Lovell, 2000) como:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(x_{n,i}) - u_i ; \quad i = 1, \dots, I \quad (9)$$

Donde:

u_i es mayor o igual que cero de manera que se garantiza que $y_i \leq f(x_i; \beta)$.

Este término hace referencia a la ineficiencia de la unidad, y mide la distancia de la unidad de producción respecto a la frontera productiva.

Por tanto, el índice de eficiencia técnica de una unidad de producción, en el caso de las fronteras de producción determinísticas, viene dado por:

$$ET_i = \frac{y_i}{f(x_i; \beta)} \quad (10)$$

Donde:

$f(x_i; \beta)$ es la frontera de producción determinística.

A pesar de la fácil comprensión de la anterior estimación de la eficiencia por medio del método de mínimos cuadrados ordinarios²⁹ (OLS), el principal obstáculo al que tiene que hacer frente ese procedimiento es el desplazamiento del término constante β_0 (Greene, 2005). Así, surge el método de los mínimos cuadrados ordinarios corregidos (COLS), como una aproximación³⁰ que persigue solventar las limitaciones que presentan la técnica OLS en el cálculo de la frontera productiva.

El método de los mínimos cuadrados ordinarios corregidos fue sugerido por Winsten (1957) en la discusión sobre el trabajo de Farrell (1957). Sin embargo, posteriormente van a ser Gabrielson (1975) y Greene (1980) los que demuestren la consistencia de los estimadores obtenidos a través de este procedimiento.

El proceso a seguir consta de dos pasos. En un primer momento se aplica el método de los Mínimos Cuadrados Ordinarios para obtener una estimación consistente e insesgada del vector de parámetros β_n y una estimación consistente pero sesgada del vector de parámetros β_0 . En una segunda etapa, el intercepto sesgado β_0 es corregido para asegurar que la frontera estimada deje la totalidad de las unidades debajo de ella (Kumbhakar y Lovell, 2000). De esta forma, el intercepto es estimado como:

$$\hat{\beta}_{0(COLS)} = \hat{\beta}_0 + \max_i \hat{u}_i \quad (11)$$

Es decir, la constante β_0 es corregida con el máximo residuo positivo de la estimación realizada por OLS en la primera etapa. Este residuo $\max_i \hat{u}_i$ corresponde al error de la unidad más eficiente de forma que todas las demás observaciones se situarán por debajo de la frontera corregida.

Del mismo modo, los residuos son corregidos tal y como se señala a continuación:

²⁹ Para hacer referencia al método de Mínimos Cuadrados Ordinarios se utilizan las siglas OLS que corresponden a las del término en inglés *Ordinary Least Squares*.

³⁰ Otra aproximación alternativa a proceso COLS viene de la mano de los Mínimos Cuadrados Ordinarios Modificados (MOLS, *Modified Ordinary Least Squares*), la cual tras estimar por OLS la frontera de producción el término constante es modificado, en una segunda etapa, por la media de la distribución asumida para u_i (Afriat, 1972; Richmond, 1974).

$$\hat{u}_{i(COLS)} = \hat{u}_i - \max_i \hat{u}_i \quad (12)$$

Así, se garantiza que el valor del error $\hat{u}_{i(COLS)}$ sea igual a cero en el caso de las mejores prácticas o unidades eficientes, y negativo en el caso de las unidades ineficientes. Igualmente, el valor de $|\hat{u}_{i(COLS)}|$ es mayor a medida que las unidades se alejan de la frontera productiva y, por tanto, aumenta su nivel de ineficiencia.

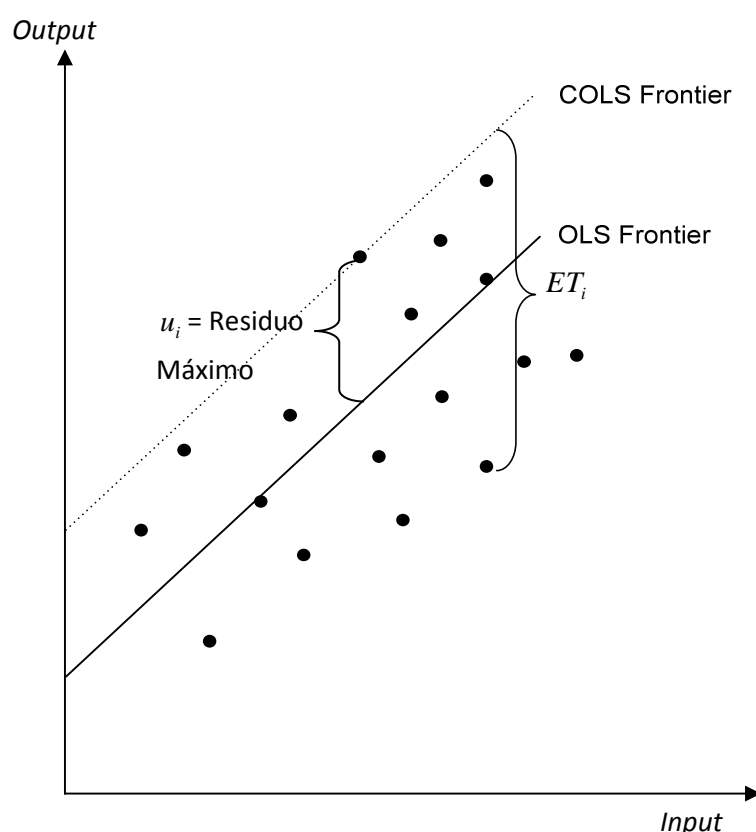


Figura 12: Frontera productiva calculada por medio del método COLS
Fuente: Elaboración propia

A modo ilustrativo, la Figura 12 permite observar cómo tras el cálculo de la regresión OLS el intercepto es corregido desplazando su posición hasta que la frontera productiva se sitúa sobre aquella mejor práctica o unidad eficiente. Así, todas las demás unidades quedarán por debajo de la frontera COLS y constituirán el grupo de unidades de producción ineficientes, siendo el valor de la ineficiencia la distancia de la unidad respecto a su proyección sobre la frontera COLS.

2.1.1.2. Análisis de Fronteras Estocásticas

Las fronteras de producción estocásticas fueron propuestas por Aigner et al. (1977) y Meeusen y van den Broeck (1977) de manera simultánea, motivados por la idea de que toda la desviación de la unidad productiva respecto a la frontera podía no deberse a la ineficiencia de la unidad evaluada. De esta forma, estos modelos permiten medir, no sólo, la ineficiencia técnica de las organizaciones, sino también, el efecto que las variables aleatorias que están fuera del control del productor ejercen sobre el *output*.

Para ello los autores van a descomponen el término error tal y como se detalla a continuación (Aigner et al., 1977):

$$\varepsilon_i = v_i + u_i ; \quad i = 1, \dots, I \quad (13)$$

Donde:

v_i es el componente aleatorio y sigue una distribución normal con media cero y varianza constante ($v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$). Este término implica que la frontera productiva puede variar entre las diferentes unidades, e incluso dentro de una misma unidad a lo largo del tiempo, debido a la influencia de elementos externos favorables o desfavorables a dicha unidad tales como la suerte, el clima, la geografía,..., etc.

u_i es un término no negativo ($u_i \geq 0$) que refleja la ineficiencia técnica de la unidad evaluada y que se distribuye de manera independiente a v_i . Proporciona información sobre aquellas desviaciones respecto a la frontera que son resultado de factores que están bajo el control de las unidades productivas.

Así, ante la función de producción representada en la ecuación 8 y considerando que junto con el término relativo a la ineficiencia puede coexistir un efecto aleatorio que está fuera del control del productor, la función de la frontera de producción estocástica queda definida (Kumbhakar y Lovell, 2000) como:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_{n=1}^N \beta_n \ln(x_{n,i}) + v_i - u_i ; \quad i = 1, \dots, I \quad (14)$$

Asumiendo que tanto v_i como u_i se distribuyen de manera independiente entre sí y de los regresores, OLS va a proporcionar una estimación consistente de los parámetros β_n pero no del intercepto β_0 , ya que $E(\varepsilon_i) = -E(u_i) \leq 0$. Por este motivo es necesario la utilización de otra técnica que ofrezca una estimación consistente del intercepto y de las varianzas de los dos componentes del error. Para ello, una alternativa posible pasará por llevar a cabo un proceso de dos fases en el que, en un primer momento, se estimen los parámetros β_n mediante OLS y, en un segundo lugar, se calculen, mediante el método de máxima verosimilitud, el intercepto β_0 y la varianza de v_i y de u_i (Kumbhakar y Lovell, 2000).

Por su parte, el índice de eficiencia técnica de una organización para este tipo de fronteras viene definido por:

$$ET_i = \frac{y_i}{f(x_i; \beta) + v_i} \quad (15)$$

Donde:

$f(x_i; \beta) + v_i$ es la frontera de producción estocástica.

La Figura 13 representa una frontera productiva calculada a partir del análisis de fronteras estocásticas. A modo interpretativo, cabe diferenciar entre las unidades que se sitúan por encima y por debajo de la frontera productiva.

Las unidades situadas encima de la frontera productiva son unidades eficientes y la posible desviación respecto a dicha frontera es una medida del ruido aleatorio debido, entre otros, a errores de medida de las variables, a una mala especificación del modelo o a elementos fuera del control de la unidad productiva, que hacen que ésta obtenga mejores resultados.

La distancia con respecto a la frontera de aquellas unidades que se sitúan por debajo de ella proporciona información, por un lado, de la ineficiencia técnica de la

unidad y, por otro, del efecto causado por factores que no están bajo su control y que pueden provocar diferencias en el nivel de producción conseguido. No obstante, dentro de este grupo es posible encontrar algunas unidades eficientes que se sitúan debajo de la frontera productiva debido al efecto, exclusivamente, de las variables aleatorias que están ejerciendo un efecto negativo sobre su nivel de producción.

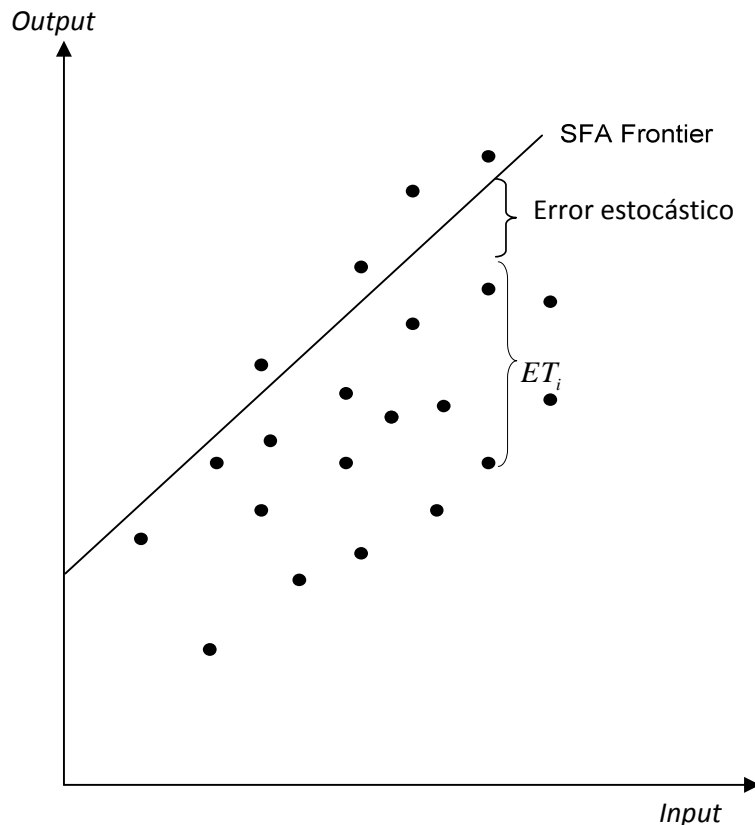


Figura 13: Frontera productiva calculada por medio del método SFA
Fuente: Elaboración propia

2.1.2. Métodos no paramétricos.

En contraste con la aproximación paramétrica, que tiende a evaluar la eficiencia de las organizaciones comparándolas con una unidad de referencia impuesta, desde finales de la década de los setenta han surgido una serie de trabajos basados en la aplicación de procedimientos no paramétricos (Charnes, Cooper y Rhodes, 1978, Banker, Charnes y Cooper, 1984, Deprins, Simar y Tulkens, 1984, Charnes, Cooper, Golany, Seiford y Stutz, 1985, Tulkens, 1993). Este conjunto de contribuciones,

apoyadas generalmente en la programación matemáticas, permiten analizar la eficiencia relativa de una organización en comparación con otras organizaciones de su misma industria (Worthington, 2001).

La característica distintiva de este tipo de metodología está en su naturaleza no paramétrica, ya que no utiliza ninguna asunción a priori de la forma funcional de la relación de producción, ni de la distribución estadística de la ineficiencia, es decir, parte de la idea de que la tecnología de producción no es observable. Este hecho hace posible que los datos “puedan hablar por si mismos” más que forzarles a usar el idioma de alguna forma funcional o función de distribución impuesta (Cherchye, Kuosmanen y Post, 2002).

De acuerdo a estas características, las técnicas no paramétricas gozan de mayor flexibilidad y, por tanto, son más apropiadas cuando el conocimiento sobre el proceso productivo es más limitado. Para estimar índices de eficiencia productiva aplicando la metodología no paramétrica es necesario llevar a cabo el siguiente proceso (Gonzalez Fidalgo, 2001):

- Establecer un conjunto de supuestos que describan las propiedades de la tecnología de producción.
- Definir el tipo de índice que se va a estimar.
- Establecer la programación matemática que permita calcular el índice definido.

Dentro de los procedimientos no paramétricos empleados en el análisis de la eficiencia, la técnica que goza de mayor popularidad es el Análisis Envolvente de Datos (DEA³¹) cuyas bases se encuentran en el trabajo de Charnes et al. de 1978. Sin embargo, sustentándose en esta técnica, en los últimos años han aparecidos nuevos modelos no paramétricos para el análisis de la eficiencia como el *Free Disposal Hull* (FDH) o el *Stochastic Nonparametric Envelopment of Data* (StoNED), que junto con el DEA se describen a continuación.

³¹ Para hacer referencia al Análisis Envolvente de Datos se utilizan las siglas DEA que corresponden a las del término en inglés *Data Envelopment Analysis*.

2.1.2.1. Análisis Envolvente de Datos.

El Análisis Envolvente de Datos se presenta como la alternativa no paramétrica por excelencia para el cálculo de la eficiencia productiva propuesta por Farrell (1957). Las primeras alusiones a esta técnica están contenidas en el trabajo doctoral de Eduardo Rhodes³² (1978) y en el artículo *Measuring the efficiency of decision making units* (Charnes et al., 1978) publicado en el *European Journal of Operational Research*.

En contraste con la aproximación paramétrica, el DEA compara cada observación individual con una frontera que está compuesta por el conjunto de “unidades tomadoras de decisiones” (DMUs³³) eficientes, en el sentido paretiano, de su misma industria (Charnes, Cooper, Lewin y Seiford, 1994).

La Figura 14 muestra la comparación entre el análisis de regresión paramétrico y el DEA. Como se puede observar, mientras que la aproximación paramétrica requiere la imposición de una forma funcional que especifique la relación entre las variables dependientes e independientes, así como otras posibles restricciones, el DEA no establece ninguna asunción sobre la forma funcional de la frontera y calcula una medida del máximo rendimiento posible para cada DMU en relación a las demás DMUs de la población observada. La única restricción que considera esta técnica pasa porque las unidades de análisis caigan sobre o por debajo de la frontera productiva (Charnes et al., 1994). De esta forma, a la hora de evaluar la eficiencia, las DMUs ineficientes pueden ser proyectadas sobre la frontera formada por las DMUs eficientes que la envuelven, pudiéndose cuantificar el grado de ineficiencia como la distancia con respecto a dicha frontera.

³² En este trabajo, supervisado por William W. Cooper, Rhodes (1978) utiliza la metodología DEA para analizar la eficiencia en el ámbito educativo.

³³ En el Análisis Envolvente de Datos para referirse a las unidades de decisión a evaluar se utilizan las siglas DMU que responden al término en inglés de Decisión Making Unit.

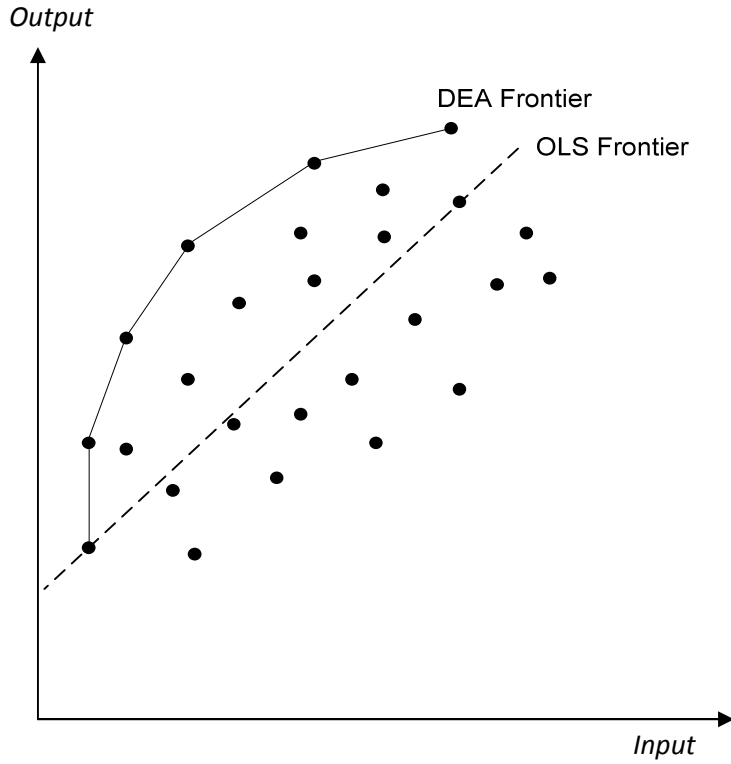


Figura 14: Frontera calculada por OLS vs. Frontera calculada mediante DEA
Fuente: Elaboración propia

La propuesta de Charnes et al. (1978) para el análisis de la eficiencia a través del DEA se basa en que la medida de eficiencia de cualquier DMU es obtenida como la ratio entre la suma ponderada de *outputs* y a la suma ponderada de *inputs*, sujeto a la condición de que la ratio para cada DMU es mejor o igual a la unidad. De esta forma:

$$\max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (16)$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

Donde:

y_{r0} es la cantidad de *output* r producido por la DMU evaluada.

x_{i0} es la cantidad de *input* i consumido por la DMU evaluada.

u_r es el peso o la ponderación internamente calculado para el *output* r .

v_i es el peso o la ponderación internamente calculado para el *input* i .

Haciendo referencia a las primeras n restricciones del modelo, éstas señalan que el peso asignado a una DMU tiene que poder ser asumido por cualquiera de las j unidades evaluadas, siendo $j = 1, \dots, n$ y garantizándose que para todo j se cumpla

que $\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \leq 1$. Este supuesto trae consigo dos implicaciones, la primera de ellas

hace referencia a que cualquier unidad productiva puede llegar a producir la misma cantidad de *output* que otra unidad si utiliza para ello la misma cantidad de *inputs* y , la segunda, que el valor máximo que puede alcanzar h_0 es 1 que corresponderá a aquellas unidades eficientes, siendo, por tanto, para las unidades ineficientes el valor de h_0 inferior a 1.

Por su parte, la limitación que indica que $u_r, v_i \geq 0$ asegura que las ponderaciones no sean negativas. Considerando esta restricción, la de la no negatividad de las ponderaciones, Charnes, Cooper y Rhodes (1979) sustituyeron la condición de no negatividad por la condición de positividad estricta, $u_r, v_i \geq \varepsilon$, donde ε es un infinitésimo no arquimedeo. De esta forma, se garantiza que todos los *outputs* e *inputs* sean considerados en la estimación de la eficiencia, ya que, tal y como estaba inicialmente planteado el modelo, si cualquiera de las ponderaciones toma el valor de cero anularía el *input* o el *output* de la estimación.

Las restricciones impuestas en este modelo permiten que para cada una de las unidades de análisis se calculen las ponderaciones que más les favorezcan, es decir, la

ponderación será mayor en el caso de los *inputs* que menos se utilizan y en el caso de los *outputs* que más se producen.

Aunque el anterior modelo para la medida de la eficiencia, conocido como modelo CCR orientado al *input*, sentó las bases del análisis envolvente de datos, posteriormente han sido varios los modelos DEA propuestos, así como las extensiones de los mismos. Dentro del primer grupo se debe hacer referencia a otros tres modelos que, junto con el modelo CCR, constituyen el grupo de los “modelos básicos” desarrollados a partir de la metodología DEA y que son: el modelo BCC (Banker et al., 1984), el modelo Multiplicativo (Charnes, Cooper, Seiford y Stutz, 1982, 1983) y el modelo Aditivo (Charnes, Cooper, Golany, Seiford y Stutz, 1985).

Estos desarrollos metodológicos se pueden clasificar en función del tipo de medida de la eficiencia que proporcionan, la orientación del modelo y la tipología de los rendimientos a escala que caracterizan a la tecnología de producción (Coll y Blasco, 2006).

Atendiendo al tipo de medidas proporcionadas es posible diferenciar entre modelos radiales, cuando la reducción de los *inputs* o el incremento de los *outputs* sea equiproporcional para todos los *inputs* o para todos los *outputs*, y no radiales, cuando la máxima reducción en los *inputs* o el máximo incremento alcanzable en los *outputs* no es equiproporcional para todos los elementos.

Según su orientación, los modelos podrán ser *input* orientados, cuando se persiga la máxima reducción de los *inputs* mientras permanecen constantes los *outputs*, *output* orientados, en el caso en que el objetivo sea maximizar los *outputs* manteniendo constante el nivel de *inputs*, e *input-output* orientados, si se busca simultáneamente reducir los *inputs* y expandir los *outputs*.

Finalmente, haciendo referencia a la tipología de los rendimientos que caracterizan la tecnología de producción se podrá hablar de la existencia de rendimientos constantes a escala, cuando el incremento porcentual del *output* sea igual al incremento porcentual de los *inputs*, o de rendimientos variables a escala que,

a su vez, podrán ser rendimientos crecientes³⁴ a escala, cuando el incremento porcentual del *output* sea mayor que el incremento porcentual de los *inputs*, o rendimientos decrecientes³⁵ a escala, en los casos en que el incremento porcentual de los *outputs* sea menor que el incremento porcentual de los *inputs*.

Un análisis exhaustivo de los modelos CCR y BCC, así como una revisión más profunda de la metodología DEA, se ha llevado a cabo en el segundo apartado de este capítulo.

2.1.2.2. Free Disposal Hull.

El método Free Disposal Hull (FDH) fue propuesto por Deprins, Simar y Tulkens en 1984 como un caso particular del Análisis Envolvente de Datos. La principal diferencia entre ambas técnicas radica en que el modelo FDH toma como única asunción la libre disponibilidad de los *inputs* y de los *outputs* (Leleu, 2006), lo cual supone que una unidad puede producir mayor nivel de *outputs* con la misma cantidad de recursos que otra unidad (fuerte disponibilidad de *output*) o que una unidad puede producir igual cantidad de *output* que otra utilizando para ello mayor cantidad de recursos (fuerte disponibilidad de *input*).

Junto con ello, otra de las características de esta técnica hace referencia a la consideración de la no convexidad del conjunto de combinaciones de los *inputs* y de los *outputs*, lo cual asegura que la evaluación de la eficiencia sólo se vea afectada por el rendimiento del conjunto de unidades analizadas (Soleimani-damaneh, Jahanshahloo y Reshadi, 2006). La suspensión del supuesto de convexidad, que implica la posibilidad de producción de cualquier combinación lineal entre dos unidades observadas, trae consigo una estructura escalonada como la que se ilustra a continuación:

³⁴ Los rendimientos crecientes a escala también son llamados economías de escala.

³⁵ Los rendimientos decrecientes a escala también se conocen como deseconomías de escala.

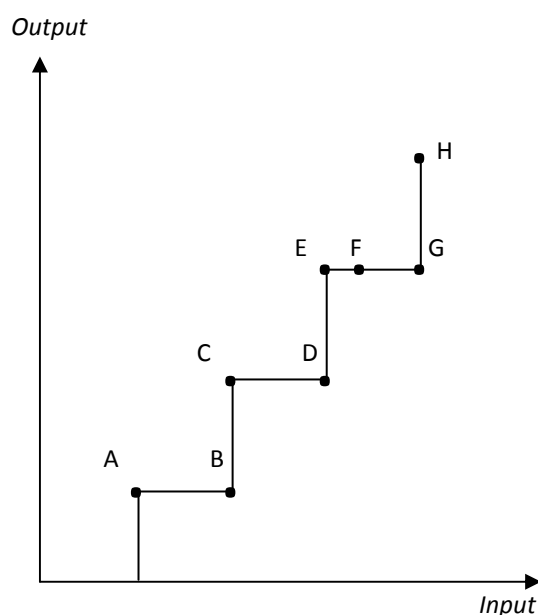


Figura 15: Frontera FDH
Fuente: Elaboración propia

En la Figura 15, que recoge el conjunto de posibilidades de producción para el caso de un *input* y un *output*, se observa cómo si en los modelos DEA la frontera eficiente estaba compuesta tanto por las unidades eficientes evaluadas como por las combinaciones lineales entre dos de estas unidades, la frontera FDH sólo incluye las primeras, garantizando que la estimación de la eficiencia sólo se vea afectada por los rendimientos de las observaciones actuales.

A modo interpretativo, el conjunto de DMUs relativamente eficientes está constituido por los elementos A, C, E y H, ya que desde esta aproximación una unidad es considerada eficiente cuando no es posible encontrar otra unidad que emplee menos cantidad de *input* para producir la misma cantidad de *output* o que obtenga más cantidad de *outputs* con la misma cantidad de *inputs*. En este sentido, la unidad B sería relativamente ineficiente al utilizar mayor cantidad de recursos que la unidad A para producir la misma cantidad de *output*, y producir menos cantidad de *output* que la unidad C, utilizando para ello la misma cantidad de *inputs*.

El cálculo de la frontera de posibilidades de producción viene establecido por la siguiente expresión:

$$\psi_{FDH} = \left\{ (x, y) \mid x \geq x_j, y \leq y_j, x, y \geq 0 \right\} \quad j = 1, \dots, n \quad (17)$$

Donde:

$x \geq x_j$ implica que cualquier unidad ineficiente utiliza mayor cantidad de *inputs*. para producir la misma cantidad de *output* que una unidad situada en la frontera eficiente.

$y \leq y_j$ garantiza que cualquier unidad ineficiente produce menos cantidad de *output* con la misma cantidad de *input* que una unidad situada en la frontera eficiente.

$x, y \geq 0$ indica que tanto los *inputs* como los *outputs* son positivos.

A modo de resumen, el modelo FDH proporciona una medida de la eficiencia de gran utilidad para las organizaciones evaluadas al identificar aquellas unidades que están obteniendo mejores resultados que ellas con los mismos recursos o que consiguen idénticos resultados con menor cantidad de insumos. De esta forma, las organizaciones ineficientes pueden fácilmente identificar los modelos de gestión de estas unidades eficientes y aplicarlos a su propia realidad (Trillo, 2002). Así mismo, este método puede ser aplicable a contextos en los que es difícil encontrar una buena justificación teórica o empírica que asegure la convexidad del conjunto de posibilidades de producción (Cherchye, Kuosmanen y Post, 2001) e, incluso, puede proporcionar ventajas sobre el DEA en condiciones económicas de competencia imperfecta e incertidumbre en los precios (Cherchye, Kuosmanen y Post, 2000).

2.1.2.3. Stochastic Nonparametric Envelopment of Data.

El método Stochastic Nonparametric Envelopment of Data (StoNED) es una técnica no paramétrica para el análisis de la eficiencia que combina las virtudes del Análisis Envolvente de Datos y del Análisis de Fronteras Estocásticas (Kuosmanen, 2006, 2007; Kuosmanen y Kortelainen, 2007).

La principal ventaja del DEA hace referencia al tratamiento no paramétrico de la frontera, ya que no establece ninguna forma funcional de la frontera productiva. El

SFA, por su parte, permite descomponer la desviación de las unidades respecto a la frontera eficiente en un componente de ineficiencia y un componente de ruido aleatorio. Así el StoNED toma las virtudes de ambas técnicas para calcular una medida de eficiencia que estime una frontera no paramétrica, imponiendo los supuestos de monotonidad y convexidad que establece el DEA y teniendo en cuenta las asunciones consideradas en el SFA para el tratamiento de la ineficiencia y del ruido aleatorio.

El modelo StoNED puede ser formulado como:

$$y_i = f(\mathbf{x}_i) + \varepsilon_i = f(\mathbf{x}_i) + v_i - u_i; \quad i = 1, \dots, n \quad (18)$$

Donde:

$f \in F_2 = \{f: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R} \mid f\}$ es una función monótona, creciente y cóncava.

$u_i \sim |N(0, \sigma_u^2)|$ mide la ineficiencia técnica de la unidad evaluada y sigue una distribución semi-normal con media cero y varianza constante.

$v_i \sim N(0, \sigma_v^2)$ refleja el componente aleatorio y se distribuye normalmente con media cero y varianza constante. Los términos u_i y v_i se distribuyen de manera independiente.

Dicha técnica puede considerarse una generalización de los modelos SFA y DEA, ya que si $f(\mathbf{x}_i)$ asume una determinada forma funcional quedaría definido el modelo SFA. Por otro lado, si se impone la restricción de que $\sigma_v^2 = 0$ y se relajan las asunciones relativas a la distribución del término de ineficiencia, el resultado sería el modelo DEA. En este sentido, tanto el SFA como el DEA podrían considerarse casos especiales del modelo StoNED (Kuosmanen y Kortelainen, 2007)

El proceso a seguir para la estimación de este modelo consta de dos fases:

- a) Estimación de la distribución de valores esperados $E(y_i | \mathbf{x}_i)$. El procedimiento utilizado para ello es el Convex Nonparametric Least Squares (CNLS). El CNLS (Kuosmanen, 2008) tiene en cuenta las propiedades de la teoría económica de

monotonicidad, convexidad y homogeneidad a la vez que no requiere ninguna asunción a priori sobre la forma funcional o el suavizado de la función de regresión.

- b) Dada la distribución de residuos CNLS, en una segunda etapa, se estima el término de ineficiencia y la distribución de errores. Este proceso puede ser llevado a cabo a través el Método de Momentos (Method of moments) o la estimación Pseudo-probabilística (Pseudolikelihood estimation).

De esta forma, obtenido el estimador consistente σ_u^2 por medio de cualquiera de los procedimientos señalados en la segunda fase, es posible estimar el residuo \hat{u}_i usando para ello la fórmula propuesta por Jondrow, Lovell, Materov y Schmidt en 1982 para el cálculo de la esperanza condicional de u_i dado ε_i ($E(u_i|\varepsilon_i)$).

La Figura 16 ilustra la frontera StoNED para el caso de un solo *input* y un solo *output*. En ella es posible observar cómo las unidades situadas por encima de la frontera productiva son unidades eficientes. La desviación de estas DMUs respecto a la frontera eficiente es debido al efecto del ruido aleatorio. Por su parte, la distancia respecto a la frontera de las unidades situadas debajo de ella proporciona información tanto de la ineficiencia técnica de la unidad como del efecto causado por variables que no están bajo su control y que están influyendo en el nivel de producción conseguido.

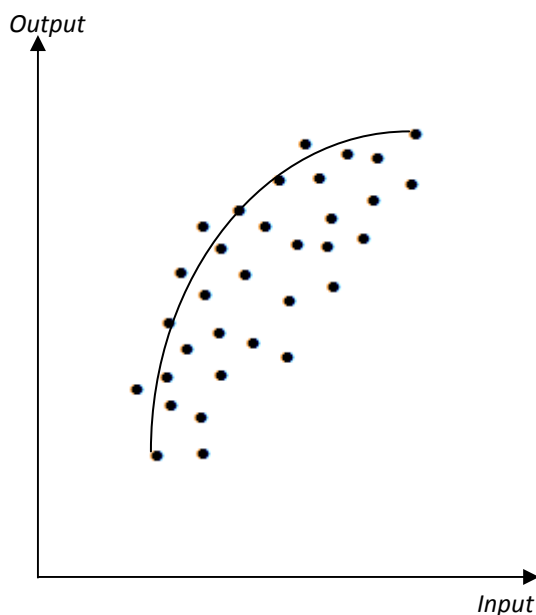


Figura 16: Frontera StoNED
Fuente: Elaboración propia

2.1.3. Ventajas e inconvenientes de las principales técnicas utilizadas en la medida de la eficiencia.

A pesar de su importancia, las técnicas abordadas a lo largo de este apartado son sólo algunos de los desarrollos metodológicos utilizados en la medida de la eficiencia. Como característica común a todas ellas se debe destacar que basan la medida de la eficiencia en la construcción de una frontera en la que se sitúan aquellas unidades eficientes. Sin embargo, el tipo de frontera que construyen, así como la forma de calcularla, condicionará las propiedades de los diferentes procedimientos analizados.

A modo de conclusión, y con el objetivo de sintetizar la información expuesta anteriormente, la Tabla 7 y la Tabla 8 recogen las principales ventajas e inconvenientes de los métodos desarrollados.

Tal y como se puede observar, la principal limitación de las técnicas paramétricas se centra en la necesidad de establecer a priori una forma funcional de la frontera productiva, mientras que entre sus ventajas se encuentra la posibilidad de contrastar hipótesis al realizar supuestos sobre la forma de la distribución del término error. Las técnicas no paramétricas, por su parte, pueden aplicarse a contextos en los que la función de producción es desconocida pero no permiten contrastar hipótesis estadísticas.

Haciendo referencia al tratamiento del ruido aleatorio, las técnicas estocásticas presentan mayores ventajas, en relación a las técnicas deterministas, al identificar, junto con el componente de ineficiencia, un término de error aleatorio que recoge el efecto de aquellas variables que están fuera del control del productor pero que influyen en el hecho de que la unidad evaluada tenga un nivel de producción distinto al esperado.

TÉCNICAS PARAMÉTRICAS

DETERMINISTA		ESTOCÁSTICO	
COLS		SFA	
Ventajas	Inconvenientes	Ventajas	Inconvenientes
<p>Permite establecer diferenciaciones entre las unidades eficientes.</p> <p>Fácil aplicación y comprensión.</p> <p>Es menos sensible al posible efecto de los <i>outliers</i> que las técnicas no paramétricas.</p> <p>Al realizar supuestos sobre la forma de la distribución del término error permite contrastar hipótesis.</p>	<p>No considera ruido aleatorio. Trata toda la desviación de la unidad ineficiente respecto a la frontera como medida de la ineficiencia.</p> <p>Limitaciones en la aplicación en contextos en los que la función de producción es desconocida, ya que requiere establecer a priori la forma funcional de la frontera productiva.</p>	<p>Permite establecer diferenciaciones entre las unidades eficientes.</p> <p>Separa los errores de medida de la estimación de la ineficiencia.</p> <p>Es menos sensible al posible efecto de <i>outliers</i>.</p> <p>Al realizar supuestos sobre la forma de la distribución del término error permite contrastar hipótesis.</p>	<p>Precisa establecer fuertes supuestos sobre el término de ineficiencia y el término error.</p> <p>Limitaciones en la aplicación en contextos en los que la función de producción es desconocida, ya que requiere establecer a priori la forma funcional de la frontera productiva.</p>

Tabla 7: Ventajas e inconvenientes de las técnicas paramétricas

Fuente: Elaboración propia

TÉCNICAS NO PARAMÉTRICAS					
DETERMINISTA				ESTOCÁSTICO	
DEA		FDH		StoNED	
Ventajas	Inconvenientes	Ventajas	Inconvenientes	Ventajas	Inconvenientes
Requiere pocos supuestos sobre la frontera de eficiencia.	No puede discriminar entre unidades eficientes.	Permite identificar los modelos de gestión de las unidades eficientes.	No considera ruido aleatorio.	No establece a priori ninguna forma funcional de la frontera productiva.	Para no vulnerar la dimensionalidad es necesario que el tamaño de la muestra sea grande cuando el número de <i>inputs</i> es elevado.
Permite introducir múltiples <i>inputs</i> y múltiples <i>outputs</i> , además los <i>inputs</i> y los <i>outputs</i> pueden estar medidos en escalas diferentes.	Máximo rigor metodológico en la selección y medición de las variables.	Se puede aplicar en contextos en los que es difícil asegurar la convexidad de las posibilidades de producción.	No permite contrastar hipótesis estadísticas.	Separa los errores de medida de la estimación de la ineficiencia.	Tratamiento del ruido en los <i>inputs</i> puede ser en ocasiones un problema.
Identifica fuentes de ineficiencia mostrando los recursos que se están utilizando en exceso	No considera ruido aleatorio	Resulta de utilidad en condiciones económicas de competencia imperfecta e incertidumbre en los precios.	No permite diferenciar entre unidades eficientes.	Es posible su aplicación en situaciones en las que se dispone de múltiples <i>outputs</i>	No permite diferenciar entre unidades eficientes.
	Al no realizar supuestos sobre la forma de la distribución del término error no permite contrastar hipótesis.		Es muy sensible al posible efecto de outliers.		Es una técnica muy reciente.
	Es muy sensible al posible efecto de <i>outliers</i> .				

Tabla 8: Ventajas e inconvenientes de las técnicas no paramétricas

Fuente: Elaboración propia

2.2. DESARROLLOS METODOLÓGICOS BASADOS EN EL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS

Como se pudo observar en el apartado precedente, el Análisis Envolvente de Datos se presenta como la alternativa no paramétrica más utilizada en el análisis de la eficiencia educativa. La gran aceptación de esta técnica en los diferentes contextos productivos, en general, y en el sector público, en particular, se debe, entre otros, a las características recogidas en la Tabla 9.

Sobre el contexto de aplicación	<p>Presenta ciertas ventajas frente a las aproximaciones paramétricas en la evaluación de unidades productivas cuyo principal objetivo no es la maximización de beneficios.</p> <p>Puede aplicarse en aquellos contextos en los que la relación entre los <i>inputs</i> y los <i>outputs</i> sea compleja o desconocida.</p>
Sobre el procedimiento	<p>Se centra en observaciones individuales en lugar de en medias poblacionales.</p> <p>Produce una medida sencilla y agregada para cada DMU en términos de su utilización de factores productivos para producir los <i>outputs</i> deseados.</p> <p>No requiere especificación o conocimiento a priori sobre los pesos o los precios de los <i>inputs</i> o de los <i>outputs</i>.</p> <p>No establece restricciones sobre la forma funcional de la relación de producción.</p>
Sobre los <i>inputs</i> y los <i>outputs</i>	<p>Puede utilizar simultáneamente múltiples <i>outputs</i> y múltiples <i>inputs</i>, presentados en diferentes unidades de medida.</p> <p>Puede ajustarse para variables exógenas.</p> <p>Puede incorporar variables categóricas (dummy).</p>
Sobre el cálculo de la frontera y la medida de la eficiencia	<p>Calcula estimaciones específicas de los cambios deseados en los <i>inputs</i> y los <i>outputs</i> de forma que las DMUs situadas debajo de la frontera productiva se puedan proyectar sobre ella.</p> <p>La frontera es óptima en el sentido Pareto.</p> <p>Da a conocer las mejores prácticas.</p> <p>Satisface el riguroso criterio de equidad en la evaluación relativa de cada DMU</p>

Tabla 9: Principales características del Análisis Envolvente de Datos

Fuente: Elaboración propia a partir de Charnes et al., 1994; Gómez et al., 2002; Cooper, Seiford y Tone, 2007

En resumen, es posible afirmar que la flexibilidad para aplicarse en contextos en los que la función de producción es desconocida, el cálculo de ponderaciones diferentes para cada una de las DMUs evaluadas, la posibilidad de utilizar simultáneamente diferentes *inputs* y *outputs*, así como, la fácil interpretación de las

medidas de eficiencia obtenidas, son sólo algunas de las razones que justifican la popularidad de esta técnica dentro del campo de la medida de la eficiencia.

A continuación se procederá a analizar algunos de los principales desarrollos metodológicos basados en el Análisis Envolvente de Datos, así como a la interpretación de las medidas de ineficiencia obtenidas por estos modelos.

2.2.1. Modelo CCR

El modelo CCR, propuesto por Charnes, Cooper y Rhodes en 1978, constituye el primer desarrollo metodológico basado en metodología DEA. Atendiendo al tipo de medidas que calcula, este modelo proporcionará unas estimaciones de la eficiencia radiales, *input* u *output* orientadas y supondrá rendimientos constantes a escala (Coll y Blasco, 2006).

La formulación fraccional del modelo CCR en su orientación al *input* ha quedado representado en la ecuación 16, donde la eficiencia se define como el cociente entre la suma ponderada de los *outputs* y la suma ponderados de los *inputs*.

Con la finalidad de facilitar la resolución del programa fraccional es habitual acudir a la programación lineal del modelo fijando, para ello, la suma ponderada del denominador. De esta forma, igualando la suma ponderada de los *inputs* a 1 es posible obtener el modelo CCR *input* orientado en su forma multiplicativa, tal y como se recoge en la Figura 17.

$$\max_{u,v} w_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$
$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0; \quad j = 1, \dots, n,$$
$$u_r, v_i \geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

Figura 17: Modelo CCR orientado al *input* primal

Al igual que en la versión fraccional del modelo, $i = 1, \dots, m$ hace referencia a los *inputs* utilizados, $r = 1, \dots, s$ sería el índice de los *outputs* obtenidos, $j = 1, \dots, n$ denota el conjunto de DMUs analizadas y $j = 0$ se utiliza para identificar la unidad que está siendo evaluada. Bajo los supuestos de este modelo, una unidad es considerada eficiente cuando $\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1$.

Dado que a cada problema de programación lineal original o programa primal le corresponde un programa dual, que permite simplificar la solución del primero, el modelo CCR con orientación al *input* dual³⁶, también conocido como modelo envolvente, viene definido por:

Sujeto a:	$\min_{\theta, \lambda} z_0 = \theta$
	$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}; \quad r = 1, \dots, s$
	$x_{i0} \theta - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0; \quad i = 1, \dots, m$
	$\theta \text{ libre}$
	$\lambda_j \geq 0$

Figura 18: Modelo CCR orientado al *input* dual

En su forma envolvente, una unidad será eficiente cuando el valor de θ estimado para esa DMU sea igual a uno. Así, el minimizar θ , como señala la función objetivo de este modelo, proporciona una medida de la ineficiencia en la proporción $(1 - \theta)$. Esta reducción proporcional de todos los *inputs* es considerado una medida de la ineficiencia técnica de la unidad evaluada, y puede tomar los siguientes valores $0 < (1 - \theta) \leq 1$ (Cooper y Tone, 1997).

Junto con su orientación al *input*, el modelo CCR también puede estar enfocado a maximizar los *outputs*, dado un determinado nivel de *inputs*. De esta forma, la

³⁶ El anexo 1 recoge la transformación del modelo CCR *input* orientado primal a su versión dual.

ecuación 19 recoge la formulación del modelo CCR *output* orientado en su forma fraccional.

$$\min_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}} \quad (19)$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \geq 1; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

Como se puede observar, el cambio de la orientación del modelo es el resultado de invertir el numerador y el denominador del modelo CCR orientado al *input*. Haciendo referencia a las restricciones de este nuevo modelo, se señala que la ratio del *input* virtual entre el *output* virtual debe ser igual o menor a la unidad para cada DMU evaluada y la no negatividad de los pesos o ponderaciones.

Por su parte el modelo CCR *output* orientado en su forma multiplicativa se define como:

$$\min_{u,v} w_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \geq 0; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

Figura 19: Modelo CCR orientado al *output* primal

Donde:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \text{ para todas aquellas unidades eficientes.}$$

Finalmente, la Figura 20 recoge el modelo CCR con orientación al *output* en su forma envolvente:

<p>Sujeto a:</p>	$\max_{\phi, \lambda} z_0 = \phi$ $\phi y_{r0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq 0; \quad r = 1, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{i0}; \quad i = 1, \dots, m$ $\phi \text{ libre}$ $\lambda_j \geq 0$
------------------	--

Figura 20: Modelo CCR orientado al *output* dual

Donde:

$\phi \geq 1$, siendo para aquellas unidades eficientes el valor de ϕ igual a la unidad y para las unidades ineficientes superior a ésta. De esta forma, un mayor valor de ϕ implica un mayor nivel de ineficiencia de la unidad evaluada. El aumento proporcional de todos los *outputs* que deben llevar a cabo las unidades ineficientes viene definido por $\phi - 1$.

Cabe señalar la relación existente entre el modelo CCR en su orientación al *input* y en su orientación al *output*, ya que en este modelo se cumple que $\theta = \frac{1}{\phi}$. Así, una unidad resultará eficiente en el modelo CCR orientado al *input* si y sólo si también es eficiente cuando se aplica el modelo CCR orientado al *output*.

2.2.2. Modelo BCC

Banker, Charnes y Cooper van a proponer el modelo BCC en 1984 como una extensión del modelo CCR. La principal diferencia entre ambos modelos radica en que en esta nueva propuesta se relaja el supuesto que consideraba los rendimientos constantes a escala y, por tanto, los rendimientos que caracterizan la tecnología de producción podrán ser variables a escala, es decir, crecientes o decrecientes. A modo ilustrativo, la Figura 21 representa cómo quedaría definida la frontera de producción según el modelo CCR y según el modelo BCC.

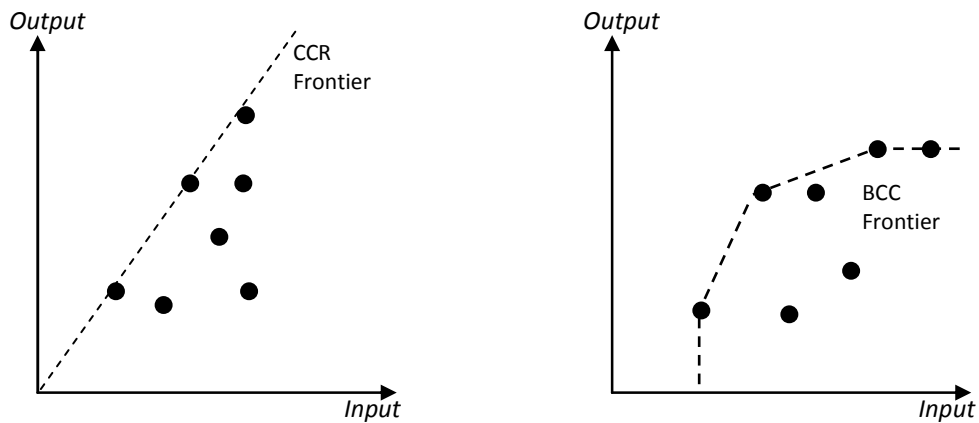


Figura 21: Frontera productiva CCR v.s. Frontera productiva BCC
Fuente: Elaboración propia

En su forma fraccional el modelo BCC orientación al *input* se expresa como se detalla a continuación:

$$\max_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0}} \quad (20)$$

Sujeto a:

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - u_0}{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij}} \leq 1; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

Donde:

u_0 puede ser positivo, negativo o igual a cero. En el caso del modelo CCR, al considerarse rendimientos constantes a escala el valor de u_0 es igual a 0. Por el contrario, si $u_0 > 0$ prevalecerán los rendimientos decrecientes a escala y si $u_0 < 0$ predominarán los rendimientos crecientes a escala.

Con la finalidad de facilitar su solución, el modelo BCC *input* orientado en su forma multiplicativa queda establecido como:

$\max_{u,v} w_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - u_0$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_0 \leq 0; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m$$

$$u_0 \text{ libre}$$

Figura 22: Modelo BCC orientado al *input* primal

Así mismo, el modelo BCC *input* orientado en su forma envolvente se define como:

$$\begin{aligned}
 & \min_{\theta, \lambda} z_0 = \theta \\
 \text{Sujeto a:} & \\
 & \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}; \quad r = 1, \dots, s \\
 & x_{i0} \theta - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0; \quad i = 1, \dots, m \\
 & \theta \text{ libre} \\
 & \lambda_j \geq 0
 \end{aligned}$$

Figura 23: Modelo BCC orientado al *input* dual

Como se puede observar, el modelo BCC orientado al *input* en su forma envolvente coincide con la forma envolvente del modelo CCR. Así, una unidad será eficiente sólo cuando el valor de θ estimado para esa DMU sea igual a uno y $(1-\theta)$ será considerada la medida de la ineficiencia técnica de las unidades evaluadas.

Por su parte, el modelo BCC enfocado a maximizar los *outputs* dado un determinado nivel de *inputs* es recogido en la ecuación 21 en su forma fraccional.

$$\min_{u,v} h_0 = \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - v_0}{\sum_{r=1}^s u_r y_{r0}} \quad (21)$$

Sujeto a:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - v_0}{\sum_{r=1}^s u_r y_{rj}} \geq 1; \quad j = 1, \dots, n, \\
 & u_r, v_i \geq 0; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.
 \end{aligned}$$

Donde:

v_0 es el término constante asociado a los *inputs*. El valor de v_0 indica el tipo de rendimientos a escala de la unidad analizada, de forma que si $v_0 < 0$

prevalecen los rendimientos crecientes a escala y si $v_0 > 0$ predominan los rendimientos decrecientes a escala para todas las soluciones óptimas. En el caso de los rendimientos constantes a escala v_0 tomaría el valor de cero.

La forma multiplicativa del modelo BCC en su orientación al *output* se presenta como:

$$\begin{aligned} \min_{u,v} w_0 &= \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - v_0 \\ \text{Sujeto a:} \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} &= 1 \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + v_0 &\geq 0; \quad j = 1, \dots, n, \\ u_r, v_i &\geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m. \\ v_0 &\text{ libre} \end{aligned}$$

Figura 24: Modelo BCC orientado al *output* primal

Finalmente, el modelo BCC *output* orientado en su forma envolvente queda establecido como:

$$\begin{aligned} \max_{\phi, \lambda} z_0 &= \phi \\ \text{Sujeto a:} \\ \phi y_{r0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j &\leq 0; \quad r = 1, \dots, s \\ \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j &\leq x_{i0}; \quad i = 1, \dots, m \\ \phi &\text{ libre} \\ \lambda_j &\geq 0 \end{aligned}$$

Figura 25: Modelo BCC orientado al *output* dual

y coincide con la formulación del modelo CCR *output* orientado en su forma envolvente. Así, ϕ tomaría el valor de 1 para aquellas unidades eficientes y $\phi - 1$ sería

el aumento proporcional de todos los *outputs* que deben llevar a cabo las unidades ineficientes.

2.2.3. Otros desarrollos basados en metodología DEA

Desde los inicios del análisis envolvente de datos han sido varios los modelos desarrollados basándose en esta metodología. Así, aunque no es objetivo de este trabajo la revisión exhaustiva de estos métodos, es obligado hacer una breve referencia a los mismos. Por ello, a continuación se ha procedido a comentar las principales características de los modelos Aditivo y Multiplicativo, que junto con los modelos CCR y BCC, constituyen el grupo de los “modelos básicos” dentro del DEA.

El Modelo Aditivo fue propuesto por Charnes, Cooper, Golany, Seiford y Stutz en 1985. Este modelo tiene la peculiaridad de que no distingue entre los modelos orientados al *input* y al *output*, combinando ambas orientaciones en un modelo más simple. Al igual que los modelos vistos anteriormente, construye una frontera lineal a partir de la combinación aditiva de los *inputs* y *outputs* de las diferentes DMUs evaluadas.

Este procedimiento comparte con el modelo BCC la consideración de que los rendimientos que caracterizan la tecnología de producción pueden ser variables a escala, es decir, crecientes o decrecientes. Sin embargo, a diferencia de ese modelo, en el modelo Aditivo la medida de la eficiencia viene dada, exclusivamente, por el valor de las variables de holguras, de forma que una unidad será eficiente si y sólo si las variables de holgura valen cero.

En contraste con el desarrollo lineal asumido por la mayoría de los modelos DEA, los modelos Multiplicativos incorporan los valores logarítmicos de los *inputs* y de los *outputs* de las DMUs evaluadas a la hora de construir la frontera. El modelo Multiplicativo Variante fue propuesto por Charnes, Cooper, Seiford y Stutz en 1982, posteriormente fue desarrollada la versión Invariante del modelo (Charnes et al., 1983), como resultado de la aplicación de los logaritmos en los *inputs* y *outputs* de la versión dual del modelo aditivo. La diferencia entre ambos modelos radica en que el

modelo Multiplicativo es llamado Variante cuando los rendimientos son constantes a escala, e Invariante si los rendimientos a escala son variables.

A modo interpretativo, y al igual que ocurría en el modelo Aditivo, una DMU será considerada eficiente, bajo los supuestos de este modelo, si y sólo si las variables de holgura valen cero.

2.2.4. Interpretación de las medidas de la eficiencia desde la perspectiva del Análisis Envolvente de Datos

Una de las ventajas que presenta el Análisis Envolvente de Datos, frente a otras técnicas utilizadas en la medida de la eficiencia, hace referencia a la cantidad de información que proporciona para poder llevar a cabo una interpretación exhaustiva de las unidades evaluadas.

En primer lugar, y haciendo referencia al concepto de eficiencia técnica propuesto por Farrell, los modelos CCR y BCC calculan la distancia de las unidades evaluadas con respecto a la frontera productiva. Así, desde una orientación al *input*, el valor de θ estimado en el modelo envolvente proporciona la medida de la ineficiencia de la unidad en una proporción igual a $(1 - \theta)$. Del mismo modo, las DMUs con valores de $\theta = 1$ son consideradas unidades eficientes que se sitúan sobre la frontera productiva, y no es posible encontrar ninguna otra unidad que obtenga la misma cantidad de *output* que estas DMUs utilizando para ello menor cantidad de *inputs*. En su orientación al *output*, el valor de ϕ para las unidades eficientes será igual a la unidad y, haciendo referencia al concepto de eficiencia técnica de Farrell, no habrá ninguna otra DMU que pueda obtener más cantidad de *output* utilizando para ello la misma cantidad de recursos. El valor de ϕ para las unidades ineficientes será igual a 1, y el incremento proporcional que deben llevar a cabo todas las DMUs ineficientes será igual a $\phi - 1$.

En segundo lugar, el Análisis Envolvente de Datos también proporciona una medida de la eficiencia desde la perspectiva de Pareto-Koopmans. Este concepto de eficiencia es más restrictivo que el de Farrell hasta el punto de que una unidad puede

ser eficiente según Farrell pero no serlo desde el punto de vista de Pareto-Koopmans. Para una mejor comprensión de este tipo de eficiencia es necesario hacer referencia al concepto de variable de holgura.

Las variables de holgura son variables que permiten transformar una restricción de desigualdad en una de igualdad. De esta forma, dentro del análisis de la eficiencia es posible introducir tantas variables de holgura como restricciones se contemplan. Así, para los modelos CCR y BCC en su forma envolvente son las que se detallan a continuación:

		RESTRICCIONES DEL MODELO ENVOLVENTE SIN INCLUIR LAS VARIABLES DE HOLGURA	RESTRICCIONES DEL MODELO ENVOLVENTE INCLUYENDO LAS VARIABLES DE HOLGURA
ORIENTACIÓN	Input	$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}; \quad r = 1, \dots, s$ $x_{i0} \theta - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0; \quad i = 1, \dots, m$ $\lambda_j \geq 0$	$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j - s^+ = y_{r0}; \quad r = 1, \dots, s$ $x_{i0} \theta - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j - s^- = 0; \quad i = 1, \dots, m$ $\lambda_j, s^+, s^- \geq 0$
	Output	$\phi y_{r0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq 0; \quad r = 1, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{i0}; \quad i = 1, \dots, m$ $\lambda_j \geq 0$	$\phi y_{r0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s^+ = 0; \quad r = 1, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s^- = x_{i0}; \quad i = 1, \dots, m$ $\lambda_j, s^+, s^- \geq 0$

Figura 26: Restricciones de los modelos envolventes sin incluir e incluyendo las variables de holgura

Fuente: Elaboración propia

El valor de la variable de holgura de las unidades eficientes debe ser igual a cero³⁷. Así, si para una DMU el valor de $s^+ > 0$ la unidad es ineficiente ya que puede incrementar los *outputs* en la cantidad s^+ . Por su parte, si $s^- > 0$ los *inputs* de la unidad evaluada pueden ser reducidos en una cuantía que viene definido por s^- . En contraposición a la minimización de los *inputs* o la maximización de los *outputs* a la que se hacía referencia cuando se analizaba la medida de la eficiencia según Farrell, la

³⁷ Los modelos Aditivo y Multiplicativo tienen en cuenta únicamente en el valor de las holguras para clasificar las unidades como eficientes o ineficientes.

reducción de los *inputs* o el incremento de los *outputs* que señalan las variables de holgura no es radial.

Finalmente, cabe señalar que los coeficientes que estima el análisis envolvente de datos informan del peso que tienen los diferentes *inputs* y *outputs* en el análisis de la eficiencia. Así, para cada unidad ineficiente es posible identificar el conjunto de DMUs que utilizan los pesos u_r y v_i en su misma proporción y, por tanto, constituyen el conjunto de referencia eficiente para la DMU ineficiente evaluada.

2.3. RECAPITULACIÓN

Título: MÉTODOS PARA LA MEDIDA DE LA EFICIENCIA

Tipo de capítulo: Teórico

Objetivos:

Analizar las características de los principales métodos frontera utilizados para la medida de la eficiencia.

Establecer las ventajas e inconvenientes de los procedimientos descritos.

Profundizar en los desarrollos metodológicos basados en el análisis envolvente de datos.

Procedimiento:

Se realiza un recorrido por los métodos paramétricos (mínimos cuadrados ordinarios corregidos y análisis de fronteras estocásticas) y no paramétricos (análisis envolvente de datos, free disposal hull y stochastic nonparametric envelopment of data) más utilizados en el cálculo de la eficiencia, analizando sus principales ventajas e inconvenientes. En un segundo momento, se profundiza en algunos de los desarrollos metodológicos basados en el análisis envolvente de datos, como el Modelo CCR (Charnes et al., 1978) o el Modelo BCC (Banker et al., 1984) y en la interpretación de las medidas de la eficiencia que proporciona esta técnica.

Palabras clave: mínimos cuadrados ordinarios corregidos, análisis de fronteras estocásticas, análisis envolvente de datos, free disposal hull, stochastic nonparametric envelopment of data

2.4. ABSTRACT

Title: TECHNIQUES FOR MEASURING EFFICIENCY

Type of chapter: Theoretical

Objectives:

To analyse the characteristics of the main frontier methods in measuring efficiency.

To establish the advantages and limitations of the procedures described.

To study the methodological developments based on data envelopment analysis.

Procedure:

We have gone over the most used parametric (corrected ordinary least squares models and stochastic frontier analysis) and non-parametric methods (data envelopment analysis, free disposal hull and stochastic nonparametric envelopment of data) to calculate efficiency, studying the main advantages and limitations of these. In a second stage, we have studied, in depth, some of the methodological developments based on data envelopment analysis, such as the CCR Model (Charnes et al., 1978) or the BCC Model (Banker et al., 1984) and on the interpretation of efficiency measures provided by this technique.

Key words: corrected ordinary least squares analysis, stochastic frontier analysis, data envelopment analysis, free disposal hull, stochastic nonparametric envelopment of data.

CAPÍTULO 3: PROPUESTA DE UN MODELO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA A PARTIR DE LAS MEDIDAS DE VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN

La multitud de variables no controlables que influyen en el proceso de enseñanza-aprendizaje es una característica distintiva de cualquier sistema educativo. Los resultados educativos no dependen únicamente de las variables de entrada o de proceso, sino que se ven condicionados por otro conjunto de factores como son las características individuales y familiares de los alumnos o el contexto sociocultural y económico en el que se desarrolla dicho proceso productivo. Estos *inputs* no controlables pueden hacer referencia a varios niveles de agregación como son los alumnos, las aulas, los centros educativos o, incluso, los barrios y distritos en los que se ubican las escuelas.

Las aportaciones que en los últimos años han perseguido evaluar la eficiencia del sistema educativo no universitario han tomado en cuenta la necesidad de controlar el efecto de estas variables, siendo varias las experiencias que han incluido los factores no controlables en alguna de las fases del análisis. Para ello, principalmente se han aplicado desarrollos basados en el análisis envolvente de datos, entre los que se

encuentran los modelos de una etapa, donde las variables exógenas son incluidas en un único DEA, o los modelos multietápicos, que estiman la eficiencia de las unidades y, posteriormente, corrigen esa puntuación considerando el efecto de los insumos no discrecionales (Cordero-Ferrera, Pedraja-Chaparro y Salinas-Jiménez, 2008).

En contraposición a estos planteamientos, el modelo de evaluación de la eficiencia que se presenta en este capítulo se ha sustentado en la idea de que la utilización de medidas de valor añadido de las escuelas como *outputs* del sistema educativo facilita el control de parte de estas variables no controlables, concretamente, el efecto de los factores asociados a las características individuales y familiares de los sujetos. De esta forma, calculada la eficiencia de las escuelas, es posible tomar conciencia de en qué medida las unidades analizadas presentan un comportamiento eficiente, desde el punto de vista técnico, cuando se aísla la influencia que las variables asociadas a los alumnos ejercen sobre los resultados que consigue los centros educativos. El desarrollo de este modelo consta de dos fases diferenciadas: el cálculo del valor añadido en educación y la estimación de la eficiencia educativa. No obstante, se propone una tercera etapa en la cual se analiza si la eficiencia técnica de las escuelas es explicada por otras variables relativas a su entorno, que no están bajo el control de estas unidades productivas.

3.1. EL VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN

En los últimos años, la preocupación entre los gobiernos de los diferentes países por conocer los resultados de sus sistemas educativos se ha visto incrementado por el convencimiento generalizado de que un mayor nivel de conocimiento y habilidades en los individuos traen consigo un aumento de la prosperidad económica y social para el conjunto de la sociedad (Becker, 1964, 1976; Schultz, 1993; Levin and Kelley, 1994; Hanushek, 1994; Psacharopoulos, 2006). Este hecho³⁸ ha originado el desarrollo de diferentes modelos de evaluación que proporcionan información

³⁸ Junto a los diferentes planteamientos desarrollados dentro de la teoría del Capital Humano es importante señalar la influencia que han tenido en este hecho la publicación de informes como “A nation at Risk” (NCEE, 1983) señalando que el sistema educativo es el encargado de formar la mano de obra que debe hacer a un país competitivo en el futuro.

relevante sobre la realidad educativa, a la vez que posibilitan la toma de decisiones y la aplicación de acciones correctivas y de mejora.

Dentro de este conjunto de herramientas de evaluación para la rendición de cuentas³⁹ surgen los modelos de valor añadido, como una aplicación de los modelos de crecimiento. Los modelos de crecimiento persiguen medir el progreso de un mismo grupo de alumnos a lo largo del tiempo, de forma que proporcionan información del proceso acumulativo del aprendizaje. Cuando este conjunto de modelos incluyen las características individuales y familiares de los alumnos, su rendimiento inicial o cualquier otra variable que pueda influir en los resultados académicos, pero que está fuera del control de la escuela, los profesores o los programas, es posible referirse a modelos de valor añadido. El principal objetivo de los modelos de valor añadido es evaluar la influencia, exclusivamente, de aquellos factores asociados a la escuela sobre el rendimiento, de manera que se pueda estimar la contribución de las escuelas sobre el logro académico de los alumnos. Desde esta perspectiva escuelas con un crecimiento positivo a lo largo del tiempo pueden llegar a mostrar un valor añadido negativo (CCSSO, 2008).

El valor añadido, por tanto, hace referencia a la “contribución al progreso neto de los estudiantes hacia objetivos de aprendizaje establecidos una vez eliminada la influencia de otros factores ajenos a la escuela que pueden contribuir a dicho progreso” (Martínez et al., 2009, p. 17). De esta forma, y considerando como objetivo de aprendizaje el aumento del nivel de conocimientos de los alumnos, el valor añadido puede ser definido como la ganancia o el crecimiento en el nivel de conocimientos que poseen los alumnos, medido como la distancia entre el nivel actual de conocimiento con respecto a un nivel previo.

La importancia de introducir medidas de valor añadido en el análisis de la eficiencia se debe al hecho de que, en la comparación de la eficiencia técnica de una escuela con respecto a las demás, se ha de tener en cuenta el efecto que variables como las características individuales y familiares de los sujetos puede ejercer sobre los

³⁹ Una descripción de los principales modelos de rendición de cuentas ha sido llevada a cabo por el *Council of Chief State School Officers* (2008)

resultados educativos conseguidos. De esta forma, las medidas de valor añadido, al considerar el rendimiento inicial de los sujetos y otras variables que pueden influir en el progreso alcanzado por los mismos, constituyen un *output* educativo de precisión para poder llevar a cabo comparaciones entre las escuelas.

Considerando una escuela efectiva como “aquella en que los estudiantes progresan más allá de lo que pueda esperarse, añadiendo valor extra a los resultados de sus alumnos en comparación con otras escuelas que sirven a poblaciones que son similares en el ingreso” (Martínez et al., 2009, p.20), una escuela eficiente será aquella en la que sus estudiantes progresan más allá de lo esperado, añadiendo valor extra a los resultados de sus alumnos en comparación con otras escuelas que sirven a poblaciones que son similares en el ingreso y que utilizan para ello la misma cantidad de recursos. Es decir, desde una perspectiva de análisis de la eficiencia con orientación al *output*, las escuelas serán más eficientes a medida que, con los mismos insumos, produzcan mayor cantidad de valor añadido.

3.1.1. Definición y características de los modelos de valor añadido

Los modelos de valor añadido se presentan como un conjunto de técnicas estadísticas que persiguen aislar la contribución de la escuela sobre el desarrollo académico de los alumnos, utilizando para ello las puntuaciones obtenidas por los sujetos en pruebas a lo largo de varios años (McCaffrey, Lockwood, Koretz y Hamilton, 2003; Martínez et al., 2009). Las estimaciones numéricas proporcionadas por este conjunto de modelos puede ser usadas para desarrollar, controlar y evaluar la escuela y otros aspectos del sistema educativo (OECD, 2008).

Estos modelos y, por extensión, los modelos de crecimiento, calculan el incremento como la distancia entre dos o más puntos a lo largo del tiempo. El punto de partida corresponde con el rendimiento inicial y el punto de llegada con el rendimiento final. La Figura 27 ilustra el incremento en el caso de una escuela y dos momentos temporales.

En esta representación, el punto A muestra el rendimiento medio de la escuela analizada en el momento inicial, el punto B su rendimiento medio final y el punto C el nivel medio que se espera que obtengan los alumnos de dicha escuela. Así, la distancia entre los puntos A y B representa el incremento real en el rendimiento de los alumnos. El área comprendida entre los puntos A y C refleja su rendimiento medio esperado. Finalmente, el recorrido entre los puntos C y B informa de la diferencia entre el rendimiento esperado para esa escuela y su rendimiento real, de modo que representa una medida de la capacidad de la escuela para lograr un rendimiento igual, mayor o menor que el esperado. Este último término es considerado una medida del valor añadido en educación. En el ejemplo representado, el rendimiento medio observado es mayor que el esperado, sin embargo, podría haber sido igual o, incluso, inferior. En consecuencia, el valor añadido toma valores positivos cuando el rendimiento real es mayor que el esperado o valores negativos si los resultados finales son inferiores a los esperados.

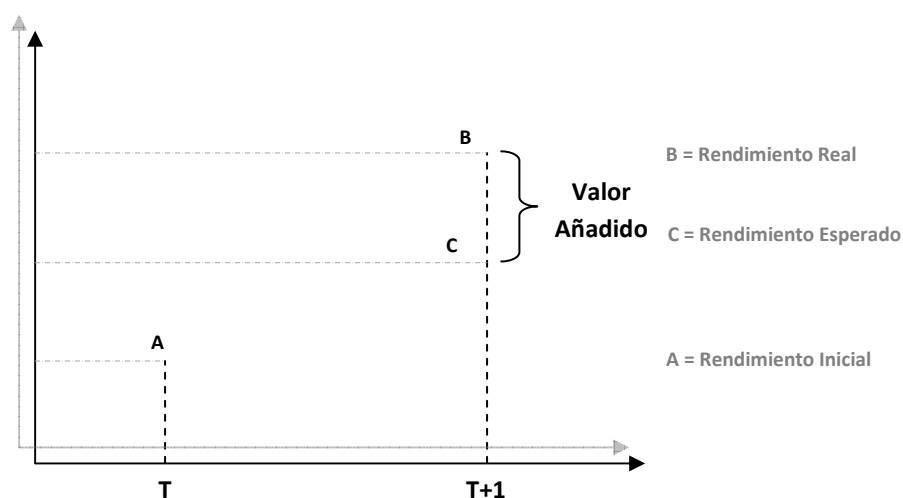


Figura 27: Representación de un Modelo de Valor Añadido

Fuente: Adaptado de Martínez et al. (2009)

En la práctica, las diferentes formas de estimar el crecimiento en el rendimiento a lo largo de dos o más momentos temporales han dado lugar a un amplio abanico de métodos que persiguen estimar el valor añadido (Tekwe et al., 2004; Sanders, 2006; Shin, 2007; OECD, 2008). Estas alternativas abarcan desde los modelos más simples de valor añadido, en los cuales las puntuaciones iniciales son sustraídas de las puntuaciones actuales para obtener una medida de la ganancia, a otros modelos

que requieren asunciones más complejas (Sanders, 2006). Entre los diferentes modelos de crecimiento (CCSSO, 2008) es posible diferenciar entre:

- Puntuaciones de ganancia bruta (*Difference gain scores*). Desde esta perspectiva la diferencia o ganancia es obtenida al sustraer del rendimiento final del sujeto su puntuación en el momento inicial. Este crecimiento puede ser calculado para diferentes niveles (por ejemplo, a nivel de clase, de escuela o de distrito) de forma que se obtiene una medida de crecimiento grupal.
- Puntuaciones de ganancia residual (*Residual gain scores*). El rendimiento final del alumno es ajustado por medio de su rendimiento inicial. Para ello, se estima la “puntuación predicha” para cada alumno en función de su rendimiento previo, a través de una regresión lineal. Posteriormente, la ganancia es calculada como la diferencia entre el rendimiento final observado y su rendimiento final predicho. A partir de este procedimiento también es posible establecer medidas de crecimiento grupal.
- Equiparación lineal (*Linear equating*). En el caso de dos puntuaciones a lo largo del tiempo (T_1 y T_2), la medida de crecimiento es estimada por medio de la diferencia entre la puntuación observada para alumno en T_2 y su predicha para ese mismo momento (T_2). Esta última estimación es la puntuación en la distribución de T_2 que corresponde al rendimiento que obtuvo el alumno en T_1 .
- Matriz de transición (*Transition matrix*). Este método mide el crecimiento en relación a categorías o niveles de rendimiento (por ejemplo: insuficiente, suficiente, bien y excelente). De esta forma, se genera una tabla en la que los diferentes niveles de rendimiento para un año son las filas y para el año siguiente son las columnas. Cada celda contiene información sobre el número de alumnos que pasan de un nivel a otro y la diagonal principal contempla los alumnos que permanecen en el mismo nivel.
- Multinivel (Multilevel). Los métodos multinivel son usados para estimar el crecimiento a lo largo del tiempo. Este crecimiento es analizado a nivel de alumno y a nivel de grupo. Esta técnica ha sido estudiada con mayor profundidad en la siguiente sección.

Junto con esta breve descripción, la Tabla 10 contempla las principales características de estos métodos:

CARACTERÍSTICAS DE LAS DIFERENTES ALTERNATIVAS METODOLÓGICAS					
	Puntuaciones de ganancia bruta	Puntuaciones de ganancia residual	Equiparación Lineal	Matriz de transición	Multinivel
REQUERIMIENTOS DE LOS DATOS					
Base de datos con los registros de los alumnos emparejados a lo largo del tiempo.	SI	SI	SI	SI	SI
Escala común	SI	NO	NO	NO	SI
CUESTIONES PSICOMÉTRICAS					
Intervalo de confianza	Prueba T	Varianza de error del modelo	Varianza de error del modelo	No disponible	Varianza de error del modelo
Incluye alumnos con valores perdidos	NO	NO	NO	NO	SI
Incluye resultados de test alternativos (Escala diferentes)	NO	NO	NO	SI	NO
Pregunta de crecimiento a contestar	¿La ganancia para el grupo es mayor o menor que la media?	¿Cuánto crecimiento fue producido por el grupo?	¿Los alumnos han permanecido en el mismo percentil?	¿Los alumnos del grupo están progresando de manera adecuada a lo largo de los diferentes niveles de rendimiento?	¿Qué cantidad del crecimiento observado en el grupo es resultado de los efectos asociados a dicho nivel?
Los estándares de rendimiento de los alumnos están explícitamente incluidos en la definición de crecimiento	NO	NO	NO	SI	NO
Permite incluir crecimientos no lineales	NO	SI	NO	SI	SI

Tabla 10: Características de las diferentes alternativas metodológicas para el cálculo del Valor Añadido
Fuente: Adaptado de CCSSO (2008), p. 12.

A la luz de las características y propiedades de las diferentes alternativas metodológicas analizadas es posible afirmar que, aunque todas ellas requieren un diseño longitudinal, existe otro conjunto de asunciones que pueden condicionar su elección como son la escala numérica de las puntuaciones, la forma de la función de crecimiento o las preguntas a las que se pretende dar respuesta.

3.1.2. El uso de los modelos multinivel para evaluar el valor añadido en educación

El análisis multinivel es una de las alternativas metodológicas más apropiadas cuando el objetivo es obtener medidas de valor añadido. Entre las razones que justifican su utilización está el hecho de que este procedimiento respeta la naturaleza anidada de los datos educativos al reconocer diferentes fuentes de variación (Martínez et al. 2009, Martínez Arias, 2009). Este tipo de modelos muestra la relación entre las variables dentro de un nivel específico, siendo posible distinguir para los distintos niveles qué logro es debido a cada uno de ellos y, de esta forma, proporcionar estimaciones más precisas de la incertidumbre asociada a las estimaciones de valor añadido de las escuelas (OECD, 2008).

Atendiendo a las características analizadas en el apartado anterior, se observan cómo los modelos jerárquicos lineales requieren que los datos presenten una escala común que haga razonable calcular la diferencia entre dos o más momentos temporales, al tener dichas puntuaciones el mismo significado (Reckase, 2004). Igualmente, este procedimiento permite evaluar crecimientos lineales y no lineales, lo cual resulta de especial relieve ya que, aunque la mayor parte de los métodos proporcionan medidas de crecimiento lineales, el progreso de los alumnos a lo largo de los años puede responder a patrones no lineales (Reckase, 2004; CCSSO, 2008). Estas propiedades, entre otras, hacen que el análisis multinivel sea considerado una poderosa herramienta para evaluar el cambio individual (Raudenbush and Bryk, 2002) cuando se aplica desde un diseño de múltiples puntos temporales.

Considerando un diseño en el que se ha medido el rendimiento de los alumnos en varios momentos a lo largo del tiempo, el crecimiento puede ser representado por un modelo jerárquico en el que los diferentes niveles de agregación son: el tiempo (nivel 1), el alumno (nivel 2) y la escuela (nivel 3).

En el primer nivel, el rendimiento del alumno es modelizado por una función de crecimiento que incluye un conjunto de parámetros a ser estimados. Así, si el modelo

de crecimiento es expresado como un polinomio⁴⁰ de grado P (Raudenbush and Xiao-Feng, 2001; Raudenbush and Bryk, 2002; Maas and Snijders, 2003; Raudenbush, 2004), la ecuación de nivel 1 es:

$$y_{tij} = \pi_{0ij} + \pi_{1ij}(t - t_0) + \pi_{2ij}(t - t_0)^2 + \dots + \pi_{Pij}(t - t_0)^P + \varepsilon_{tij} \quad (22)$$

Donde, el rendimiento del alumno i de la escuela j en el punto t está en función de: el rendimiento inicial estimado para alumno i de la escuela j en el momento t_0 y que viene representado por el parámetro π_{0ij} ; los parámetros de crecimiento ($\pi_{1ij} + \pi_{2ij} + \dots + \pi_{Pij}$) que están asociados al predictor tiempo $(t - t_0)$; y un error aleatorio que se distribuye independientemente y sigue una distribución normal con media igual a cero y varianza constante ($\varepsilon_{tij} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_{tij}}^2)$).

Los parámetros fijos⁴¹ en la ecuación de nivel 1 llegan a ser variables a explicar en el nivel superior, es decir, los coeficientes de regresión modelizados en la primera etapa son tomados como variables dependientes aleatorias en la segunda etapa (Arnau and Balluerka, 2004). Así, las ecuaciones de nivel 2 reflejan en qué medida el rendimiento inicial y el crecimiento pueden variar a través de los sujetos, y las ecuaciones de nivel 3 representan la variación entre las escuelas. Las diferentes ecuaciones son presentadas a continuación para diferentes modelos de crecimiento, concretamente, cuando la relación entre el tiempo y el rendimiento es lineal y cuando es cuadrática.

3.1.2.1. El valor añadido desde los modelos de crecimiento lineal

Los modelos de crecimiento lineal son los modelos más simples para evaluar el valor añadido desde una perspectiva multinivel. Este tipo de modelos pueden ser

⁴⁰ Entre los beneficios de utilizar un modelo polinomial ortogonal es posible encontrar los siguientes: los parámetros de nivel 1 tienen una definición sustantiva clara y es sencillo derivar expresiones simples para los estimadores y errores estándar exactos que aplicar en estudios de longitud arbitraria y para polinomios de cualquier grado (Raudenbush and Xiao-Feng, 2001).

⁴¹ En la ecuación 22 es posible distinguir entre parámetros fijos (π_{0ij} y $\pi_{1ij} + \pi_{2ij} + \dots + \pi_{Pij}$) y parámetros aleatorios (ε_{tij}).

convenientes cuando el número de observaciones para cada individuo son pocas o si los periodos de tiempo son relativamente cortos. En esos casos, los modelos lineales pueden proporcionar una buena aproximación de procesos más complejos que no pueden ser completamente modelizados por el escaso número de observaciones (Raudenbush and Bryk, 2002). Aplicaciones de los modelos modelo de crecimiento lineal pueden ser encontradas en Hill y Rowe (1998), Zvoch y Stevens (2003, 2006, 2008), Shin (2007) y Castro, Ruíz y López (2009), entre otros.

Las diferentes ecuaciones de regresión generadas para cada nivel son incluidas en un modelo general. Para el primer nivel la ecuación es definida como:

$$y_{tij} = \pi_{0ij} + \pi_{1ij}(t - t_0) + \varepsilon_{tij} \quad (23)$$

Donde:

y_{tij} = Rendimiento académico del alumno i de la escuela j en el momento t .

π_{0ij} = Rendimiento inicial esperado para el alumno i de la escuela j en el momento t_0 .

π_{1ij} = Incremento esperado en el rendimiento para el alumno i de la escuela j debido al efecto del tiempo (predictor de nivel 1).

$(t - t_0)$ = Referido al predictor tiempo, refleja la diferencia entre el momento temporal t y el momento inicial t_0 .

ε_{tij} = Rendimiento académico diferencial del alumno i de la escuela j en el momento t cuando el efecto debido al tiempo ha sido controlado. Este término aleatorio es normalmente distribuido con media igual a cero y varianza constante, es decir, $\varepsilon_{tij} \sim N(0, \sigma_{\varepsilon_{tij}}^2)$.

Las ecuaciones de nivel 2 son las que siguen:

$$\pi_{0ij} = \beta_{0j} + \mu_{0ij} \quad (24)$$

$$\pi_{1ij} = \beta_{1j} + \mu_{1ij} \quad (25)$$

Donde:

β_{0j} = Es el rendimiento inicial de la escuela j en el momento t_0 .

μ_{0ij} = Diferencia entre el rendimiento inicial del alumno i de la escuela j y la media de rendimiento para su escuela. La media de este término aleatorio es cero y la varianza constante, $\mu_{0ij} \sim N(0, \sigma_{\mu_{0ij}}^2)$.

β_{1j} = Tasa de crecimiento esperada para la escuela j debido al efecto del tiempo.

μ_{1ij} = Crecimiento diferencial del alumno i de la escuela j en relación con el crecimiento esperado para su escuela. Este término es independientemente distribuido y sigue una distribución normal con media igual a cero y varianza constante, $\mu_{1ij} \sim N(0, \sigma_{\mu_{1ij}}^2)$.

Las ecuaciones de nivel 3 son:

$$\beta_{0j} = \beta_{00} + \nu_{0j} \quad (26)$$

$$\beta_{1j} = \beta_{10} + \nu_{1j} \quad (27)$$

Donde:

β_{00} = Rendimiento inicial medio para todas las escuelas en el momento t_0 .

ν_{0j} = Diferencia entre el rendimiento inicial de la escuela j y el rendimiento medio para todas las escuelas. La media de este término aleatorio es cero y la varianza constante, $\nu_{0j} \sim N(0, \sigma_{\nu_{0j}}^2)$.

β_{10} = Tasa de crecimiento esperada para todas las escuelas debido al efecto del tiempo.

ν_{1j} = Crecimiento diferencial de la escuela j en relación con el crecimiento esperado para todas las escuelas. Constituye una medida del valor añadido de la escuela, en tanto que representa el rendimiento diferencial de la escuela j sobre el rendimiento esperado para todas las escuelas. La media de este término aleatorio es cero y la varianza constante, $\nu_{1j} \sim N(0, \sigma_{\nu_{1j}}^2)$.

La ecuación final resultante es:

$$y_{ij} = \beta_{00} + \beta_{10}(t - t_0) + \nu_{0j} + \nu_{1j}(t - t_0) + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t - t_0) + \varepsilon_{ij} \quad (28)$$

Como el objetivo es calcular el valor añadido de las escuelas, la ecuación de crecimiento para la escuela j está definida como:

$$y_{ij} = \beta_{00} + \beta_{10}(t - t_0) + \nu_{0j} + \nu_{1j}(t - t_0) \quad (29)$$

En esta última ecuación es posible diferenciar entre una parte fija y una parte aleatoria. La parte fija está compuesta por los parámetros constantes para todas las escuelas, en este caso β_{00} y β_{10} . La parte aleatoria está formada por los efectos específicos para cada escuela y está representada por ν_{0j} y ν_{1j} , con varianzas: $\sigma_{\nu_{0j}}^2$ y $\sigma_{\nu_{1j}}^2$; y covarianzas: $\sigma_{\nu_{0j}\nu_{1j}}^2$.

La Figura 28 representa la función de crecimiento para la escuela j y la función general para todas las escuelas. Las diferencias entre ambas funciones se encuentra en los parámetros aleatorios ya que ν_{0j} y ν_{1j} son específicos para cada escuela. Estos términos miden la distancia en el rendimiento inicial y en las tasas de crecimiento de la escuela analizada, en relación a los valores esperados para todas las escuelas. Como muestra la Figura 29, el parámetro aleatorio ν_{1j} es de gran importancia para calcular el valor añadido de la escuela, ya que la diferencia entre la tasa de crecimiento real para la escuela j y su crecimiento esperado se considerará una medida del valor añadido de dicha escuela.

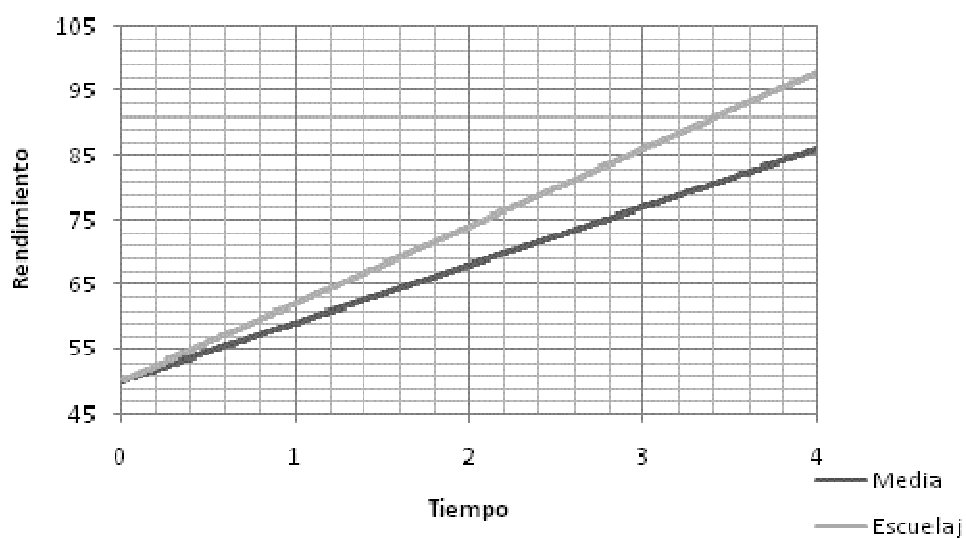


Figura 28: Representación del Modelo de Crecimiento Lineal
Fuente: Elaboración propia

Es importante señalar que en ambas representaciones el rendimiento inicial real de la escuela j coincide con su rendimiento esperado, de forma que el valor de V_{0j} es igual a cero. Sin embargo, los términos aleatorios de la ecuación 29 pueden llegar a ser positivos, negativos o iguales a cero.

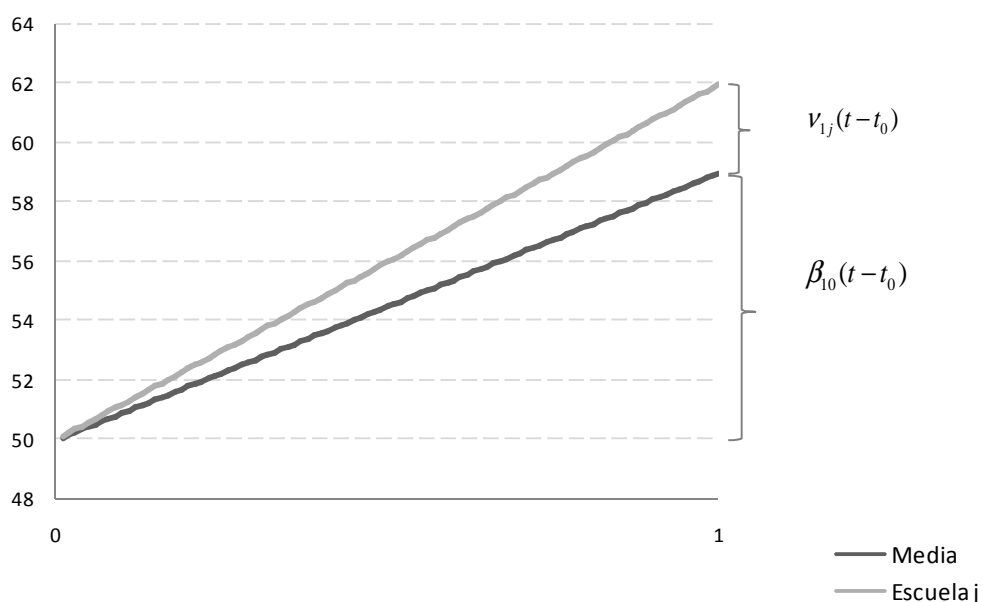


Figura 29: Representación del Valor Añadido a partir de un modelo de crecimiento lineal
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, es importante observar la relación existente entre el rendimiento inicial de la escuela y su tasa de crecimiento. Esta información es proporcionada por la correlación entre v_{0j} y v_{1j} , que viene dada por:

$$\hat{\rho}(v_{0j}, v_{1j}) = \frac{\hat{\sigma}_{v_{0j}v_{1j}}}{\hat{\sigma}_{v_{0j}} \cdot \hat{\sigma}_{v_{1j}}} \quad (30)$$

Este coeficiente permite evaluar si aquellas escuelas con un mayor rendimiento inicial presentan también una mayor tasa de crecimiento o, por el contrario, la tasa de crecimiento es mayor para las escuelas con menor rendimiento inicial.

3.1.2.2. El valor añadido desde los modelos de crecimiento cuadrático

Tomando como base la ecuación 22 pueden ser formulados modelos de crecimiento más complejos fijando un polinomio de grado más alto (P). La única condición es que el número de momentos temporales (T) sea superior al número de parámetros aleatorios (P+1) (Raudenbush and Bryk, 2002), ya que un polinomio de grado T-2 con variaciones temporales específicas dentro de los sujetos es un modelo saturado idéntico al modelo desestructurado (Raudenbush, 2004).

En aquellos casos en los que el número de ocasiones de medida sea igual a cuatro, el modelo de crecimiento saturado será el modelo cuadrático⁴² y, por tanto, la relación entre el tiempo y el rendimiento vendrá especificada por las siguientes ecuaciones:

⁴² Modelos de crecimiento cuadrático han sido aplicados en educación para analizar el bienestar de los alumnos (De Fraine, Van Landeghem, Van Damme y Onghena, 2005), para evaluar el crecimiento de su rendimiento académico (Shin, Espin, Deno y McConnell, 2004; Wallace y Gavin, 2008; Al Otaiba, Petscher, Pappamihiel, Williams, Dyrland y Connor, 2009) o para estimar el valor añadido (Thomas, Peng y Gray, 2007).

ECUACIÓN DE NIVEL 1 (TIEMPO)	ECUACIONES DE NIVEL 2 (ALUMNO)	ECUACIONES DE NIVEL 3 (ESCUELA)
$y_{ij} = \pi_{0ij} + \pi_{1ij}(t-t_0) + \pi_{2ij}(t-t_0)^2 + \varepsilon_{ij}$	$\pi_{0ij} = \beta_{0j} + \mu_{0ij}$ $\pi_{1ij} = \beta_{1j} + \mu_{1ij}$ $\pi_{2ij} = \beta_{2j} + \mu_{2ij}$	$\beta_{0j} = \beta_{00} + v_{0j}$ $\beta_{1j} = \beta_{10} + v_{1j}$ $\beta_{2j} = \beta_{20} + v_{2j}$
ECUACIÓN MULTINIVEL FINAL		

$$y_{ij} = \beta_{00} + \beta_{10}(t-t_0) + \beta_{20}(t-t_0)^2 + v_{0j} + v_{1j}(t-t_0) + v_{2j}(t-t_0)^2 + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t-t_0) + \mu_{2ij}(t-t_0)^2 + \varepsilon_{ij}$$

Tabla 11: Ecuaciones del modelo de crecimiento cuadrático
Fuente: Elaboración propia

Tal y como se presenta en la ecuación de nivel 1, el crecimiento en el rendimiento de los alumnos es descrito por una función cuadrática. Los parámetros de esta ecuación describen la trayectoria de crecimiento para el alumno i de la escuela j en el momento t . Estos parámetros de la ecuación de nivel 1 serán las variables dependientes en el nivel 2 y, a su vez, los parámetros fijos del nivel 2 constituirán las variables dependientes de nivel 3. La interpretación de los parámetros no difiere de la del modelo de crecimiento lineal. El parámetro π_{2ij} (nivel 1) y su desarrollo en los niveles superiores es la diferencia entre ambos modelos y representa el incremento medio asociado al término cuadrático, es decir, la tasa de aceleración o desaceleración en el crecimiento.

La ecuación de crecimiento cuadrática para la escuela j viene definida por:

$$y_{ij} = \beta_{00} + \beta_{10}(t-t_0) + \beta_{20}(t-t_0)^2 + v_{0j} + v_{1j}(t-t_0) + v_{2j}(t-t_0)^2 \quad (31)$$

En esta ecuación es posible diferenciar una parte fija y una parte aleatoria. La parte fija está compuesta por el rendimiento medio de todas las escuelas en el momento t_0 , simbolizado por β_{00} , y los parámetros de crecimiento (β_{10} y β_{20}) que están asociados al predictor tiempo $(t-t_0)$. Los términos aleatorios (v_{0j} , v_{1j} y v_{2j}) se distribuyen independientemente y siguen una distribución normal con media igual a

cero y varianza constante. La matriz de varianzas-covarianzas relativa a la parte aleatoria del modelo es:

$$\begin{pmatrix} \nu_{0j} \\ \nu_{1j} \\ \nu_{2j} \end{pmatrix} \sim N \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \sigma_{\nu_{0j}}^2 & \sigma_{\nu_{0j}\nu_{1j}} & \sigma_{\nu_{0j}\nu_{2j}} \\ \sigma_{\nu_{0j}\nu_{1j}} & \sigma_{\nu_{1j}}^2 & \sigma_{\nu_{1j}\nu_{2j}} \\ \sigma_{\nu_{0j}\nu_{2j}} & \sigma_{\nu_{1j}\nu_{2j}} & \sigma_{\nu_{2j}}^2 \end{pmatrix} \right] \quad (32)$$

La Figura 30 describe la parábola para el modelo de crecimiento cuadrático. Nótese que en el ejemplo $\nu_{1j}(t-t_0) + \nu_{2j}(t-t_0)^2 > 0$, ya que el crecimiento para la escuela j es mayor que su incremento esperado. Igualmente, el valor de $\nu_{0j} = 0$, dado que el rendimiento inicial de la escuela j es igual al rendimiento inicial medio del conjunto de las escuelas.

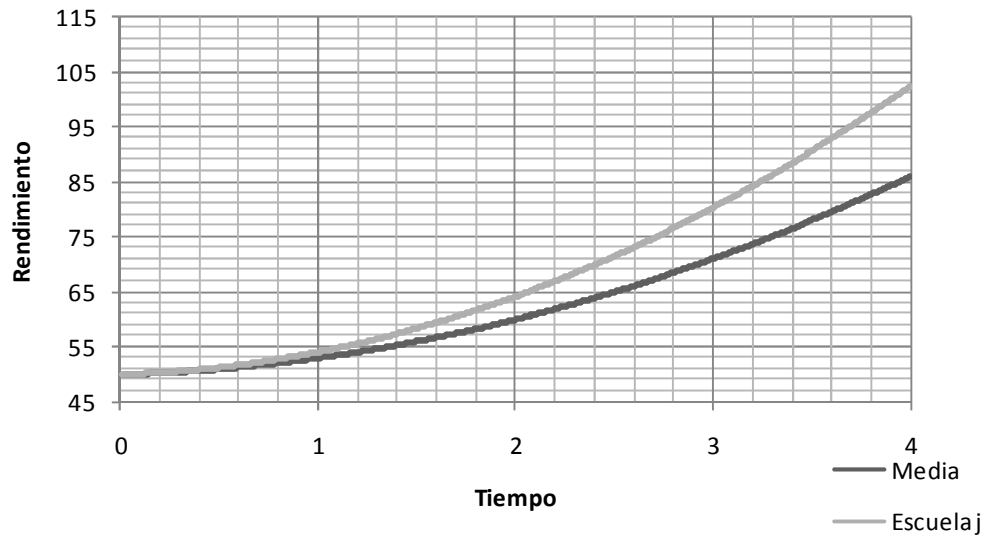


Figura 30: Representación del Modelo de Crecimiento Cuadrático
Fuente: Elaboración propia

La medida de valor añadido obtenida a partir de este tipo de modelos de crecimiento se presenta en la Figura 31 como la diferencia entre la tasa de crecimiento para la escuela j y su crecimiento esperado, es decir, $\nu_{1j}(t-t_0) + \nu_{2j}(t-t_0)^2$.

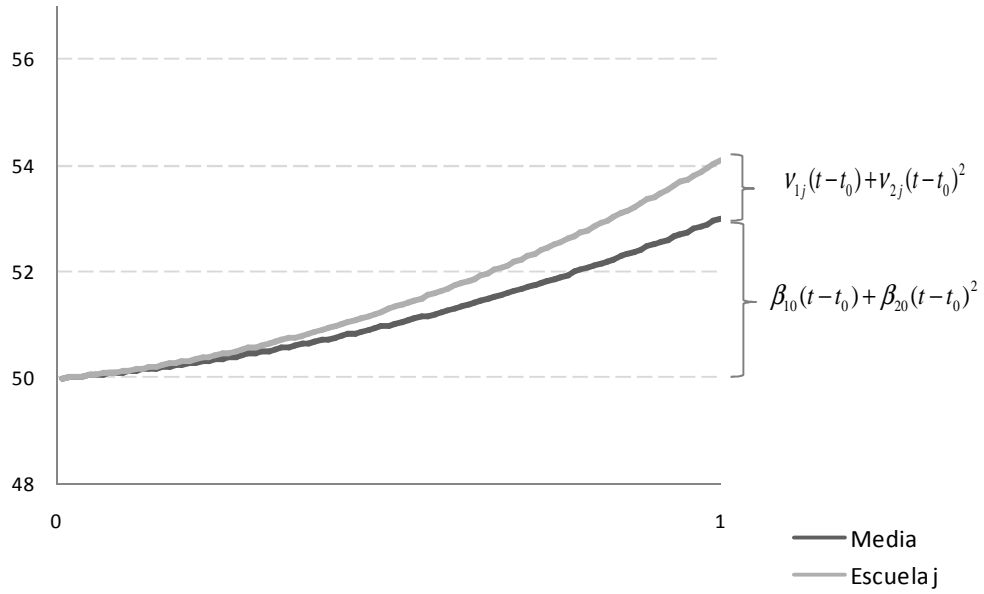


Figura 31: Representación del Valor Añadido a partir de un modelo de Crecimiento Cuadrático
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento es establecida por la correlación entre los parámetros v_{0j} , v_{1j} y v_{2j} , es decir:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}(v_{0j}, v_{1j}) &= \frac{\hat{\sigma}_{v_{0j}v_{1j}}}{\hat{\sigma}_{v_{0j}} \cdot \hat{\sigma}_{v_{1j}}}; \\ \hat{\rho}(v_{0j}, v_{2j}) &= \frac{\hat{\sigma}_{v_{0j}v_{2j}}}{\hat{\sigma}_{v_{0j}} \cdot \hat{\sigma}_{v_{2j}}}; \\ \hat{\rho}(v_{1j}, v_{2j}) &= \frac{\hat{\sigma}_{v_{1j}v_{2j}}}{\hat{\sigma}_{v_{1j}} \cdot \hat{\sigma}_{v_{2j}}}\end{aligned}\quad (33)$$

Donde, la relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento lineal está representado por $\hat{\rho}(v_{0j}, v_{1j})$; $\hat{\rho}(v_{0j}, v_{2j})$ cuantifica la relación entre el estatus inicial y la tasa de crecimiento cuadrática; y $\hat{\rho}(v_{1j}, v_{2j})$ la relación entre la tasa de crecimiento lineal y la curvatura de la parábola (aceleración o desaceleración). La correlación general entre el rendimiento inicial y el valor añadido cuando $t - t_0 = 1$ puede ser definido por:

$$\hat{\rho}_{v_0(v_1+v_2)} = \frac{\hat{\sigma}_{v_{0j}(v_{1j}+v_{2j})}}{\hat{\sigma}_{v_{0j}} \cdot \hat{\sigma}_{(v_{1j}+v_{2j})}} \quad (34)$$

3.1.2.3. Modelos de valor añadido contextualizados

Las características personales, socioeconómicas y culturales de los alumnos se relacionan tanto con su rendimiento académico como con el progreso que realizan a lo largo del tiempo. De esta forma, y como consecuencia de la asignación no aleatoria de los sujetos a los centros educativos, en ocasiones puede resultar difícil separar la contribución que sobre los resultados educativos ejercen los programas, los profesores o las escuelas, de aquella debida a los factores individuales y familiares (Jeong, 2009).

El objetivo de los modelos de valor añadido es medir la aportación de las escuelas al desarrollo personal y académico de sus alumnos, controlando la influencia que sobre esa ganancia pueden ejercer otro tipo de variables individuales o contextuales, que son ajenas a los centros educativos. En la consecución de este objetivo, los diseños de medidas repetidas juegan un papel fundamental ya que permiten evaluar el nivel de logro obtenido por los alumnos desde su punto de partida. En este sentido, la evidencia empírica ha puesto de manifiesto cómo el efecto en los modelos de valor añadido de algunas características de los sujetos, como es el estatus socioeconómico, puede llegar a condensarse cuando se considera su rendimiento previo (Ferrão, 2009). Desde esta perspectiva, la influencia de los factores individuales quedan aislados al considerar que dichas variables influyen tanto en los resultados del pre-test como en los del post-test (Ballou, Sanders y Wright, 2004; Zvoch y Stevens, 2008).

A pesar del acuerdo existente sobre esta aportación de los estudios longitudinales, al analizar los escenarios en los que se llevan a cabo los procesos de investigación es posible observar una asignación no aleatoria de los alumnos a las escuelas o, incluso, a las aulas. Como consecuencia de ello, en ocasiones los estudiantes de un grupo o de una escuela pueden presentar características diferentes

a los de otra. Esta falta de control de los factores individuales puede sesgar las estimaciones del efecto que los grupos ejercen sobre los resultados educativos y, por tanto, limitar la comparación entre los centros (Raudenbush y Bryk, 2002; Rubin, Stuart y Zanutto, 2004). Defendiendo este planteamiento, han sido varios los autores que han considerado que los modelos de valor añadido deben ajustar sus resultados con las variables socioeconómicas y demográficas de los sujetos para que las comparaciones entre escuelas sean lo más justas posibles (Martínez et al., 2009; Martínez Arias, 2009), fundamentalmente en aquellos casos en que los factores individuales en que difieren los grupos se relacionan con el resultado educativo que está siendo evaluado (Raudenbush y Bryk, 2002; McCaffrey et al., 2003). Los modelos que realizan este ajuste reciben el nombre de modelos contextualizados e introducen las variables a controlar como covariables.

Partiendo de la ecuación 23, que representaba la función de crecimiento lineal para el alumno i de la escuela j en el momento t , y considerando que $X_{1ij}, X_{2ij}, \dots, X_{nij}$ son sus características individuales y familiares. Estas covariables se introducen en el modelo como predictores de nivel 2, tal y como se establece a continuación:

$$\pi_{0ij} = \beta_{00j} + \beta_{01j}X_{1ij} + \beta_{02j}X_{2ij} + \dots + \beta_{0nj}X_{nij} + \mu_{0ij} \quad (35)$$

$$\pi_{1ij} = \beta_{10j} + \beta_{11j}X_{1ij} + \beta_{12j}X_{2ij} + \dots + \beta_{1nj}X_{nij} + \mu_{1ij}$$

De esta forma, las ecuaciones de nivel 3 pasan a ser:

$$\begin{aligned} \beta_{00j} &= \beta_{00} + v_{00j} \\ \beta_{01j} &= \beta_{01} + v_{01j} \\ \beta_{02j} &= \beta_{02} + v_{02j} \\ \vdots &\quad \quad \quad \vdots \\ \beta_{0nj} &= \beta_{0n} + v_{0nj} \\ \\ \beta_{10j} &= \beta_{10} + v_{10j} \\ \beta_{11j} &= \beta_{11} + v_{11j} \\ \beta_{12j} &= \beta_{12} + v_{12j} \\ \vdots &\quad \quad \quad \vdots \\ \beta_{1nj} &= \beta_{1n} + v_{1nj} \end{aligned} \quad (36)$$

Y la ecuación final resultante es:

$$\begin{aligned}
 y_{ij} = & \beta_{00} + \beta_{01}X_{1ij} + \beta_{02}X_{2ij} + \dots + \beta_{0n}X_{nij} + \\
 & + \beta_{10}(t-t_0) + \beta_{11}(t-t_0)X_{1ij} + \beta_{12}(t-t_0)X_{2ij} + \dots + \beta_{1n}(t-t_0)X_{nij} + \\
 & + \nu_{00j} + \nu_{01j} + \nu_{02j} + \dots + \nu_{0nj} + \\
 & + \nu_{10j}(t-t_0) + \nu_{11j}(t-t_0)X_{1ij} + \nu_{12j}(t-t_0)X_{2ij} + \dots + \nu_{1nj}(t-t_0)X_{nij} \\
 & + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t-t_0) + \varepsilon_{ij}
 \end{aligned} \tag{37}$$

O, de manera simplificada:

$$\begin{aligned}
 y_{ij} = & \beta_{00} + \sum_{k=1}^n \beta_{0k}X_{kij} + \beta_{10}(t-t_0) + \sum_{k=1}^n \beta_{1k}(t-t_0)X_{kij} + \\
 & + \sum_{k=0}^n \nu_{0kj} + \nu_{10j}(t-t_0) + \sum_{k=1}^n \nu_{1kj}(t-t_0)X_{kij} + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t-t_0) + \varepsilon_{ij}
 \end{aligned} \tag{38}$$

Donde, $\beta_{01}, \beta_{02}, \dots, \beta_{0n}$ muestra el efecto de las características individuales y familiares sobre el rendimiento previo para el conjunto de las escuelas; y $\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{1n}$ indica variaciones en la tasa de crecimiento lineal de las escuelas asociadas a los predictores de segundo nivel. Finalmente, el efecto diferencial de las covariables introducidas en el modelo para las diferentes escuelas viene representado por los parámetros aleatorios $\nu_{01j} + \nu_{02j} + \dots + \nu_{0nj}$, para el punto de corte, y por $\nu_{11j}, \nu_{12j}, \dots, \nu_{1nj}$, para las tasas de crecimiento.

Por su parte, si se introducen las características individuales y familiares de los alumnos en el contexto del modelo de crecimiento cuadrático recogido en la tabla 11, las ecuaciones de nivel 2 quedan definidas como:

$$\begin{aligned}
 \pi_{0ij} &= \beta_{00j} + \beta_{01j}X_{1ij} + \beta_{02j}X_{2ij} + \dots + \beta_{0nj}X_{nij} + \mu_{0ij} \\
 \pi_{1ij} &= \beta_{10j} + \beta_{11j}X_{1ij} + \beta_{12j}X_{2ij} + \dots + \beta_{1nj}X_{nij} + \mu_{1ij} \\
 \pi_{2ij} &= \beta_{20j} + \beta_{21j}X_{1ij} + \beta_{22j}X_{2ij} + \dots + \beta_{2nj}X_{nij} + \mu_{2ij}
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones de nivel 3 son:

$$\begin{aligned}\beta_{00j} &= \beta_{00} + v_{00j} \\ \beta_{01j} &= \beta_{01} + v_{01j} \\ \beta_{02j} &= \beta_{02} + v_{02j} \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \beta_{0nj} &= \beta_{0n} + v_{0nj} \\ \\ \beta_{10j} &= \beta_{10} + v_{10j} \\ \beta_{11j} &= \beta_{11} + v_{11j} \\ \beta_{12j} &= \beta_{12} + v_{12j} \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \beta_{1nj} &= \beta_{1n} + v_{1nj} \\ \\ \beta_{20j} &= \beta_{20} + v_{20j} \\ \beta_{21j} &= \beta_{21} + v_{21j} \\ \beta_{22j} &= \beta_{22} + v_{22j} \\ \vdots &\quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ \beta_{2nj} &= \beta_{2n} + v_{2nj}\end{aligned}$$

Y la ecuación de crecimiento cuadrático resultante tras introducir los predictores de segundo nivel pasa a ser:

$$\begin{aligned}y_{ij} &= \beta_{00} + \beta_{01}X_{1ij} + \beta_{02}X_{2ij} + \dots + \beta_{0n}X_{nij} + \\ &\quad + \beta_{10}(t-t_0) + \beta_{11}(t-t_0)X_{1ij} + \beta_{12}(t-t_0)X_{2ij} + \dots + \beta_{1n}(t-t_0)X_{nij} + \\ &\quad + \beta_{20}(t-t_0)^2 + \beta_{21}(t-t_0)^2X_{1ij} + \beta_{22}(t-t_0)^2X_{2ij} + \dots + \beta_{2n}(t-t_0)^2X_{nij} + \\ &\quad + v_{00j} + v_{01j} + v_{02j} + \dots + v_{0nj} + \\ &\quad + v_{10j}(t-t_0) + v_{11j}(t-t_0)X_{1ij} + v_{12j}(t-t_0)X_{2ij} + \dots + v_{1nj}(t-t_0)X_{nij} \\ &\quad + v_{20j}(t-t_0)^2 + v_{21j}(t-t_0)^2X_{1ij} + v_{22j}(t-t_0)^2X_{2ij} + \dots + v_{2nj}(t-t_0)^2X_{nij} \\ &\quad + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t-t_0) + \mu_{2ij}(t-t_0)^2 + \varepsilon_{ij}\end{aligned}\tag{39}$$

O, de manera simplificada:

$$\begin{aligned}
y_{ij} = & \beta_{00} + \sum_{k=1}^n \beta_{0k} X_{kij} + \sum_{l=1}^2 \beta_{l0} (t-t_0)^l + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^2 \beta_{lk} (t-t_0)^l X_{kij} + \\
& + \sum_{k=0}^n v_{0kj} + \sum_{l=1}^2 v_{l0j} (t-t_0)^l + \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^2 v_{lkj} (t-t_0)^l X_{kij} + \mu_{0ij} + \mu_{1ij} (t-t_0) + \varepsilon_{ij}
\end{aligned} \tag{40}$$

Donde, $\beta_{21}, \beta_{22}, \dots, \beta_{2n}$ muestra la variación en la tasa de crecimiento cuadrático para el conjunto de las escuelas debida a la influencia de las características individuales y familiares de sus alumnos; y $v_{21j}, v_{22j}, \dots, v_{2nj}$ representan el efecto diferencial de las covariables introducidas en el modelo sobre la tasa de crecimiento cuadrática para cada una de las escuelas.

3.1.3. Propuesta de un modelo de valor añadido

El valor añadido se define como la contribución de varios factores hacia el crecimiento en el logro de los alumnos (Goldhaber y Anthony, 2003), en concreto la contribución de los factores asociados a las escuelas, sus programas y sus profesores. Analizando las diferentes alternativas metodológicas para el cálculo del valor añadido en educación, se observa cómo en este tipo de modelos los resultados son presentados como la ganancia de los alumnos, de una clase, de una escuela o de un distrito en relación a otras unidades de análisis, por lo que las unidades de rendimiento raramente pueden considerarse en términos absolutos (Hibpsman, 2004).

La Figura 32 presenta el modelo que se ha tomado como base para cálculo del valor añadido de las escuelas en este trabajo.

Dicha representación muestra cómo el progreso académico observado para los alumnos de una escuela determinada a lo largo del tiempo es explicado por el efecto de las variables relativas a las características individuales y familiares de los alumnos, por la contribución de los factores asociados a la escuela sobre el rendimiento académico, por el efecto ejercido por otras variables contextuales y, finalmente, por posibles errores aleatorios. Teniendo en cuenta esas diferentes fuentes de variación, el valor añadido hace referencia al progreso debido, exclusivamente, al centro educativo, sus programas educativos o sus profesores.

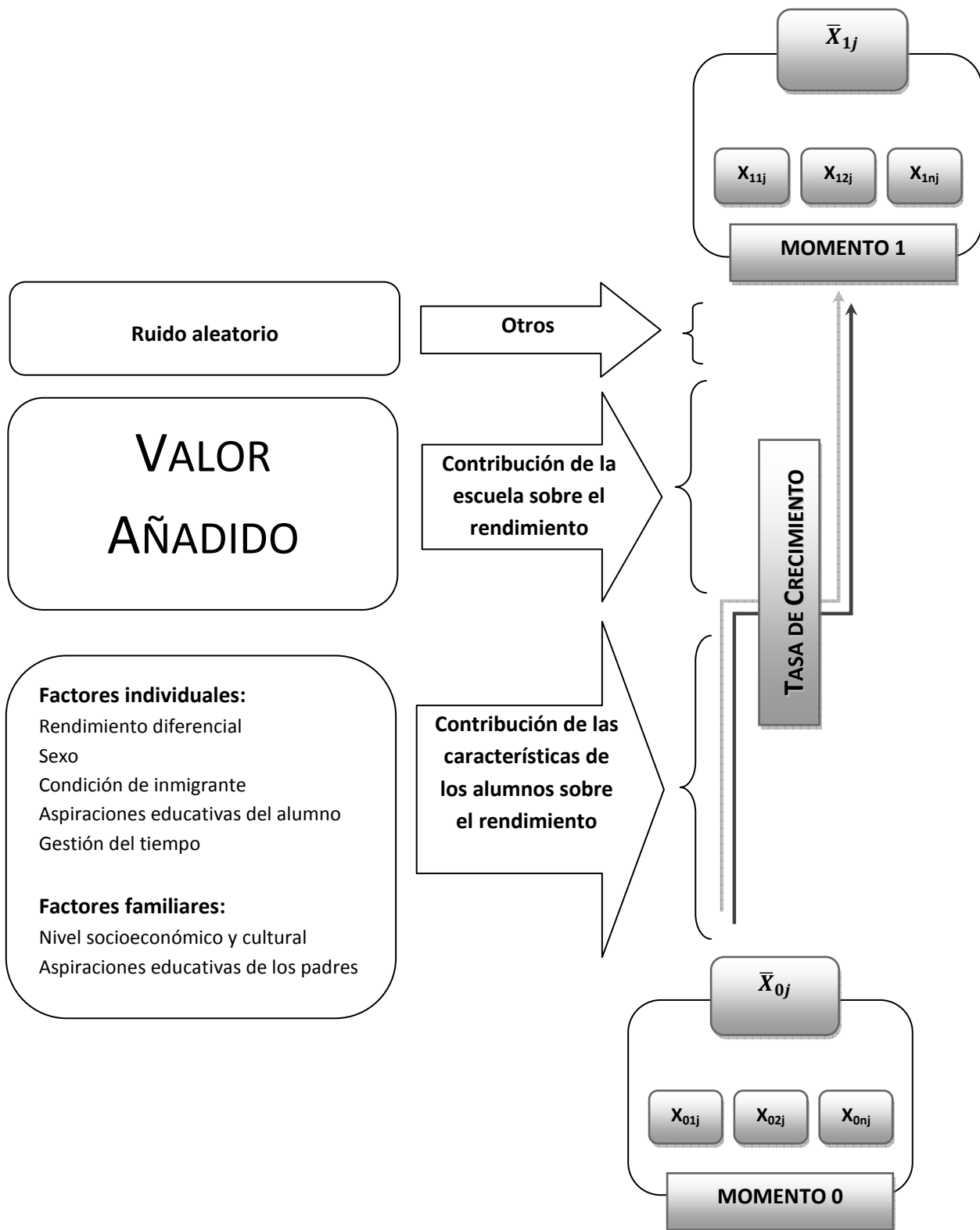


Figura 32: Modelo para el cálculo del valor añadido en educación
Fuente: Elaboración propia

3.1.3.1. Justificación de las características individuales y familiares introducidas en el modelo de valor añadido

Con la finalidad de controlar el efecto de las características individuales y familiares de los alumnos sobre el rendimiento previo de las escuelas y sobre sus tasas de crecimiento, el modelo de valor añadido presentado en el apartado anterior introduce las siguientes variables: el rendimiento diferencial del alumno, el sexo, la condición del inmigrante, las aspiraciones educativas del alumno, la gestión del tiempo, el nivel socioeconómico y cultural de sus familias y las aspiraciones educativas de los padres.

Los estudios longitudinales que persiguen medir el progreso de los alumnos a lo largo del tiempo, a menudo, centran su interés en la relación entre las diferencias en el nivel de rendimiento inicial de los estudiantes y las distintas tasas de cambio (Choi y Seltzer, 2005; 2010). Este hecho se debe a que existen evidencias empíricas de cómo las tasas de crecimiento esperadas y la heterogeneidad de las mismas se relacionan con el punto de partida de los individuos (Klein y Muthén, 2006). En este sentido, se ha considerado el *rendimiento diferencial del alumno* en el pre-test con el objetivo de informar de la posición inicial del sujeto respecto a la media poblacional. La introducción de esta variable permite controlar otro de los efectos que sobre las medidas de valor añadido puede ejercer la asignación no aleatoria de los sujetos a los grupos como es el efecto de regresión hacia la media, en la medida en que el nivel de partida del sujeto puede ser considerado un “neutralizador del efecto de regresión de las medias iniciales de los centros hacia la gran media” (Castro et al., 2009, p.133).

Los distintos ritmos en el desarrollo de las capacidades e intereses entre los estudiantes en función del *sexo*, permiten detectar diferencias en el rendimiento de los alumnos asociadas a esta variable (García, Buj, González, Ibáñez-Martín, De la Orden, Pérez y Rodríguez, 1998). De esta forma, los resultados de evaluaciones internacionales, como las llevadas a cabo por la OCDE dentro del Programa para la Evaluación Internacional de los Alumnos (PISA), muestran unos mejores resultados en matemáticas por parte de los chicos y una mayor puntuación en comprensión lectora para las chicas (Instituto de Evaluación, 2007; OCDE, 2008a). Dentro de esta última

materia, estudios como los desarrollados por Oakhill y Petrides (2007) han puesto de manifiesto cómo el rendimiento lector de los alumnos puede verse significativamente afectado por el contenido de los textos mientras que, en el caso de las alumnas, la repercusión es menor.

Otra de las variables individuales a valorar, dada su relación con los logros educativos, es la *condición de inmigrante del alumnado*. Diferentes trabajos empíricos han puesto de manifiesto la influencia que tiene el país de origen de los estudiantes sobre su rendimiento académico (Schleiche, 2006; Levels, Dronkers y Kraaykamp, 2008; Calero, Choi y Waisgrais, 2009; López, Navarro, Ordóñez y Romero, 2009), así como el efecto que el hecho de ser o no inmigrante ejerce sobre otras características de los alumnos como su nivel socioeconómico y cultural (Fuligni y Yoshikawa, 2003). La mayoría de estos trabajos muestran unos mejores resultados de los alumnos nativos frente a los inmigrantes de primera o de segunda generación. No obstante, es posible encontrar trabajos, como los llevados a cabo por Georgiades, Boyle y Duku (2007), que muestran cómo los estudiantes inmigrantes⁴³ pueden llegar a presentar menores problemas comportamentales o emocionales y mayores niveles de rendimiento escolar que el alumnado nativo.

La motivación, tanto intrínseca como extrínseca, que tienen los alumnos para aprender está estrechamente relacionada con los deseos para seguir aprendiendo y con sus ansias de superación. La motivación, por tanto, puede considerarse un elemento asociado al rendimiento académico, ya que permite al alumno involucrarse en su propio proceso de aprendizaje y alcanzar las metas establecidas (Martínez-Otero, 2009). En este sentido, se introducen las *aspiraciones educativas de los alumnos* como variable proxy de su motivación hacia el aprendizaje, dada la relación existente entre ambas variables (Martin, 2007).

El rendimiento escolar está relacionado con el esfuerzo y la capacidad de trabajo de los alumnos. Por este motivo, es importante tener en cuenta el uso que los

⁴³ Este estudio llevado a cabo en Canadá diferencia a los alumnos inmigrantes entre aquellos que sus familias habían vivido en Canadá 15 años o menos y los que habían vivido más de 15 años, siendo los estudiantes que pertenecen al primer grupo los que presentaban mejores resultados en comparación con la población no inmigrante (Georgiades, Boyle y Duku, 2007).

estudiantes hacen del tiempo que pasan fuera de los centros educativos. La gestión del tiempo dentro y fuera de la escuela es considerada una herramienta eficaz asociada al éxito académico y a los estilos de aprendizaje de los alumnos. Esta relación significativa y positiva entre las habilidades de gestión del tiempo y los estilos de aprendizaje ha sido puesta de manifiesto, entre otros, por Pérez, García y Talaya (2003) en su estudio llevado a cabo con los alumnos de la Comunidad Valenciana (España). Del mismo modo, los autores han evidenciado la capacidad predictiva de ambas variables sobre el rendimiento escolar, tanto de manera individual como conjuntamente. La gestión del tiempo fuera del centro escolar se ha medido a través de las siguientes variables: *horas dedicadas a estudiar, horas dedicadas a leer y horas dedicadas a chatear*.

El tiempo destinado por los alumnos a estudiar influye sobre su rendimiento académico. Más concretamente, a medida que incrementa el tiempo de trabajo personal aumenta el interés intrínseco por la tarea de aprender y, simultáneamente, el esfuerzo se orienta al establecimiento de relaciones entre materias, integrándolas en un todo significativo (Rosario, Núñez, González-Pienda, Almeida, Soares y Rubio, 2005). De esta forma, el tiempo de estudio presenta un efecto significativo sobre el rendimiento escolar. De otro lado, las horas que los estudiantes dedican a leer están estrechamente relacionadas con la mejora del rendimiento lector (Guthrie, Wigfield, Metsala y Cox, 1999). Finalmente, se considera el tiempo que los alumnos dedican a chatear dada su posible influencia sobre los logros académicos. A pesar de los efectos beneficios de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, como es el caso de internet, en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en los últimos han surgido trabajos que han demostrado cómo el uso de internet⁴⁴ para buscar información ayuda a mejorar los resultados académicos mientras que su utilización como herramienta de socialización y de ocio ejerce un efecto negativo sobre dichos resultados (Chen y Fu, 2009).

Centrando el análisis en las características familiares de los alumnos, la principal variable a considerar es el nivel socioeconómico y cultural. Su influencia sobre

⁴⁴ Jackson, von Eye, Biocca, Barbarsis y Fitzgerald (2006) muestran cómo los alumnos pertenecientes a familias con bajos ingresos que utilizan internet durante más tiempo obtienen mejores resultados académicos que aquellos que no lo utilizan o lo hacen por poco tiempo.

el rendimiento ha sido puesta de manifiesto en numerosas ocasiones (Coleman, 1966; Yeung, 2004; Ruiz de Miguel y Castro, 2006; Lizasoain, Joaristi, Lukas y Santiago, 2007; López et al., 2009; Carman y Taylor, 2010). De esta forma, el metaanálisis llevado a cabo por Sirin (2005), analizando 75 estudios procedentes de 58 artículos publicados entre los años 1990 y 2000, ha evidenciado la relación entre ambas variables, a la vez que ha señalado cómo la forma de medir el nivel socioeconómico varía en función de los diferentes trabajos analizados. Así, se diferencia entre medidas individuales que proceden directamente de los alumnos y medidas agregadas basadas en las escuelas a las que los estudiantes asisten o a los barrios donde residen. Dentro de las primeras, el nivel educativo de los padres se presenta como el componente del nivel socioeconómico más utilizado (30 de los casos), seguido de la ocupación de los padres (15 de los casos), los ingresos familiares (14 casos) y la participación en programas de almuerzo gratuito o de precio reducido (10 de los casos). En el presente modelo, los componentes del nivel socioeconómico y cultural considerados han sido: *posesión de más de 100 libros en el hogar, posesión de internet, nivel educativo del padre y nivel educativo de la madre*.

Por último, otro de los factores familiares considerados han sido las *aspiraciones educativas de los padres*. Son varios los trabajos que han puesto de manifiesto la importancia de las expectativas familiares y su influencia positiva sobre los logros educativos de sus hijos (Andrade, Miranda y Freixas, 2000; Neuenschawander, Vida, Garrett y Eccles; 2007; Spera, Wentzel y Matto, 2009). No obstante, es importante señalar que la importancia de esta variable no reside tanto en el efecto directo que ejerce sobre el rendimiento académico sino en la influencia de la actitud y las aspiraciones educativas de los padres sobre la motivación, la auto-eficacia académica y las aspiraciones educativas de sus hijos (Buchmann y Dalton, 2002; Fan y Williams, 2010) y, como se indicó anteriormente, estas últimas variables sobre los logros educativos.

3.2. LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN EDUCATIVA

Uno de los aspectos de mayor relevancia a la hora de evaluar la eficiencia de cualquier sector productivo es la decisión sobre los *inputs* y los *outputs* que se introducen en el análisis, ya que de éstos dependerá la medida de la eficiencia calculada. Este hecho adquiere aún mayor importancia en el ámbito de la educación debido a la multidimensionalidad y el carácter intangible del producto educativo y, por tanto, a la “imposibilidad de delimitar un concepto único y universalmente válido que pueda reflejar la producción de las escuelas” (Cordero, Muñiz y Pedraja, 2006, p.8).

Los diferentes trabajos que a nivel nacional e internacional han evaluado la eficiencia educativa han considerado medidas parciales de los resultados del sistema educativo, que en los niveles no universitarios se han concretado, fundamentalmente, en indicadores de rendimiento y en tasas de graduación. Para ello, se han utilizado las puntuaciones obtenidas por los estudiantes en pruebas estatales o internacionales. Estas medidas de los resultados consideran el nivel de rendimiento que poseen los alumnos de una escuela particular en un momento determinado, sin tener en cuenta el efecto que sobre dichos resultados pueden estar ejerciendo otras variables que están fuera del control de la escuela, las cuáles, normalmente, son posteriormente incluidas en alguna de las fases del análisis.

En España, estos estudios han tomado, principalmente, las calificaciones obtenidas por los sujetos en la prueba de acceso a la universidad (Mancebón y Bandrés, 1999; Gómez et al., 2003; Hernández y Fuentes, 2003; Cordero et al., 2005; Seijas, 2004; Cordero, 2006; Mancebón y Muñiz, 2008) debido, entre otros, a la que es la única prueba que cumple el requisito de estandarización (Cordero et al., 2006). Sin embargo, este indicador de la productividad de las escuelas presenta algunas limitaciones que pueden dar lugar a una medida sesgada de la eficiencia de los centros educativos. En este sentido, el principal obstáculo se centra en el hecho de que esta prueba tan sólo la realizan aquellos alumnos que previamente han superado el curso académico y que desean realizar estudios universitarios por lo que, previamente, los estudiantes son sometidos a un doble filtro. Del mismo modo, la prueba de acceso a la universidad “proporciona una información puntual en el tiempo, y el margen de error

en la valoración de los conocimientos y destrezas individuales es demasiado alto como para confiar sólo en ese resultado” (Gaviria, 2005, p. 352). A partir de la utilización de esta variable como *output* educativo una escuela será más o menos eficiente en función del éxito que tengan sus alumnos en las pruebas de acceso a la universidad y los *inputs* que utilicen para conseguirlo, sin tener en cuenta los resultados del resto del alumnado o de los demás niveles educativos.

En contraposición a esta perspectiva, en los últimos años algunos autores han apostado por introducir el valor añadido de las escuelas en el análisis de la eficiencia como una medida de la contribución que realizan estas unidades de producción sobre el rendimiento académico de sus alumnos. Un ejemplo de ello es el trabajo desarrollado por Santín (2003) donde introduce las medidas de valor añadido como *output* en su modelo de evaluación de la eficiencia a partir de las Redes Neuronales Artificiales. A pesar de la indiscutible aportación de este trabajo, su principal limitación radica en que su propuesta empírica no cumple uno de los requisitos *sine qua non* para el cálculo del valor añadido en educación como es la utilización de datos longitudinales (Wainer, 2004; Ballou et al., 2004; Crundwell 2005; CCSSO, 2008; Castro y Gaviria, 2009; Lizasoain y Joaristi, 2009; Martínez et al., 2009).

Respecto a las tasas de graduación⁴⁵, este *output* se define como la proporción de estudiantes que superan un determinado curso o nivel educativo sobre el total del alumnado matriculado inicialmente. La principal ventaja de esta medida es que se centra estrictamente en criterios cuantitativos y su mayor inconveniente se basa en la no consideración de las diferencias existentes en la composición de los grupos entre y dentro de las escuelas.

Analizadas las ventajas e inconvenientes de los *outputs* tradicionalmente utilizados en los estudios de eficiencia, el modelo que se presenta en este capítulo apuesta por incorporar el valor añadido de las escuelas como un indicador de la productividad de las mismas. Los beneficios que aportan este tipo de medidas han sido

⁴⁵ Entre los estudios contemplados en el Capítulo 1 que han evaluado la eficiencia de los centros educativos no universitarios en España se observa una tendencia a introducir como *output* educativo la proporción de alumnos que superan las pruebas de acceso a la universidad en relación al alumnado inicialmente matriculado en COU o 2º de Bachillerato.

expuestos en los apartados anteriores, sin embargo, es de justicia volver a recordar dos de las características que justifican la inclusión de esta variable. Por un lado, el valor añadido persigue ser una medida precisa de la aportación de las escuelas al desarrollo de sus alumnos de forma que, posteriormente, puede relacionarse el nivel de progreso alcanzado con los recursos utilizados en su consecución. En segundo lugar, las medidas de valor añadido contextualizadas permiten controlar el efecto que sobre la productividad de las escuelas ejercen las características individuales y familiares de los alumnos, evitando la influencia de estas variables no controlables sobre la medida de la eficiencia obtenida. La Figura 33 presenta un modelo de medida de la eficiencia que incluye el valor añadido de los centros educativos en dos materias básicas como son matemáticas y comprensión lectora. Dado que, como se señaló anteriormente, la medida de la eficiencia calculada depende los *inputs* y *outputs* introducidos en el análisis, desde esta perspectiva una escuela será más eficiente que otra en la medida en que esté produciendo más valor añadido en comprensión lectora y/o en matemáticas utilizando para ello la misma cantidad de recursos.

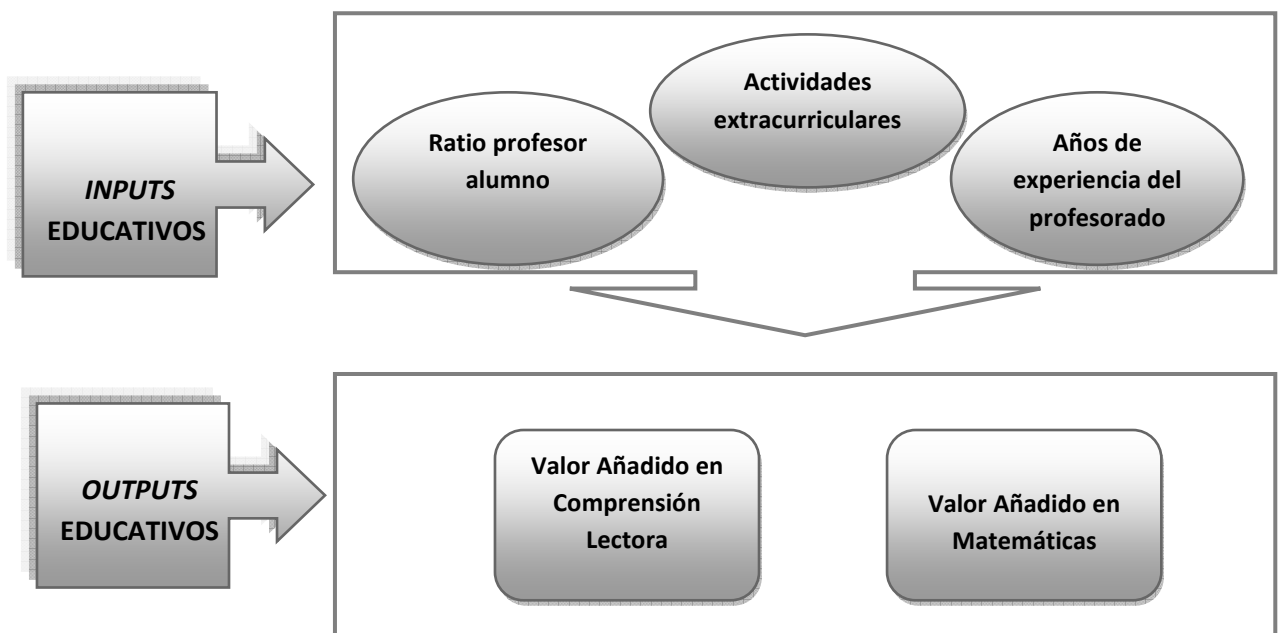


Figura 33: Modelo de evaluación de la eficiencia: *Output* valor añadido en educación

Fuente: Elaboración propia

A la hora de centrar el análisis en los insumos educativos considerados es importante tener en cuenta la influencia de los recursos escolares sobre los resultados

educativos. Dentro de los estudios que han analizado la relación entre dichas variables, uno de los que más impacto e influencia ha generado ha sido el trabajo *Equality of Educational Opportunity* llevado a cabo por Coleman (1966) en el que, a partir de la utilización de técnicas de regresión, se evidenció cómo, una vez controladas las características individuales y familiares de los alumnos, las variables asociadas a la escuela ejercen un efecto menor y, en ocasiones, no significativo sobre el rendimiento académico. Aunque este trabajo ha sido objeto de varias críticas y revisiones, autores como Hanushek (1989, 1994, 1998) han continuado poniendo de manifiesto la falta de evidencia empírica de la influencia significativa de los *inputs* educativos sobre los resultados escolares. En este sentido, merece especial atención la síntesis llevada cabo por este último en la que analizó un amplio número de estudios que relacionaban los principales factores determinantes del gasto en educación (ratio profesor alumno, formación del profesorado, experiencia del profesorado, salario del profesorado, gasto por alumno, recursos administrativos e instalaciones) y el rendimiento de los alumnos (Hanushek, 1989). Coincidiendo con Coleman (1966), Hanushek concluirá que aunque la correlación entre los gastos de la escuela y los logros educativos es fuertemente positiva, la intensidad de la relación desaparece cuando se controlan las diferencias en el *background* familiar (p. 49).

En contraposición a este planteamiento se encuentran los autores que han defendido una relación sistemática y positiva entre los *inputs* y los *outputs* escolares. Así, Hedges, Laine y Greenwald (1994) tras revisar el trabajo de Hanushek alegaron que no existe evidencia empírica para afirmar que la relación entre los factores analizados y el rendimiento académico es no significativa debido, principalmente, a las limitaciones derivadas de la naturaleza de los estudios (antigüedad, estudios transversales, etc.) y al método analítico utilizado, sugiriendo la utilización de métodos de análisis más poderosos, como los análisis de la magnitud del efecto, que permiten dilucidar “algunos efectos positivos de las variables de recursos y poco apoyo para la existencia de efectos negativos” (Hedges et al., 1994, p.80).

Tras estas consideraciones, se debe señalar que los *inputs* introducidos en el modelo de evaluación de la eficiencia que aquí se presenta han sido la *ratio-profesor*

alumno, los años de *experiencia del profesorado* y el número de *actividades extracurriculares*.

A pesar de que no existe un acuerdo generalizado de que una disminución en la ratio profesor-alumno se acompañe de unos mejores resultados educativos (Slavin, 1990; Hanushek, 1994, 1998; Hanushek et al., 1996; Hanushek y Luque, 2000; National Center for Policy Analysis, 2000), la reducción del número de alumnos por aula es una de las medidas educativas a la que constantemente se reclama para solventar la problemática del fracaso escolar y mejorar el rendimiento académico. Sin embargo, independientemente de los efectos, lo que sí es un hecho es que dicha medida trae consigo un elevado coste económico. La ratio profesor-alumno influye de manera significativa en los recursos destinados a educación, ya que una menor ratio conlleva una mayor contratación de profesorado. En el caso de España, tal y como se muestra en la Figura 34, el gasto en personal llega a suponer aproximadamente un 60% de la inversión total en educación que realizan las diferentes Administraciones Públicas. Estas razones justifican la importancia de esta entrada del sistema educativo y hace que el número de profesores por alumno sea uno de los *inputs* con mayor presencia en los estudios de eficiencia (Ruggiero, 1996; Mancebón y Bandrés, 1999; Muñiz, 2001; Gómez et al., 2003; Cordero et al., 2005; Seijas, 2004; Iregui et al, 2006; Cordero-Ferrera, 2008).

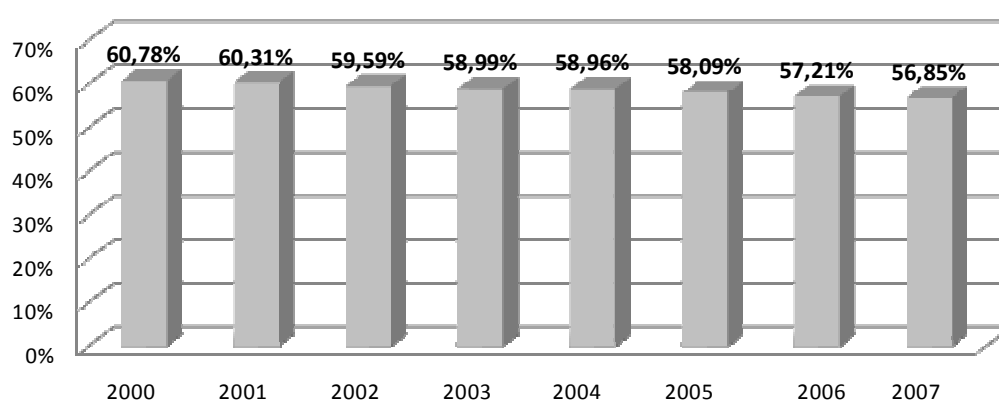


Figura 34: Porcentaje que supone el gasto en personal sobre el gasto total en educación

Fuente: Elaboración propia a partir de los datos del Ministerio de Educación

La experiencia del profesorado es otro de los insumos introducidos en los modelos de medida de la eficiencia (Kirjavainrn y Loikkanen, 1998; Conroy y Arguea, 2008). Los años de experiencia de los docentes se relacionan tanto con el salario que perciben como con la efectividad de su trabajo. En este sentido, han sido diferentes los estudios que han indicado que los profesores con más años de experiencia son más efectivos que el profesorado recién incorporado y que el efecto de este último grupo sobre los logros de los alumnos suele ser más variable (Loeb y Reininger, 2004; Rice, 2010). No obstante, esa mayor efectividad debida a la experiencia muestra un declive a partir de un punto que algunos autores establecen en los 27 años de profesión, evidenciándose esta recesión sobre todo los niveles de educación secundaria (Ladd, 2008). Igualmente, se observa una tendencia a que sean los profesores con menos experiencia los que trabajen en contextos más desfavorecidos, con alumnos con bajo rendimiento académico y que proceden de familias de menores ingresos (Loeb y Reininger, 2004).

Finalmente, otra variable que puede ser controlada por los centros educativos y/o por las Administraciones Públicas es el número de actividades extracurriculares que se realizan. Aunque en ocasiones se utilicen como sinónimos, las actividades extraescolares y las actividades extracurriculares se refieren a realidades diferentes. Mientras que las primeras son aquellas que realizan los alumnos fuera del curriculum escolar, las actividades extracurriculares son desarrolladas, planificadas por y desde los centros educativos como un complemento para el alumno (Mariana, Alós, Alcalá, Pino, Herruzo, y Ruiz, 2006). Varios han sido los estudios que se han referido a los efectos positivos que ambos tipo de actividades ejercen sobre el rendimiento académico (Mariana et al., 2006; Marsh y Kleitman, 2002; Lawhorn, 2008; Lagacé-Séguin y Case, 2010) o el desarrollo de habilidades sociales (Pierce, Hamm y Vandell, 1999; Molinuevo, Bonillo, Pardo, Doval y Torrubia, 2010). Sin embargo, los beneficios⁴⁶ de las actividades extracurriculares son mayores que los de las actividades que se realizan

⁴⁶ Junto con los beneficios anteriores, algunos autores han afirmado que la participación en actividades extraescolares protege a los jóvenes de ser víctimas del crimen, de embarazos no deseados, de adicción al tabaco y a las drogas (Fox, Flynn, Newman y Christeson, 2003). No obstante, otros estudios han señalado que la participación en actividades extraescolares no actúa como un factor que proteja a los jóvenes de la actividad delictiva (Burton y Marshall, 2005).

fuera de la escuela, especialmente si se comparan con el efecto de las actividades de entretenimiento (Marsh y Kleitman, 2002), hecho que puede deberse a que las actividades que forman parte de la estructura de la escuela fomenta una mayor identificación con la escuela, la consolidación de los valores que allí se promueven y el compromiso con los logros académicos.

La técnica aplicada para el cálculo de la eficiencia ha sido el Análisis Envolvente de Datos en su variante CCR (Charnes et al., 1978) orientada al *output*. De esta forma, una escuela será considerada más eficiente que otra en la medida en que esté produciendo mayor cantidad de valor añadido, utilizando para ello la misma cantidad de recursos. Desde esta perspectiva, se observa un modelo de evaluación de la eficiencia orientado a maximizar los resultados con los recursos de que se dispone.

3.3. EXPLICACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LAS ESCUELAS

En el modelo de análisis de la eficiencia que se presenta en este capítulo se debe diferenciar entre los *inputs* no controlables que hacen referencia a las variables individuales y familiares de los alumnos y aquéllos que responden a factores asociados a las escuelas y su contexto. Respecto a los primeros, la utilización de medidas de valor añadido, como indicador de los resultados escolares, garantiza su control. En relación a los segundos, a lo largo de esta tercera fase se ha propuesto un análisis multietápico en el que, tras estimar la eficiencia técnica de cada una de las escuelas, se ajustan los índices obtenidos a través de una regresión Tobit. En esta regresión la eficiencia técnica calculada inicialmente se introduce como variable dependiente y los *inputs* no controlables como variables explicativas. La característica principal de este tipo de regresión es que permite censurar parte de los valores de la variable dependiente.

Dentro de las variables que pueden resultar explicativas de las diferencias en la eficiencia técnica alcanzada por las distintas unidades productivas se debe diferenciar entre *inputs* no controlables y variables ambientales. Ambos tipos de variables pueden llegar a influir en la ineficiencia de los centros educativos y forman parte del proceso de producción. Sin embargo, mientras que los *inputs* no controlables hacen referencia

a las entradas y procesos del sistema educativo, las variables ambientales ofrecen información del contexto asociado a las escuelas.

La Figura 35 muestra los *inputs* no controlables y los factores ambientales que han perseguido explicar la ineficiencia técnica de las unidades productivas introducidas en el análisis.

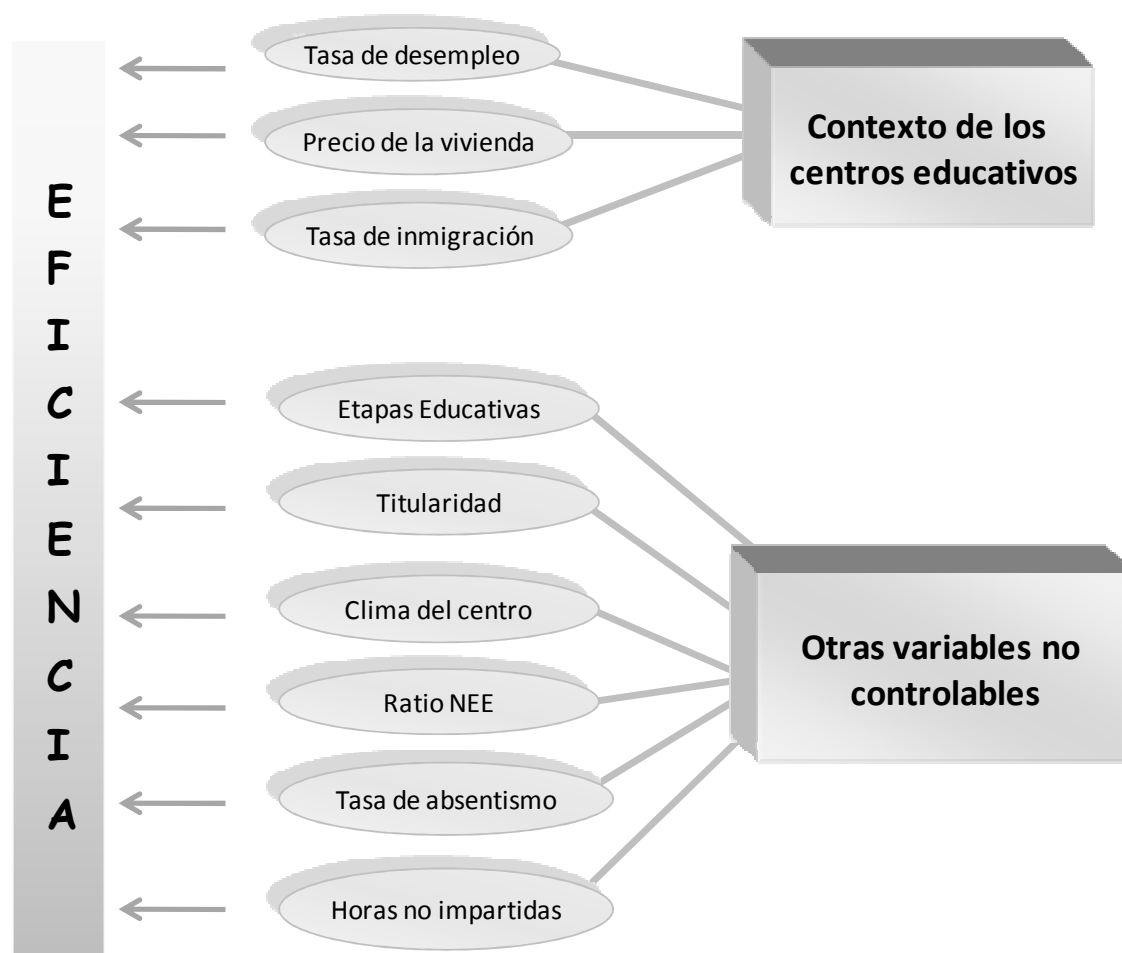


Figura 35: Determinantes de la eficiencia técnica
Fuente: Elaboración propia

El proceso de enseñanza-aprendizaje, como cualquier otro sistema productivo, está influido por las características del contexto en que se desarrolla. Diversas investigaciones han puesto de relieve la importancia que tiene el entorno (Bowen y Bowen, 1999; Tremblay, Ross y Berthelot, 2001; Pong y Hao, 2007), la implicación de la comunidad (Boaduo, Milondzo y Adjei, 2009) y sus recursos (Klein, 2008) en los resultados que consiguen los centros educativos. Como consecuencia, la medida de la eficiencia técnica calculada en la fase anterior podría estar enmascarada por el efecto

de variables que quedan fuera del control del productor. Con el objetivo de identificar este enmascaramiento se han introducido en el análisis la tasa de desempleo, al precio de la vivienda y a la tasa de inmigración.

Junto con estas variables, es posible referirse a otro conjunto de factores que intervienen en los resultados que alcanzan las escuelas y cuyo control no depende tanto de una mayor inversión educativa como de medidas organizativas o de funcionamiento. Atendiendo a estos indicadores es posible diferenciar entre aquellas características que forman parte de la propia identidad de las unidades productivas, como es su titularidad o las etapas educativas que allí se imparten, y los indicadores de proceso que proporcionan información de la vida de los centros entre los que se incluyen las horas de clase no impartidas, el clima del centro y las tasas de absentismo.

El análisis de la realidad educativa española, muestra la existencia de centros de distinta titularidad. Con los centros de titularidad pública coexisten centros de titularidad privada, que a su vez pueden ser sostenidos o no con fondos públicos. Esta variedad de alternativas ha sido vista por autores como Levin (2002) como un hecho positivo que favorece que las escuelas se esfuercen por atraer a los estudiantes, de forma que se genere un mercado competitivo que permita mejorar la eficiencia técnica y asignativa. Sin embargo, dado que las diferentes opciones pueden variar en el modo de asignar y gestionar sus recursos, la comparación de la eficiencia de los centros en función de su titularidad ha sido objeto de estudio en numerosas ocasiones sin llegar a un acuerdo en los resultados. Así, mientras algunos trabajos han evidenciado una mayor eficiencia de los centros privados frente a los públicos (Coleman, Hoffer y Kilgore, 1982; Jiménez, Loochheed y Paqueo, 1991; Kingdon, 1996; Sampaio y Guimarães, 2009), otros autores han mostrado cómo, tras eliminar el efecto de las variables externas a la escuela, la mayor eficiencia en la gestión de los recursos por parte de las instituciones privadas desaparece (Calero y Escardíbul, 2007; Mancebón y Muñiz, 2008; Cherchye, De Witte, Ooghe y Nicaise, 2010; Perelman y Santín, 2011) e incluso presenta valores inferiores a los de las instituciones públicas (Kirjavainen y Loikkanen, 1998; Lassibille y Tan, 2001).

Por su parte, el paso de los alumnos de la educación primaria a la educación secundaria puede llegar a suponer un cambio en su forma de vida que repercuta sobre su bienestar y sus logros educativos (Pietarinen, 1998; Ferguson y Fraser, 1999; McGee, Ward, Gibbons y Harlow, 2003; Cox y Kennedy, 2008; Jindal-Snape y Miller, 2008). No obstante, la adaptación de los estudiantes a su nueva situación dependerá notablemente de si la transición ha conllevado o no un cambio de centro educativo. Teniendo en cuenta que es posible identificar centros que imparten ambas etapas educativas, resulta interesante introducir esta variable con el objetivo de analizar su influencia sobre las medidas de eficiencia.

Entre los indicadores de proceso que influyen en los resultados conseguidos por alumnos, y por ende en la medida de la eficiencia calculada, se han destacado el clima del centro (Haynes, Emmons, y Ben-Avie, 1997; Van Horn, 2003; Sangsue y Vorpe, 2004; Cohen, 2006; Cohen, McCabe, Michelli y Pickeral, 2009), las horas de clase no impartidas (Woods y Montagno, 1997; Miller, Murnane y Willett, 2008; Clotfelter, Ladd y Vigdor, 2009; Finlayson, 2009) y la tasa de absentismo (Lamdin, 1996; Launius, 1997; Borland y Howsen, 1998; Gottfried, 2010).

Finalmente, se ha incluido la tasa de alumnos con necesidades educativas especiales, ya que su inclusión en los centros ordinarios requiere de recursos humanos y materiales adicionales. Del mismo modo, la presencia de este tipo de alumnado pueden variar en función de las características del centro como puede ser su titularidad (Calero y Fernández, 2009).

3.4. RECAPITULACIÓN

Título: PROPUESTA DE UN MODELO PARA LA EVALUACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA A PARTIR DE LAS MEDIDAS DE VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN

Tipo de capítulo: Teórico

Objetivos:

Identificar las principales características de los modelos de valor añadido en educación.

Analizar las ventajas de introducir las medidas de valor añadido en los modelos de evaluación de la eficiencia.

Proponer un modelo de evaluación de la eficiencia que incorpore, como resultado del sistema educativo, el valor añadido de las escuelas.

Resumen:

En este capítulo se presenta un modelo de evaluación de la eficiencia técnica que toma las medidas del valor añadido de las escuelas como *output* del sistema educativo. El desarrollo del modelo consta de tres fases diferenciadas: el cálculo del valor añadido, la estimación de la eficiencia técnica y la explicación de la ineficiencia técnica a partir de variables que están fuera del control de las unidades productivas. El modelo de valor añadido propuesto persigue evaluar la aportación de las escuelas al desarrollo académico de los alumnos, controlando la influencia que sobre esa ganancia pueden ejercer las características individuales y familiares de los alumnos. Dentro de las diferentes alternativas metodológicas utilizadas en el cálculo del valor añadido, se propone el uso de los modelos multinivel, ya que este procedimiento respeta la naturaleza anidada de los datos educativos y permite evaluar crecimientos lineales y no lineales. Posteriormente, el valor añadido estimado se incluye en un modelo de eficiencia, que estará orientado a maximizar el *output*, de forma que una escuela será considerada más eficiente que otra en la medida en que esté produciendo mayor cantidad de valor añadido, utilizando para ello la misma cantidad de recursos. Finalmente, se establece una tercera etapa en la que, a través de una regresión Tobit, se ajustan los índices de eficiencia técnica obtenidos previamente en función de los *inputs* no controlables y las variables ambientales.

Palabras clave: Valor añadido, modelos jerárquicos lineales, crecimiento lineal, crecimiento cuadrático, modelo de evaluación de la eficiencia técnica, regresión Tobit

3.5. ABSTRACT

Title: PROPOSAL FOR A MODEL TO ASSESS THE TECHNICAL EFFICIENCY FROM VALUE-ADDED MEASURES IN EDUCATION

Type of chapter: Theoretical

Objectives:

To identify the main characteristics of value-added measures in education.

To analyse the benefits of introducing value-added measures in efficiency evaluation models.

To propose a model for efficiency evaluation that incorporates the value added measures of school performance as an output of the education system.

Summary:

This chapter presents a model to evaluate the technical efficiency that uses value-added measures from schools as an output of the education system. There are three different stages in the model's development: calculation of the value-added measures, estimation of the technical efficiency, and explanation of the technical efficiency by means of variables that are not controllable by production units. The value-added model proposed aims to evaluate the contribution of schools to students' academic development, controlling the influence that the students' individual and family characteristics can have on this gain. Of the different alternative methodologies used to calculate value added, we propose to use multilevel models, since these respect the nested nature of education data and can be used to assess linear and non-linear growth. After that, the estimated value added is incorporated into an efficiency model that is focused on maximizing the output, in that a given school will be considered to be more efficient than another when it produces more value added, using the same amount of resources. Finally, in a third stage the technical efficiency indices obtained previously are adjusted using Tobit's regression, in relation to non-discretionary inputs and environmental variables.

Key words: Value Added, hierarchical linear models, linear growth, quadratic growth, model to assess technical efficiency, Tobit's regression.

CAPÍTULO 4: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

La segunda parte de la tesis doctoral cuya memoria se presenta en estas páginas ha perseguido aplicar el modelo de evaluación de la eficiencia propuesto en el capítulo anterior a los centros de educación primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid. Para ello, esta aportación empírica se ha enmarcado en el proyecto de I+D titulado "El valor añadido en educación y la función de producción educativa: un estudio longitudinal". Esta investigación ha estado financiada por el Ministerio de Ciencia y Tecnología, con el código SEC2003-09742, y dirigida por el profesor José Luis Gaviria, catedrático del Departamento de Métodos de Investigación y Diagnóstico en Educación de la Universidad Complutense de Madrid.

Dicho trabajo surgió con el doble objetivo de, por un lado, establecer una medida que refleje el progreso del aprendizaje de los alumnos a lo largo del tiempo basada en el concepto de valor añadido en educación y, de otro, determinar la función de producción educativa que relaciona dichos logros escolares con los recursos que se asignan a los centros educativos. Esta finalidad general se concretó en tres líneas de actuación más específicas dirigidas a: analizar cómo los recursos asignados al sistema educativo contribuyen a incrementar los aprendizajes de los alumnos (productividad); establecer las bases para la evaluación futura de las políticas de gasto público en

educación en función de su susceptibilidad para incrementar el capital humano; y valorar la viabilidad de un sistema de evaluación educativa basada en el valor añadido.

En función de estas metas, se estableció un estudio longitudinal que se desarrolló durante los cursos 2005-2006 y 2006-2007. A lo largo de ese periodo se evaluó en cuatro ocasiones el rendimiento en comprensión lectora y matemáticas de una muestra representativa de alumnos de la Comunidad de Madrid, coincidiendo con el principio y el final de cada curso académico. La primera aplicación tuvo lugar en noviembre de 2005 y la última evaluación se llevó a cabo en junio de 2007. Los niveles educativos implicados fueron 5º y 6º de educación primaria, 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.) y 3º y 4º de E.S.O.

Este capítulo presenta la realidad educativa en la que se llevó a cabo la investigación, así como las principales características de la misma. Para ello, se dedica un primer apartado a exponer el panorama legislativo del sistema educativo no universitario de la Comunidad de Madrid y a analizar algunos de sus principales indicadores de contexto, entrada, proceso y producto educativo. Por su parte, las tres últimas secciones recogen algunos aspectos claves de la investigación relacionados con la muestra, las variables y los instrumentos aplicados, entre otros.

4.1. MARCO CONTEXTUAL DE LA INVESTIGACIÓN

El proceso de descentralización del sistema educativo, iniciado con la Ley Orgánica 9/1992, de 23 de Diciembre, de Transferencia de competencias a Comunidades Autónomas que accedieron a la autonomía por la vía del artículo 143 de la Constitución, ha permitido que en la actualidad la mayoría de las Comunidades Autónomas tengan asumidas todas competencias en materia de educación, a excepción de, tal y como señala el artículo 149.30 de la Constitución Española (1978), la “regulación de las condiciones de obtención, expedición y homologación de títulos académicos y profesionales y normas básicas para el desarrollo del artículo 27 de la

Constitución⁴⁷ a fin de garantizar el cumplimiento de las obligaciones de los poderes públicos en esta materia”.

En la Comunidad de Madrid esta transferencia se inició en junio de 1999 con el Real Decreto 926/1999, de 28 de mayo, sobre traspaso de funciones y servicios de la Administración del Estado a la Comunidad de Madrid en materia de enseñanza no universitaria, por medio del cual se traspasaron “las funciones y servicios, así como los bienes, derechos, obligaciones, personal y créditos presupuestarios correspondientes, en los términos que resultan del propio Acuerdo y de las relaciones anexas” (p. 23969). Como consecuencia de este proceso es de esperar una mejora en la calidad del sistema educativo ya que los diferentes gobiernos autonómicos pueden dar una respuesta más ajustada a las necesidades de cada una de las realidades, sin embargo, también es posible que la descentralización haya supuesto, en algunas ocasiones, un obstáculo a la hora de garantizar la igualdad de oportunidades en todo el territorio español, al considerar la posible “falta de capacidades de las regiones de menor renta para cubrir objetivos de suficiencia de recursos” (Aroz, 2005, p. 141).

A continuación se describe la legislación que regula el sistema educativo no universitario de la Comunidad de Madrid y que permite tomar conciencia de cuáles son sus principales características. Dado que la investigación que se introduce en este capítulo se desarrolló durante los cursos académicos 2005-2006 y 2006-2007, el análisis se centra fundamentalmente en dicho periodo.

4.1.1. Legislación educativa no universitaria en la Comunidad de Madrid

A la hora de analizar la legislación educativa que rige las enseñanzas no universitarias en la Comunidad de Madrid, ésta variará en función de la etapa educativa analizada. En este apartado se presenta la normativa que en materia de desarrollo del curriculum, evaluación y funcionamiento de los centros ha regulado la Educación Primaria y la Educación Secundaria Obligatoria, que son los dos niveles educativos contemplados en este trabajo.

⁴⁷ El artículo 27 de la Constitución Española recoge el derecho de todos los individuos a la educación básica, obligatoria y gratuita. Entre otros, señala que los poderes públicos deben garantizar el derecho de todos a la educación, mediante una programación general de la enseñanza, con la participación efectiva de todos los sectores afectados y la creación de centros docentes.

Dentro de la etapa de educación primaria, durante los cursos 2005-2006 y 2006-2007, el desarrollo del currículum estaba regulado a nivel estatal por el Real Decreto⁴⁸ 1344/1991, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria de conformidad con lo dispuesto en la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo (LOGSE, 1990). La falta de normativa⁴⁹ propia para la Comunidad de Madrid y el carácter abierto del Real Decreto anterior, hizo que se aprobase la Resolución de 20 de diciembre de 2005, de la Dirección General de Ordenación Académica, por la que se establecen los estándares o conocimientos esenciales de las áreas de lengua castellana y literatura y de matemáticas, para los diferentes ciclos de la Educación Primaria en la Comunidad de Madrid.

El reglamento orgánico de centros de educación primaria viene normalizado por el Real Decreto 82/1996, de 26 de enero, por el que se aprueba el reglamento orgánico de las escuelas de educación infantil y de los colegios de educación primaria.

En último lugar, y haciendo referencia a la normativa que regía la evaluación⁵⁰ en Educación Primaria en la Comunidad de Madrid, es necesario hacer alusión a la Orden de 12 de noviembre de 1992 sobre la evaluación en Educación Primaria, adaptada parcialmente a la Comunidad de Madrid por la Orden 74/2005, de 12 de enero, del Consejero de Educación, sobre la expresión de los resultados de la evaluación del aprendizaje de los alumnos en Educación Primaria.

En Educación Secundaria Obligatoria, el desarrollo del currículum ha estado regulado por el Real Decreto Real Decreto⁵¹ 1007/1991, de 14 de junio, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria

⁴⁸ Este Real Decreto posteriormente ha sido derogado por el Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria.

⁴⁹ Actualmente, las enseñanzas comunes en Educación Primaria para la región madrileña se concretan en el Decreto 22/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículum de la Educación Primaria.

⁵⁰ Actualmente, la evaluación de educación primaria, sus instrumentos y criterios en la Comunidad de Madrid viene regulada por la Orden 1028/2008, de 29 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se regulan para la Comunidad de Madrid la evaluación en la Educación Primaria y los documentos de aplicación. Los errores de ésta se corrigen en la Orden 3225/2008, de 27 de junio.

⁵¹ Este Real Decreto fue posteriormente derogado por el Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria.

Obligatoria y por el Real Decreto 2438/1994, de 16 de diciembre, por el que se regula la enseñanza de la religión. En la comunidad estatal las enseñanzas mínimas se han regido por el Decreto⁵² 34/2002, de 7 de febrero, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el currículo de las áreas de conocimiento y materias obligatorias y opcionales de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid.

El reglamento orgánico de los centros de educación secundaria, está normalizado por el Real Decreto 83/1996, de 26 de enero, por el que se aprueba el Reglamento orgánico de los institutos de educación secundaria. Del mismo modo, la creación de los nuevos departamentos de economía, religión y formación laboral se reguló con el Decreto 198/2000, de 31 de agosto, por el que se crean los nuevos departamentos Didácticos de Economía, de Formación y Orientación Laboral y de Religión en los institutos de educación secundaria.

Finalmente, en la Comunidad de Madrid la evaluación durante ese periodo estuvo regulada por la Orden⁵³ 5463/2004, de 26 de noviembre, del Consejero de Educación, por la que se regulan la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria, modificada por la Orden 3188/2005, de 15 de junio.

4.1.2. Principales indicadores del sistema educativo no universitario de la Comunidad de Madrid

Este apartado presenta la evolución y la situación actual de algunos de los principales indicadores de la realidad educativa de la Comunidad de Madrid. Para ello, considerando el sistema educativo como un sistema de producción en el que a partir de unas entradas y unos procesos se alcanza un conjunto de resultados educativos, a la hora de llevar a cabo este análisis se ha diferenciado entre indicadores de contexto, de entrada, de proceso y de producto.

⁵² A partir de junio de 2007, las enseñanzas mínimas en la comunidad estatal se regulan por el Decreto 23/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. La derogación se llevó a cabo de manera progresiva según se fue implantando la nueva ordenación de enseñanza establecida en el citado Decreto, culminándose el proceso en el curso 2008/2009.

⁵³ Esta orden fue derogada en 2008 con la Orden 1029/2008, de 29 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se regulan para la Comunidad de Madrid la evaluación en la Educación Secundaria Obligatoria y los documentos de aplicación, modificada con la Orden 3142/2008, de 23 de junio.

Para elaborar estos indicadores se han utilizado las estadísticas⁵⁴ proporcionadas por el Instituto Nacional de Estadística (INE) y el Ministerio de Educación, así como el banco de datos Desván que facilita el Instituto de Estadística de la Comunidad de Madrid. El abanico de años contemplado abarca desde el año 2000 hasta el año 2009, no obstante es posible observar variaciones en el rango de años representado para cada uno de dichos indicadores.

4.1.2.1. Indicadores de contexto

Las variables de contexto hacen referencia al contexto social, económico, cultural,..., en el que se desarrolla el proceso de enseñanza aprendizaje. Dentro de esta tipología de indicadores se han considerado las tasas de ocupación, el nivel de estudios de la población mayor de 16 años en la región de Madrid y las tasas de inmigración.

La situación económica de una región se refleja, entre otros, en la tasa de población desempleada que presenta. Los datos de la Tabla 12 muestran cómo las tasas de desempleo en Madrid son inferiores a los valores calculados para el conjunto de España, esta diferencia oscila entre el 2% y el 4%. Analizando las tasas de desempleo en función del sexo, se observa cómo, a excepción de en el 2009, esta problemática afecta más a las mujeres que a los hombres.

	Población ocupada				Población desempleada			
	Varones	Mujeres	Madrid	España	Varones	Mujeres	Madrid	Total
2005	93,89 %	92,32 %	93,20 %	90,84 %	6,11 %	7,68 %	6,80 %	9,16 %
2006	95,42 %	91,42 %	93,63 %	91,49 %	4,58 %	8,58 %	6,37 %	8,51 %
2007	95,07 %	92,03 %	93,70 %	91,74 %	4,93 %	7,97 %	6,30 %	8,26 %
2008	92,07 %	90,39 %	91,31 %	88,66 %	7,93 %	9,61 %	8,69 %	11,34 %
2009	85,90 %	86,06 %	85,96 %	81,99 %	14,11 %	13,95 %	14,04 %	18,01 %

Tabla 12: Distribución de la población ocupada y desempleada

Fuente: Elaboración propia a partir de datos del INE

Del mismo modo, la Figura 36 muestra la evolución del porcentaje de población ocupada tanto para la región madrileña como para el conjunto de España. Se observa cómo, a pesar del aumento de la población desempleada en los últimos años como consecuencia de la actual situación económica, las tasas de ocupación en la Comunidad de Madrid son ligeramente superiores a las del conjunto de España.

⁵⁴ Para acceder a dicha información pueden consultarse los siguientes enlaces: Ministerio de Educación (<http://www.educacion.es/horizontales/documentacion/estadisticas.html>), Instituto Nacional de Estadística (www.ine.es) o DESVAN (<http://www.madrid.org/desvan/desvan/desvan.html>).

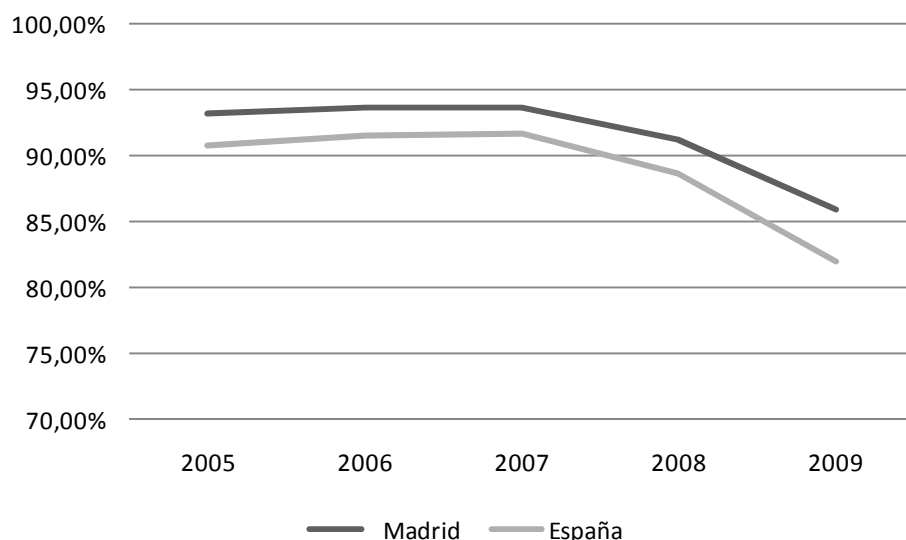


Figura 36: Evolución del porcentaje de población ocupada
Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Tabla 12

Por su parte, la Tabla 13 hace referencia al nivel educativo que posee la población activa de la Comunidad de Madrid. La información proporcionada muestra cómo aproximadamente un 40% de la población activa de la comunidad de Madrid posee algún tipo de titulación superior. Estos datos completan los puestos de manifiesto por otros análisis que afirmaban que durante la serie de años comprendida entre 2001 y 2007, la mayor parte de la población ocupada en la Comunidad de Madrid desempeñaba perfiles técnicos o eran profesionales científicos e intelectuales, seguido de los trabajadores de servicios de restauración, personales, protección y vendedores (Parejo y López, 2009).

	2005	2006	2007	2008	2009
Analfabetos	0,22 %	0,21 %	0,20 %	0,21 %	0,42 %
Educación primaria	13,90 %	13,82%	11,13 %	10,26%	10,33%
Educación secundaria primera etapa y formación e inserción laboral correspondiente	20,92 %	18,93 %	19,69 %	20,98 %	21,28 %
Educación secundaria segunda etapa y formación e inserción laboral correspondiente	26,23 %	28,68 %	28,27 %	28,16 %	28,15 %
Formación e inserción laboral con título de secundaria (2ª etapa)	0,33 %	0,28 %	0,19 %	0,18 %	0,08 %
Educación superior, excepto doctorado	37,52 %	37,15 %	39,15 %	38,60 %	38,74 %
Doctorado	0,88 %	0,94 %	1,36 %	1,60 %	1,00 %

Tabla 13: Nivel de estudios de la población activa de la Comunidad de Madrid
Fuente: Elaboración propia a partir de datos del INE

Finalmente, otro indicador que informa del contexto de la Comunidad de Madrid son las tasas de inmigración. La Tabla 14 muestra la población inmigrante y no inmigrante censada en España y en la Comunidad de Madrid en la última década.

	España		Madrid	
	Españoles	Extranjeros	Españoles	Extranjeros
2000	39575912	923879	5039674	165734
2001	39746185	1370657	5066777	305656
2002	39859948	1977946	5082712	444440
2003	40052896	2664168	5129727	589215
2004	40163358	3034326	5140574	664255
2005	40377920	3730610	5183391	780752
2006	40564798	4144166	5207671	800512
2007	40681183	4519554	5214779	866910
2008	40889060	5268762	5266257	1005381
2009	41097136	5648671	5323129	1063803

Tabla 14: Población española y extranjera
Fuente: Elaboración propia con datos del INE

La información derivada de dicha tabla y de la Figura 37 informa de un incremento de la población inmigrante en los últimos años de, aproximadamente, un 10% para el conjunto de España y superior al 13% para la Comunidad estatal. Igualmente, el porcentaje de no nativos en la región de Madrid se sitúa en valores superiores la media nacional a lo largo de todos los años contemplados.

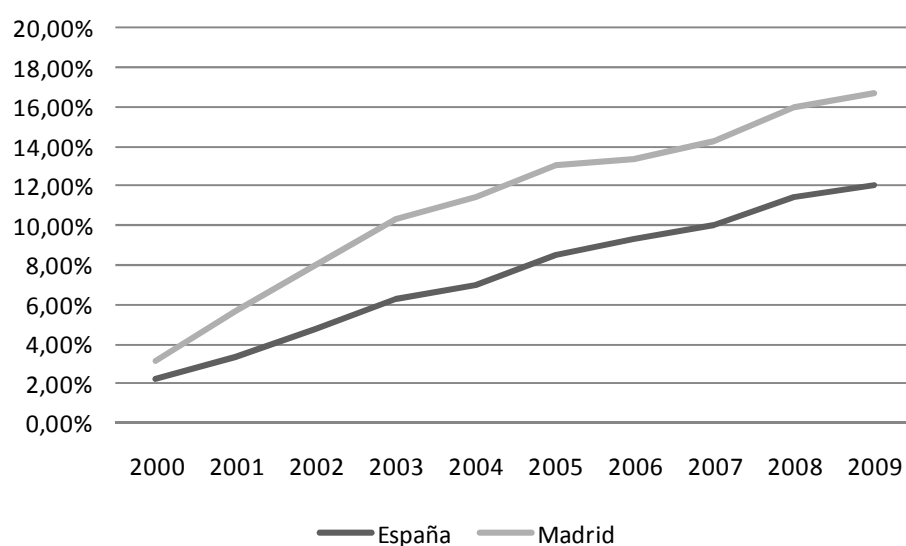


Figura 37: Evolución del porcentaje de población extranjera
Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Tabla 14

4.1.2.2. Indicadores de entrada

Los indicadores de entrada hacen referencia a todos los recursos materiales y humanos que son empleados en el proceso de enseñanza-aprendizaje. En este sentido, puede considerarse la inversión en materia educativa, el alumnado (número, capacidades, rendimiento previo,..., etc.) o el profesorado (número, formación, retribución,..., etc.).

Analizando, en primer lugar, el número de personas matriculadas por cada uno de los niveles educativos, se obtiene información de la cantidad de alumnos que esperan recibir un tipo de enseñanza concreta. En el caso que nos ocupa, la Tabla 15 recoge información de los estudiantes matriculado en Educación Primaria y Educación Secundaria Obligatoria durante los últimos años. Este alumnado se diferencia en función de la titularidad del centro al que ha asistido, es decir, si estaba matriculado en un centro de titularidad pública o privada.

	EDUCACIÓN PRIMARIA				EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	53,67	46,33	311.659	2.491.648	55,42	44,58	246.350	1.941.623
2001-02	53,63	46,37	315.041	2.474.261	54,66	45,34	242.892	1.897.912
2002-03	53,95	46,05	320.545	2.474.287	54,76	45,24	240.826	1.878.175
2003-04	53,84	46,16	325.775	2.479.631	54,72	45,28	240.822	1.871.430
2004-05	53,47	46,53	323.725	2.467.636	54,36	45,64	238.026	1.855.020
2005-06	53,19	46,81	327.362	2.483.364	53,78	46,22	235.964	1.844.953
2006-07	53,28	46,72	336.788	2.538.033	53,14	46,86	234.736	1.834.685
2007-08	53,18	46,82	349.776	2.607.384	52,61	47,39	236.403	1.829.874
2008-09	53,15	46,85	362.556	2.665.161	52,05	47,95	235.820	1.813.572

Tabla 15: Distribución del alumno por tipo del centro

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

A partir de los datos disponibles se puede observar cómo aproximadamente el 13% de los sujetos que cursaban Educación Primaria en España lo hacían en centros educativos de la Comunidad de Madrid. Por su parte, en Educación Secundaria Obligatoria este porcentaje ha oscilado entre un 12,68% para el curso académico 2000-2001 y un 13,00% durante el curso 2008-2009. Respecto a la distribución del alumnado en función de la titularidad, en ambos niveles educativos la mayor parte de los estudiantes estaban matriculados en centros de titularidad pública. No obstante, la presencia de estudiantes en centros privados madrileños es muy significativa,

tomando valores superiores al 46% en Educación Primaria y al 44% en Educación Secundaria, a lo largo del abanico de años contemplados. Cabe señalar que la tendencia manifestada por los datos indica un incremento del alumnado que estudia centros privados.

La realidad actual del sistema educativo español, caracterizada por un crecimiento constante y acelerado del número de estudiantes extranjeros, hace necesario que a la hora de considerar las diferentes entradas del sistema educativo se haga especial hincapié en este tipo de alumnado. La creciente escolarización de estos alumnos hace que los centros educativos deban planificar sus actuaciones y recursos con la finalidad de garantizar el derecho a la educación a una población que, en ocasiones, requiere una mayor compensación educativa. La Tabla 16 y la Tabla 17 recogen, respectivamente, el número de estudiantes extranjeros y el porcentaje que representan sobre el total del alumnado matriculado.

	EDUCACIÓN PRIMARIA				EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	12.376	5.231	17.607	59.386	7.215	2.746	9.961	38.163
2001-02	17.767	6.830	24.597	87.685	10.185	4.239	14.424	55.246
2002-03	26.813	8.882	35.695	132.453	14.644	5.827	20.471	80.286
2003-04	31.453	10.495	41.948	174.348	18.305	7.449	25.754	107.907
2004-05	32.384	10.729	43.113	199.023	20.313	7.640	27.953	124.878
2005-06	35.408	11.124	46.532	228.842	22.106	8.304	30.410	146.966
2006-07	40.049	11.851	51.900	262.415	23.857	8.986	32.843	169.490
2007-08	45.261	13.230	58.491	295.477	29.652	11.053	40.705	199.548

Tabla 16: Distribución del alumno inmigrante

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

	EDUCACIÓN PRIMARIA				EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	7,40	3,62	5,65	2,38	5,28	2,50	4,04	1,97
2001-02	10,52	4,67	7,81	3,54	7,67	3,85	5,94	2,91
2002-03	15,50	6,02	11,14	5,35	11,10	5,35	8,50	4,27
2003-04	17,93	6,98	12,88	7,03	13,89	6,83	10,69	5,77
2004-05	18,71	7,12	13,32	8,07	15,70	7,03	11,74	6,73
2005-06	20,34	7,26	14,21	9,22	17,42	7,61	12,89	7,97
2006-07	22,32	7,53	15,41	10,34	19,12	8,17	13,99	9,24
2007-08	24,33	8,08	16,72	11,33	23,84	9,87	17,22	10,91

Tabla 17: Representación del alumnado inmigrante sobre el total del alumnado

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

A la luz de los resultados se observa un incremento del alumnado extranjero matriculado en los dos niveles educativos, tanto a nivel regional como a nivel estatal. El crecimiento se hace especialmente evidente en los centros de titularidad pública, donde los estudiantes no nacidos en España llegaron a suponer, durante el curso 2007-2008, aproximadamente un 24% sobre el total del alumnado. La Figura 38 evidencia ese crecimiento, y cómo en la Comunidad de Madrid este porcentaje presenta valores superiores a los del conjunto de España.

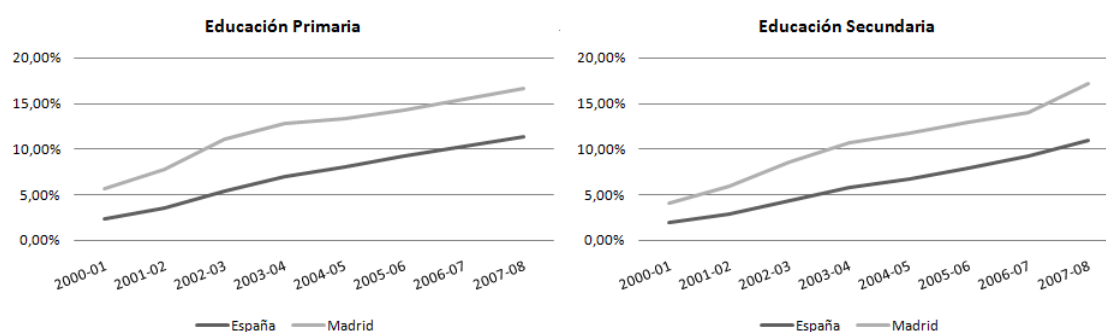


Figura 38: Representación del alumnado inmigrante sobre el total del alumnado
Fuente: Elaboración propia a partir de datos de Tabla 17

Dentro de los recursos humanos del sistema educativo se debe destacar el papel que, junto con el alumnado, desempeña el profesorado. La Tabla 18 presenta el número de profesores para las enseñanzas de régimen general de España y de la Comunidad de Madrid y las tasas de variación con respecto al curso académico 2000-2001.

	NÚMERO DE PROFESORES				TASA DE VARIACIÓN			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	41064	22868	63932	534832	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
2001-02	42915	24212	67127	545528	104,51%	105,88%	105,00%	102,00%
2002-03	43641	25437	69078	553402	106,28%	111,23%	108,05%	103,47%
2003-04	45646	26578	72224	568852	111,16%	116,22%	112,97%	106,36%
2004-05	46518	28303	74821	583078	113,28%	123,77%	117,03%	109,02%
2005-06	47262	30165	77427	594018	115,09%	131,91%	121,11%	111,07%
2006-07	48507	32470	80977	616408	118,13%	141,99%	126,66%	115,25%
2007-08	49764	34547	84311	639393	121,19%	151,07%	131,88%	119,55%
2008-09	50560	35942	86502	667287	123,12%	157,17%	135,30%	124,77%

Tabla 18: Representación del número de profesores en las enseñanzas de régimen general
Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

Los datos muestran cómo el número de profesores ha aumentado, tanto para el conjunto de España como para la región de Madrid, a lo largo de la serie de años

considerada. Este hecho se hace especialmente notable en los centros privados de Educación Secundaria de la Comunidad, donde el incremento, respecto al curso académico 2000-2001, ha sido de un 57,17%. Por su parte, la Tabla 19 refleja cómo a pesar de esa cifra, el número medio de alumnos por profesor sigue siendo superior en ese tipo de centro.

	NÚMERO MEDIO DE ALUMNO POR PROFESOR				TASA DE VARIACIÓN			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	12,42	16,67	13,94	12,87	100,00%	100,00%	100,00%	100,00%
2001-02	11,79	16,13	13,36	12,52	94,94%	96,73%	95,80%	97,28%
2002-03	11,71	15,68	13,17	12,37	94,28%	94,08%	94,50%	96,10%
2003-04	11,37	15,39	12,85	12,14	91,51%	92,30%	92,15%	94,30%
2004-05	11,12	14,84	12,53	11,89	89,50%	89,04%	89,86%	92,37%
2005-06	10,97	14,35	12,29	11,76	88,34%	86,11%	88,16%	91,32%
2006-07	10,81	13,82	12,02	11,50	87,06%	82,89%	86,21%	89,33%
2007-08	10,84	13,50	11,93	11,33	87,24%	80,98%	85,56%	87,97%
2008-09	11,03	13,38	12,01	11,10	88,82%	80,23%	86,12%	86,25%

Tabla 19: Número medio de alumnos por profesor en las enseñanzas de régimen general

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

Finalmente, uno de los *inputs* a los que más relevancia se concede dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje es la inversión educativa. El gasto público en educación hace referencia al esfuerzo que las distintas administraciones públicas destinan a la educación de sus ciudadanos. La principal característica de este tipo de gasto es que proviene de fondos públicos, independientemente de que, posteriormente, se destine a la financiación de centros públicos o privados. Como se recoge en la Tabla 20, el gasto público en educación⁵⁵ ha pasado en la Comunidad de Madrid de valores de 1.879.375,00 miles de euros en 2000 a 3.259.524,90 miles de euros en 2008. El análisis de las tasas de variación, tanto del gasto total destinado a educación como del realizado por la Comunidad de Madrid, pone de relieve un aumento de la inversión educativa para el conjunto de España del 70,21% y un incremento en la región madrileña del 73,44%, durante el rango de años contemplado.

⁵⁵ En la contabilización del gasto en educación se excluyen los capítulos financieros, que en España corresponden a los capítulos presupuestarios 3, 8 y 9. La eliminación de los mismos se debe a que la metodología internacional de las estadísticas en educación que utilizan los principales organismos internacionales, como la OCDE, Eurostat y la UNESCO, excluyen los gastos financieros y de esta forma se permite una mayor aproximación a los indicadores internacionales (Ministerio de Educación, 2010).

	Gasto público de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid	Gasto público en educación total	Tasa de variación de la Consejería de Educación	Tasa de variación del gasto público total en educación
2000	1879375,00	18924115,00	100,00%	100,00%
2001	2067460,00	20091551,50	110,01%	106,17%
2002	2268466,20	21986056,17	120,70%	116,18%
2003	2452179,70	23409281,75	130,48%	123,70%
2004	2645691,00	25151818,01	140,78%	132,91%
2005	2858163,32	27085758,14	152,08%	143,13%
2006	3103234,02	29651501,32	165,12%	156,69%
2007	3259524,90	32210442,80	173,44%	170,21%

Tabla 20: Gasto público en educación no universitaria, excluidos capítulos financieros, total y de la Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid

Nota: Miles de €

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

A pesar de estas cifras, cuando se persigue analizar la evolución del gasto a lo largo de una serie de años, se debe considerar el porcentaje que estas cantidades suponen sobre el Producto Interior Bruto.

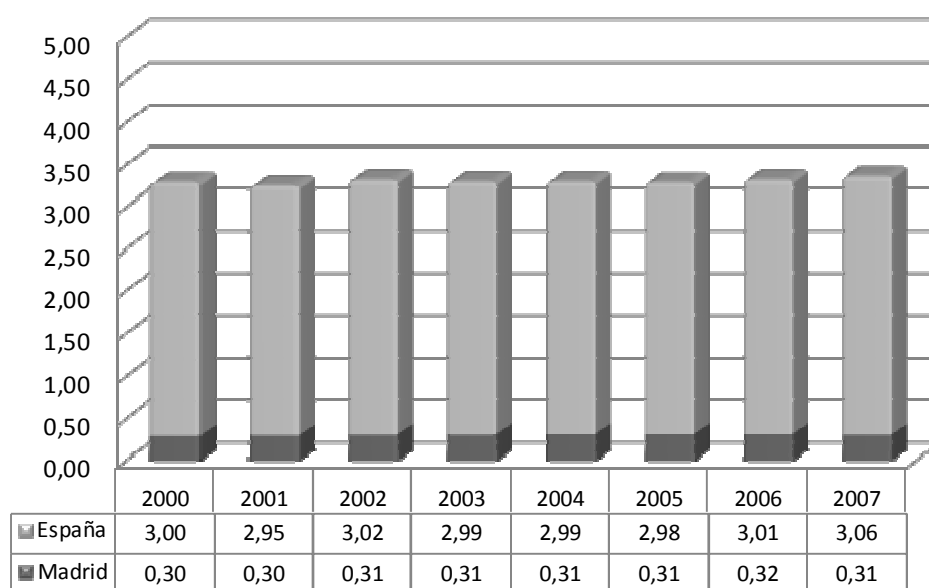


Figura 39: Evolución del gasto público en instituciones de educación no universitaria, excluidos capítulos financieros, en relación al P.I.B. a precio de mercado

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

En la Figura 39, se observa cómo mientras que en conjunto de España la inversión en Educación ha supuesto aproximadamente un 3,00% del P.I.B. durante todo el periodo considerado, en la Comunidad de Madrid ese porcentaje ha sido del 0,31% en la mayoría de los años analizados. Si se comparan los valores

correspondientes a los años 2000 y 2007 es posible pensar en un ligero incremento de la inversión en educación. No obstante, considerando toda la serie de datos, resulta difícil mantener dicha afirmación ya que, sobre todo en el conjunto de España, la oscilación de los valores no responde a un crecimiento constante.

4.1.2.3. Indicadores de proceso

Los indicadores de proceso hacen referencia a todas aquellas variables relacionadas con los procesos y procedimientos que se llevan a cabo en los centros educativos, fundamentalmente, aquéllos relativos a aspectos organizativos.

Un primer indicador de proceso a considerar es el número de unidades educativas que han estado en funcionamiento, así como la media de alumnos por cada una de ellas. El número de alumnos por clase es un indicador del sistema educativo que informa de la atención que los profesores pueden dar a cada uno de los sujetos que están en el aula. Relacionado con la enseñanza individualizada y con la atención a las necesidades educativas del alumnado, han sido varias las políticas que en los últimos años han abogado por una reducción del número de estudiantes por clase. La Tabla 21 y la Tabla 22 presentan dicha información para cada uno de los niveles educativos contemplados.

	UNIDADES DE EDUCACIÓN PRIMARIA				NÚMERO MEDIO DE ALUMNOS			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	7744	5751	13495	119335	21,60	25,11	23,09	20,86
2001-02	7791	5822	13613	118954	21,68	25,09	23,14	20,78
2002-03	7887	5855	13742	118833	21,93	25,21	23,33	20,80
2003-04	8050	6002	14052	119399	21,79	25,06	23,18	20,74
2004-05	8108	6065	14173	118683	21,35	24,84	22,84	20,76
2005-06	8207	6222	14429	119992	21,21	24,63	22,69	20,66
2006-07	8400	6389	14789	121910	21,36	24,63	22,77	20,82
2007-08	8643	6702	15345	124012	21,52	24,44	22,79	21,03
2008-09	8791	6959	15750	126190	21,92	24,41	23,02	21,12

Tabla 21: Unidades de Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

Considerando la información recogida en ambas tablas se pone de manifiesto cómo en Educación Primaria, donde la educación ha de ser más individualizada, el número de alumnos por cada unidad educativa es inferior al que se contempla para Educación Secundaria. Atendiendo a la titularidad de los centros, los datos indican una

disminución de la distancia en el número de alumnos por aula entre los centros públicos y privados. No obstante, en los centros de Educación Primaria de la Comunidad de Madrid, durante el curso académico 2008-2009, la media de alumnos por aula era aproximadamente 2,5 puntos superior en el caso de los colegios privados.

	UNIDADES DE EDUCACIÓN SECUNDARIA				NÚMERO MEDIO DE ALUMNOS			
	Públicos	Privados	Madrid	España	Públicos	Privados	Madrid	España
2000-01	5325	3933	9258	75879	25,64	27,92	26,61	25,57
2001-02	5237	3935	9172	74652	25,35	27,99	26,48	25,40
2002-03	5185	4006	9191	74727	25,44	27,19	26,20	25,11
2003-04	5206	4093	9299	75142	25,31	26,64	25,90	24,87
2004-05	5178	4023	9201	75237	24,99	27,01	25,87	24,63
2005-06	5087	4063	9150	74799	24,94	26,84	25,79	24,63
2006-07	5071	4148	9219	74771	24,60	26,52	25,46	24,54
2007-08	4942	4292	9234	74899	25,16	26,10	25,60	24,43
2008-09	4868	4394	9262	74686	25,21	25,73	25,46	24,28

Tabla 22: Unidades de Educación Secundaria

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación (Estadística del Gasto Público en Educación)

En Educación Secundaria se aprecia una tendencia similar, es decir, la diferencia del número medio de alumnos en función de la titularidad del centro se ha reducido a lo largo de los últimos años, mostrándose valores muy cercanos durante el último curso académico considerado.

La tasa de idoneidad aporta información sobre el porcentaje de alumnos que están matriculados en el curso que les correspondería por edad. La Tabla 23 contempla dicha información para las edades de 8, 10, 12, 14 y 15 años. Los datos muestran cómo a medida que aumenta la edad de los alumnos desciende la tasa de idoneidad. Entre otras causas, este hecho se debe a que la tasa de idoneidad es acumulativa, es decir, el alumno que repite un año ya no irá ningún año más en el curso que le corresponde por edad. Al comparar las tasas de idoneidad de la Comunidad de Madrid y las del conjunto de España se observan valores muy similares.

	8 años		10 años		12 años		14 años		15 años	
	Madrid	España	Madrid	España	Madrid	España	Madrid	España	Madrid	España
2001-02	95,6	95,3	92,5	91,9	87,3	86,4	72,9	73,8	60,7	62,0
2002-03	95,5	94,8	92,4	91,2	86,5	85,3	71,0	71,6	58,6	60,5
2003-04	95,1	94,4	91,2	90,8	86,1	85,0	68,5	70,1	57,7	59,4
2004-05	94,1	93,9	89,9	90,1	84,9	84,3	69,7	68,8	59,2	58,4
2005-06	93,8	94,3	89,7	90,2	84,3	84,2	67,7	66,0	59,3	57,7
2006-07	95,2	94,5	90,4	90,0	84,8	84,1	69,4	66,5	59,7	57,4
2007-08	93,7	93,9	88,7	89,2	83,2	83,6	68,0	66,3	60,2	57,7
2008-09	93,3	93,6	88,4	89,0	82,6	83,3	68,0	67,0	59,5	58,6

Tabla 23: Tasa de idoneidad

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

Analizando las diferencias en las tasas de idoneidad en función del sexo, la Figura 40 representa este aspecto en la Comunidad de Madrid durante el curso académico 2008-2009. El gráfico muestra cómo, para todas las edades, la tasa de idoneidad es superior para las chicas que para los chicos. Del mismo modo, se aprecia cómo a medida que aumenta la edad de los sujetos se amplía la diferencia, de forma que si para los alumnos de 8 años la distancia es de un 1,4%, en el caso de los sujetos de 15% la tasa de idoneidad de las alumnas es un 7,4% mayor que la de sus compañeros.

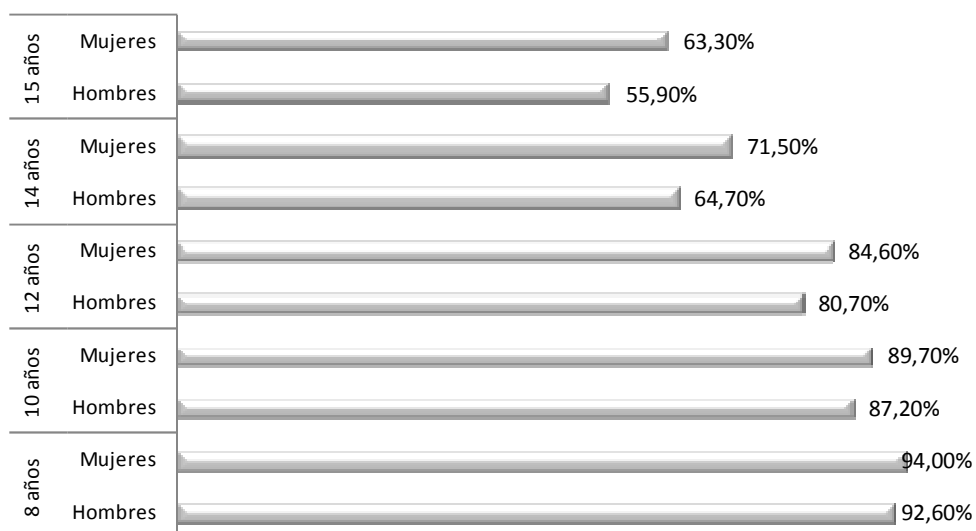


Figura 40: Tasas de idoneidad en la Comunidad de Madrid durante el curso académico 2008-2009.

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

La esperanza de vida escolar para un niño de seis años hace referencia al número de años que, previsiblemente, ese estudiante pasará dentro del sistema

educativo. La Figura 41 muestra la esperanza de vida escolar en cada una de las Comunidades Autónomas de España, en los niveles educativos no universitarios y universitarios calculados para el curso académico 2007-2008 por el Ministerio de Educación.

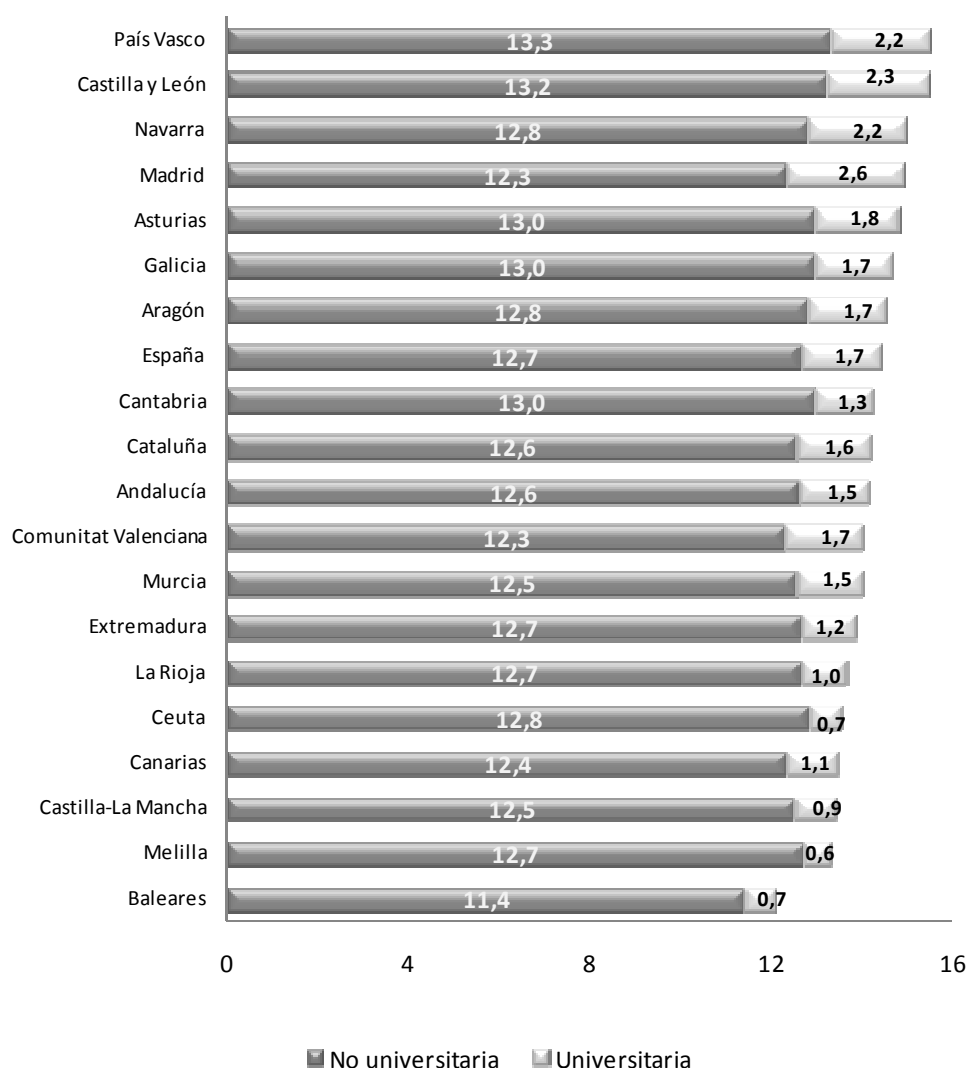


Figura 41: Esperanza de vida Escolar durante el curso académico 2007-2008
Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

La información representada en el gráfico anterior permite afirmar que la Comunidad Autónoma con una menor esperanza de vida en enseñanzas no universitarias, durante el curso académico 2007-2008, ha sido Baleares con 11,4 años de media. El segundo valor mínimo lo comparten la Comunidad Valenciana y Madrid con 12,3 años. Entre las Comunidades con una mayor esperanza de vida escolar en este nivel educativo se sitúan Castilla y León y País Vasco con estimaciones de 13,2 y

13,3 años, respectivamente. En los niveles universitarios, Melilla presenta la esperanza de vida más baja con 0,6 años, seguido de cerca por Baleares y Ceuta con 0,7 años. Los valores más altos en los niveles universitarios los presenta Madrid, con 2,6 años, seguido por Castilla y León con 2,3 años y por País Vasco con 2,2 años.

Considerando la esperanza de vida escolar total estimada para el alumnado de la Comunidad de Madrid, la Figura 42 muestra cómo, a lo largo de los diferentes cursos académicos analizados, el número de medio de años que estarán las alumnas dentro del sistema educativo es ligeramente superior al que pasarán los alumnos.

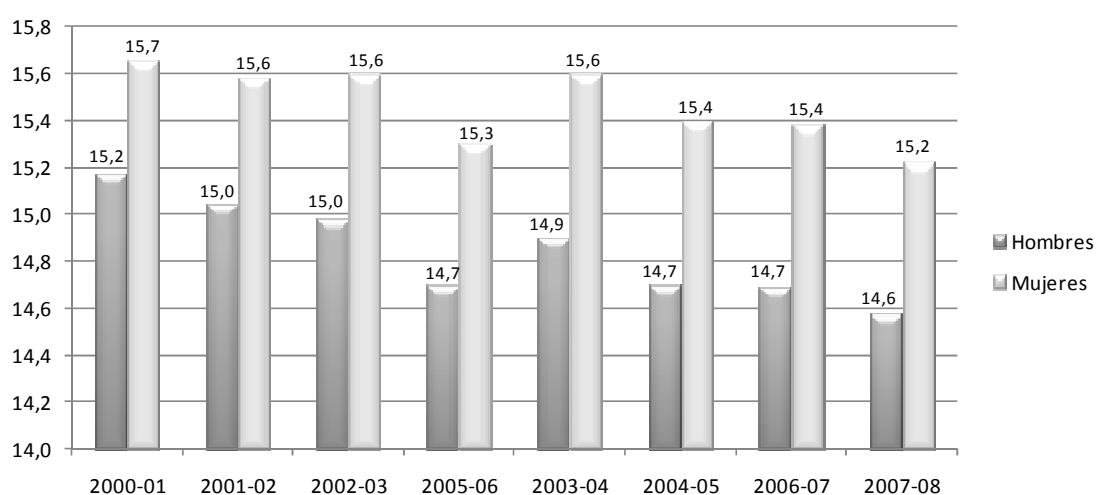


Figura 42: Esperanza de vida escolar en la Comunidad de Madrid
Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

4.1.2.4. Indicadores de producto

Los indicadores de producto hacen referencia a los diferentes resultados del sistema educativo. Generalmente asociados al nivel de conocimientos, habilidades o destrezas que adquieren los alumnos en la escuela, son muchas otras las variables que se pueden considerar resultado de la actividad educativa.

Uno de estos resultados educativos, relacionado a su vez con las tasas de idoneidad, es el porcentaje de alumnos de 12 años que han finalizado la Educación Primaria, es decir, el número de sujetos que terminan 6º de Educación Primaria cuando les correspondería por edad. La Figura 43 muestra la evolución de esta tasa de graduación a lo largo de los últimos años, tanto para el conjunto de España como para

el alumnado de la comunidad de Madrid. A la luz de los resultados es posible comprobar un descenso constante del porcentaje de alumnos que finalizan esa etapa educativa a los 12 años, a lo largo de los diferentes cursos académicos considerados. De esta forma, mientras que el conjunto de España este porcentaje ha descendido un 3,68%, en la región madrileña lo ha hecho en un 5,74%. De otro lado, se observa cómo si en el curso 2000-2001 los resultados en la Comunidad de Madrid se situaban por encima de los valores nacionales en un 1,67%, esa distancia se ha ido reduciendo hasta llegar a invertirse durante el curso académico 2007-2008, en el que los valores para la región son inferiores a los del conjunto de España.

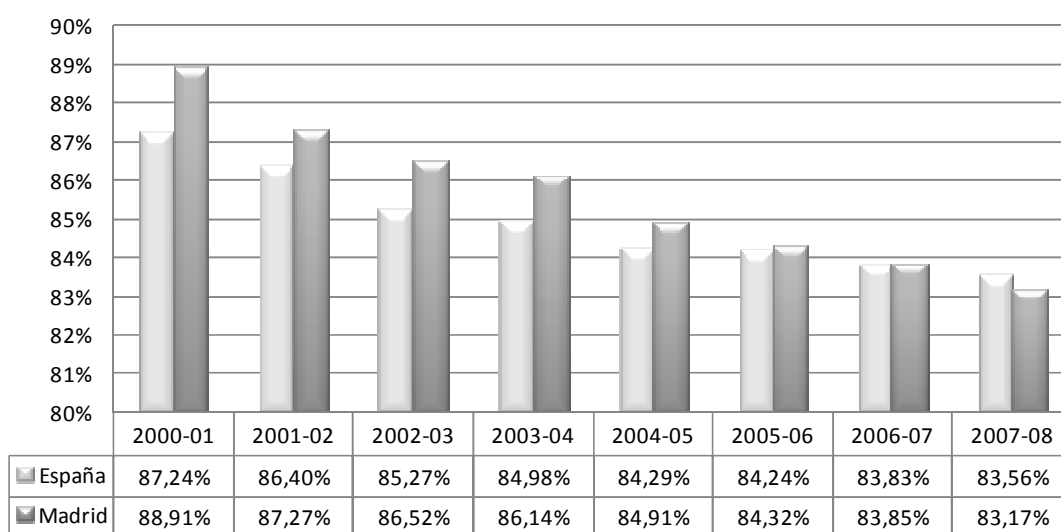


Figura 43: Porcentaje de alumnos de 12 años que han finalizado la Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

Centrándonos exclusivamente en los resultados de la Comunidad de Madrid, la Figura 44 representa la evolución de las tasas de graduación de los alumnos de 12 años en función del sexo. Los resultados muestran cómo la tasa de graduación de los alumnos que estudian en colegios Madrileños es inferior a la de las alumnas. No obstante, el análisis de la evolución de los datos refleja una reducción de las diferencias en, aproximadamente, 0,6% desde el curso 2000-2001 hasta el curso 2007-2008.

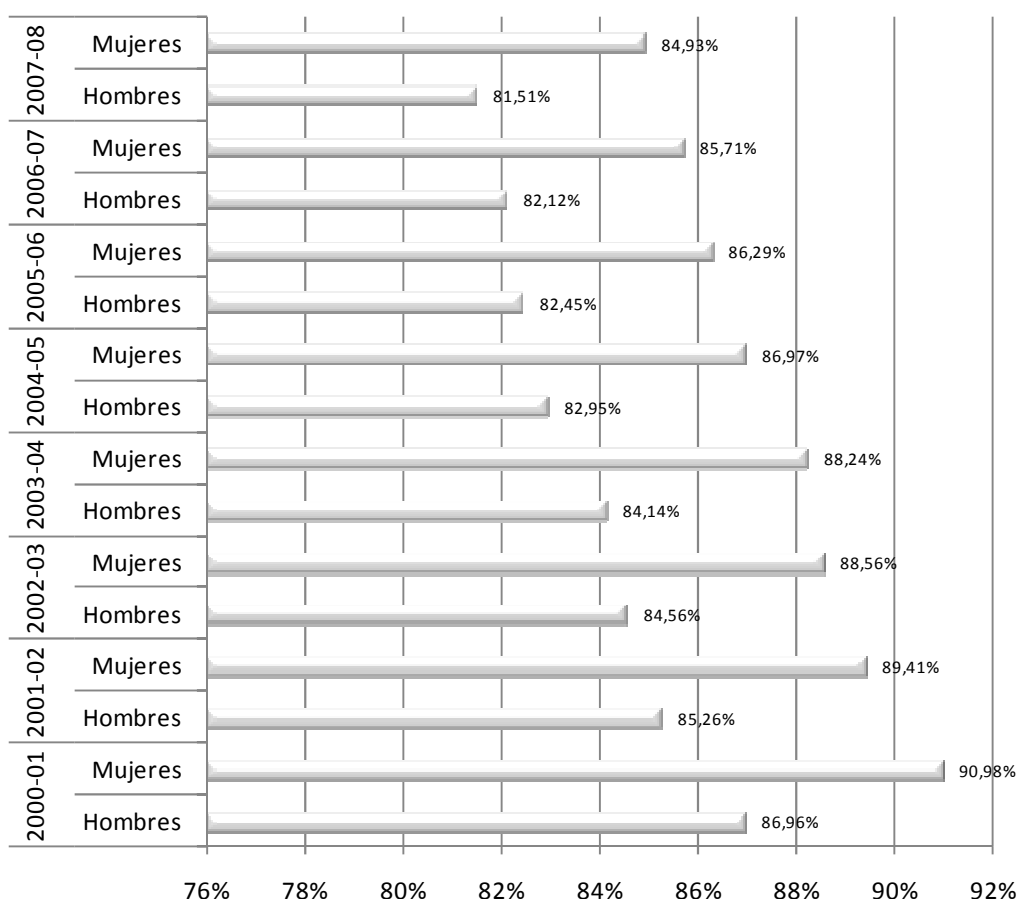


Figura 44: Porcentaje de alumnos de la Comunidad de Madrid que con 12 años han finalizado la Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

Finalmente, se ha considerado un indicador de producto educativo relacionado con los resultados de los alumnos de E.S.O. como es el porcentaje de alumnos que abandonan este nivel educativo habiendo obtenido el título de Graduado en Secundaria. Los valores representados en la Figura 45 sitúan estas cifras en torno al 75% para la Comunidad de Madrid y al 72% para el conjunto de España. De esta forma, durante los diferentes cursos académicos considerados, los resultados de la región madrileña superan los valores nacionales en, aproximadamente, un 3%. Esta diferencia, alcanza su valor máximo en el curso académico 2006-2007 donde la distancia se sitúa en un 3,8%. El análisis de la evolución de este indicador a lo largo del tiempo muestra un descenso del porcentaje de alumnos que se finalizan este nivel educativo habiendo obtenido la titulación correspondiente o, lo que es más alarmante, refleja un aumento del número de alumnos que abandonan la enseñanza secundaria sin haber obtenido el título de graduado correspondiente a este nivel educativo.

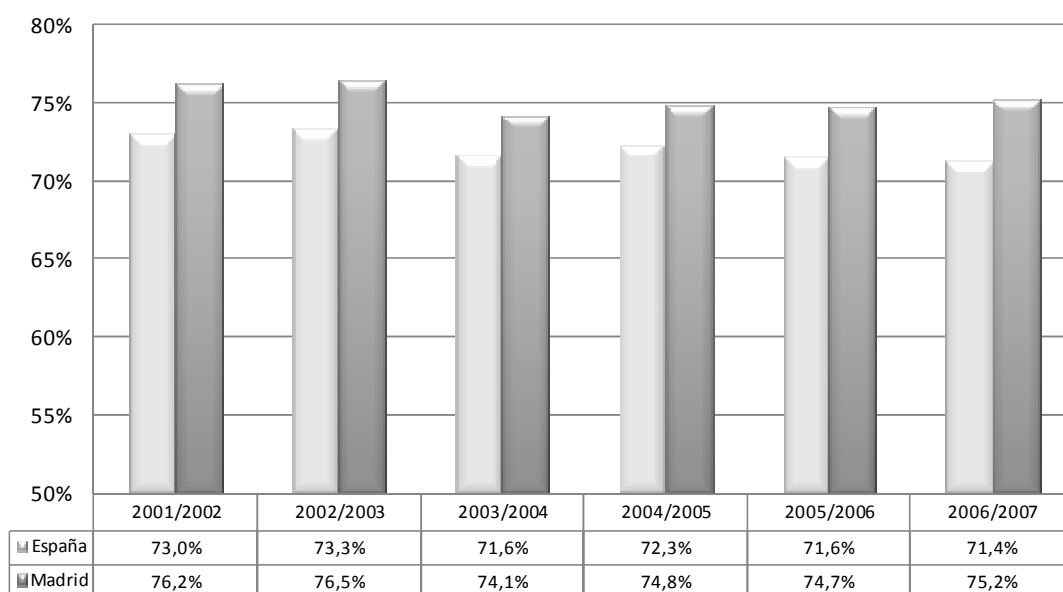


Figura 45: Distribución del porcentaje de alumnos que salen de la E.S.O. con el título de Graduado en Secundaria

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

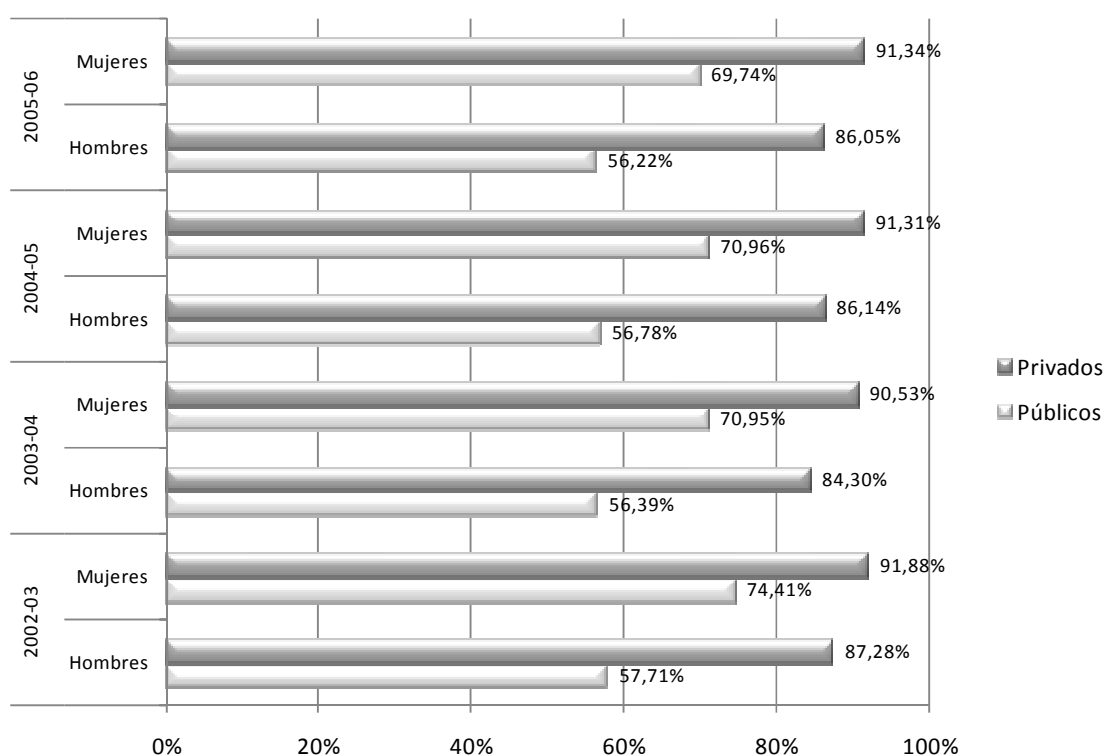


Figura 46: Distribución del porcentaje de los alumnos de la Comunidad de Madrid que salen de la E.S.O. con el título de Graduado en Secundaria, en función del sexo y de la titularidad

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

En el caso de la Comunidad de Madrid, la Figura 46 muestra el porcentaje de graduados en educación secundaria en función del sexo de los estudiantes y de la titularidad del centro al que éstos asistían. Así, el porcentaje de alumnas que obtienen

el título es superior a la de alumnos. Del mismo modo, el número de alumnos que salen de la Educación Secundaria sin haber obtenido el título correspondiente a este nivel es mayor en los centros públicos que en los centros privados. El análisis de la interacción entre ambas variables permite resaltar un hecho puesto de relieve en otros estudios (López, et al., 2009) como es el efecto positivo que sobre los resultados educativos tiene el hecho de ser chico y asistir a centros privados. De esta forma, la Figura 47 muestra cómo si el porcentaje de alumnas que obtienen en título de graduado en educación secundaria en centros privados es, aproximadamente, un 20% superior a los que los consiguen en centros públicos, en el caso de los chicos esta diferencia alcanza valores cercanos al 30%.

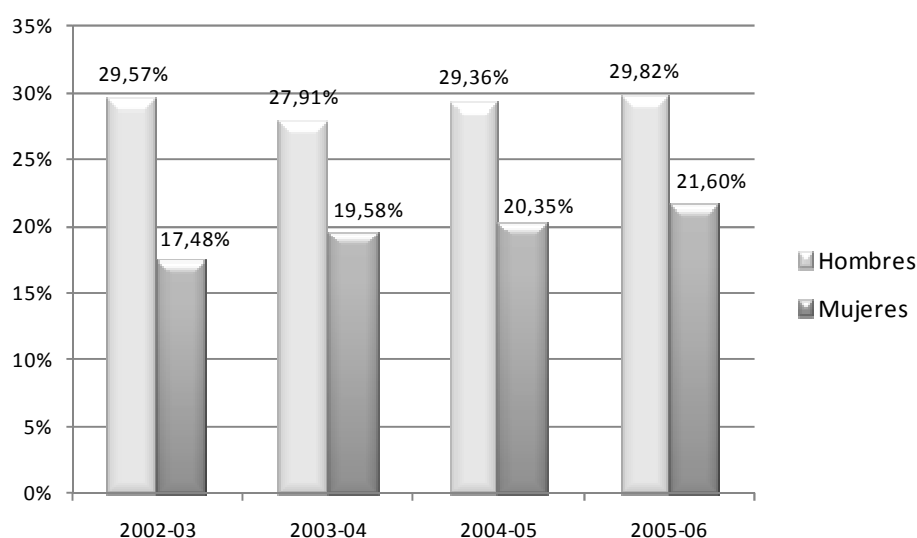


Figura 47: Diferencias en el porcentaje de alumnos que salen de la E.S.O. con el título de Graduado en Secundaria entre centros públicos y privados

Fuente: Elaboración propia con datos del Ministerio de Educación

4.2. POBLACIÓN Y MUESTRA

Esta sección presenta la población experimental, el procedimiento de muestreo llevado a cabo y las características de la muestra que finalmente ha formado parte de la investigación.

4.2.1. Población

La población objeto de estudio ha estado constituida por el conjunto de alumnos de la Comunidad de Madrid matriculados en el último ciclo de Educación Primaria y en los dos ciclos de Educación Secundaria Obligatoria, durante los cursos académicos 2005-2006 y 2006-2007. Tal y como se recoge en la Figura 48, esta investigación longitudinal tomó como base la medición de los alumnos llevada a cabo en noviembre de 2005 para, posteriormente, analizar la evolución de las tres cohortes de sujetos en cada uno de los ciclos educativos de interés.

		Curso 2005/2006		Curso 2006/2007	
		Noviembre	Junio	Noviembre	Junio
Cohorte 1	5º E.P.	X	X		
	6º E.P.			X	X
Cohorte 2	1º E.S.O.	X	X		
	2º E.S.O.			X	X
Cohorte 3	3º E.S.O.	X	X		
	4º E.S.O.			X	X

Figura 48: Diseño longitudinal de la investigación

Fuente: Elaboración propia

La muestra se estimó sobre el total de la población de alumnos que, durante el curso académico 2005-2006, estaban escolarizados en 5º de Educación Primaria, 1º de E.S.O. y 3º de E.S.O. en centros educativos de la Comunidad Autónoma de Madrid. La Tabla 24, la Tabla 25 y la Tabla 26, sintetizan la distribución de sujetos en cada uno de

los cursos, en función de la titularidad del centro al que asistían y a las diferentes Direcciones de Áreas Territoriales (DATs).

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	8280	232	13014	259	2928	57	24222	548
Norte	2622	70	308	8	1115	20	4045	98
Sur	8030	215	2550	56	615	17	11195	288
Este	5321	134	764	18	270	4	6355	156
Oeste	2907	74	1001	19	2155	36	6063	129
Total	27160	725	17637	360	7083	134	51880	1219

Tabla 24: Población de alumnos de 5º de Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Consejería de Educación (Estadística de la enseñanza de la Comunidad de Madrid 2005-2006)

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	10979	89	15634	236	2807	48	29420	373
Norte	3028	23	438	7	1217	18	4683	48
Sur	11093	105	3119	49	724	17	14936	171
Este	7111	54	905	14	305	4	8321	72
Oeste	3422	33	1133	18	2222	34	6777	85
Total	35633	304	21229	324	7275	121	64137	749

Tabla 25: Población de alumnos de 1º de Educación Secundaria Obligatoria

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Consejería de Educación (Estadística de la enseñanza de la Comunidad de Madrid 2005-2006)

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	9604	89	15401	236	2800	48	27805	373
Norte	3006	23	408	7	1073	18	4487	48
Sur	10993	105	3146	49	649	17	14788	171
Este	6621	54	918	14	306	4	7845	72
Oeste	3308	33	1094	18	2037	34	6439	85
Total	33532	304	20967	324	6865	121	61364	749

Tabla 26: Población de alumnos de 3º de Educación Secundaria Obligatoria

Fuente: Elaboración propia a partir de datos de la Consejería de Educación (Estadística de la enseñanza de la Comunidad de Madrid 2005-2006)

La población considerada ascendió a 51880 alumnos de 5º de Educación Primaria, 64137 alumnos de 1º de E.S.O. y 61364 alumnos de 3º de E.S.O., repartidos en 1219 colegios de educación primaria y 749 centros de educación secundaria. En las

diferentes tablas, es posible observar una composición estratificada de dicha población en función de la Dirección de Área Territorial a la que pertenecían los centros y a la titularidad de los mismos. De esta forma, las cinco áreas territoriales constituyeron diferentes dominios específicos de estudio y, a su vez, en cada uno de los dominios se definieron distintos estratos en función de la titularidad de los centros educativos (públicos, privados concertados y privados).

Para la selección del número de centros que debían participar en el estudio se estableció un muestreo aleatorio simple donde la unidad muestral⁵⁶ estuvo constituida por los centros educativos. Para ello, se utilizó el tamaño de la población de referencia, un nivel de confianza del 95% y un error muestral máximo de $0,14 \sigma$.

Una vez seleccionado el número total de unidades que debían participar en el estudio, dentro de cada estrato definido (titularidad dentro de cada área territorial) se llevó a cabo una selección aleatoria de las distintas instituciones educativas.

4.2.2. Muestra

El número total de sujetos y centros que participaron en la investigación asciende a 16885 alumnos distribuidos en 174 unidades educativas. La distribución de esa muestra en cada uno de los niveles educativos se recoge en la Tabla 27, la Tabla 28 y la Tabla 29.

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	764	20	1224	23	395	5	2383	48
Norte	195	6	24	1	192	2	411	9
Sur	756	19	217	5	62	2	1035	26
Este	390	12	99	2	38	1	527	15
Oeste	234	6	107	2	226	3	567	11
Total	2339	63	1671	33	913	13	4923	109

Tabla 27: Muestra de alumnos de 5º de Educación Primaria en Noviembre de 2005

Fuente: Elaboración propia

⁵⁶ Una unidad muestra es un grupo de elementos de la población que forman una unidad.

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	1177	8	1439	21	184	3	2800	32
Norte	244	2	59	1	147	2	450	5
Sur	1117	9	416	4	119	2	1652	15
Este	502	4	53	1	120	1	675	6
Oeste	309	3	122	2	103	2	534	7
Total	3349	26	2089	29	673	10	6111	65

Tabla 28: Muestra de alumnos de 1º de Educación Secundaria Obligatoria en Noviembre de 2005

Fuente: Elaboración propia

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	1050	8	1344	21	150	3	2544	32
Norte	230	2	68	1	147	2	445	5
Sur	1115	9	432	4	80	2	1627	15
Este	525	4	47	1	117	1	689	6
Oeste	321	3	123	2	102	2	546	7
Total	3241	26	2014	29	596	10	5851	65

Tabla 29: Muestra de alumnos de 3º de Educación Secundaria Obligatoria en Noviembre de 2005

Fuente: Elaboración propia

Dado que la selección de centros fue proporcional al tamaño del estrato, es posible observar cómo en las diferentes cohortes analizadas el distrito mejor representado es la Dirección de Área Territorial Capital. Atendiendo a la titularidad educativa de los centros, en Educación Primaria existe una mayor representación de escuelas públicas y en Educación Secundaria Obligatoria de colegios concertados.

La Tabla 30 recoge el número de alumnos que presentaban algún tipo de necesidad educativa en Noviembre de 2005. Este colectivo de estudiantes participó en proceso de investigación de la misma forma que el resto del alumnado aunque, posteriormente, se excluyeron sus puntuaciones en la fase de análisis de datos.

	5º Educación Primaria			1º E.S.O.			3º E.S.O.		
	Público	Concertado	Privado	Público	Concertado	Privado	Público	Concertado	Privado
Capital	46	23	5	104	85	0	93	96	0
Norte	21	0	0	26	3	0	12	0	0
Sur	41	8	0	105	16	1	106	18	0
Este	13	3	0	31	0	0	19	0	0
Oeste	12	3	1	46	6	0	26	3	0
Total	133	37	6	312	110	1	256	117	0

Tabla 30: Alumnos con Necesidades Educativas en Noviembre de 2005

Fuente: Elaboración propia

A pesar del tamaño inicial de la muestra, las variaciones relativas a la mortalidad experimental (Campbell and Standley, 1963), la eliminación de los sujetos con necesidades educativas y el hecho de que en este trabajo sólo se hayan considerado aquellos estudiantes que tenían una puntuación en comprensión lectora o en matemáticas en las cuatro aplicaciones ha condicionado que el número definitivo de alumnos y centros que se han incluido en este trabajo haya sido el que se detalla a continuación:

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	401	17	699	21	171	4	1271	42
Norte	116	6	19	1	96	2	231	9
Sur	385	14	143	4	45	2	573	20
Este	261	8	64	2	32	1	357	11
Oeste	125	5	71	2	103	3	299	10
Total	1288	50	996	30	447	12	2731	92

Tabla 31: Alumnos de la primera cohorte con puntuación en Matemáticas en todas las aplicaciones.
Fuente: Elaboración propia

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	253	8	696	20	120	3	1069	31
Norte	75	2	20	1	49	2	144	5
Sur	250	8	120	4	20	1	390	13
Este	233	4	41	1	73	1	347	6
Oeste	108	3	75	2	19	1	202	6
Total	919	25	952	28	281	8	2152	61

Tabla 32: Alumnos de la segunda cohorte con puntuación en Matemáticas en todas las aplicaciones.
Fuente: Elaboración propia

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	204	8	579	20	83	3	866	31
Norte	74	2			75	2	149	4
Sur	226	7	176	4	42	2	444	13
Este	174	4	17	1	65	1	256	6
Oeste	62	3	4	1	25	1	91	5
Total	740	24	776	26	290	9	1806	59

Tabla 33: Alumnos de la tercera cohorte con puntuación en Matemáticas en todas las aplicaciones.
Fuente: Elaboración propia

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	379	17	724	21	169	4	1272	42
Norte	117	6	19	1	95	2	231	9
Sur	388	14	144	4	44	2	576	20
Este	260	8	62	2	32	1	354	11
Oeste	129	5	70	2	107	3	306	10
Total	1273	50	1019	30	447	12	2739	92

Tabla 34: Alumnos de la primera cohorte con puntuación en C.L. en todas las aplicaciones.

Fuente: Elaboración propia

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	239	8	700	21	116	3	1055	32
Norte	65	2	20	1	50	2	135	5
Sur	257	8	120	4	19	1	396	13
Este	242	4	42	1	69	1	353	6
Oeste	92	3	59	2	38	1	189	6
Total	895	25	941	29	292	8	2128	62

Tabla 35: Alumnos de la segunda cohorte con puntuación en C.L. en todas las aplicaciones.

Fuente: Elaboración propia

	Públicos		Concertados		Privados		Total	
	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros	Alumnos	Centros
Capital	219	8	596	20	87	3	902	31
Norte	77	2	0	0	75	2	152	4
Sur	236	7	182	4	41	2	459	13
Este	173	4	17	1	64	1	254	6
Oeste	70	3	26	1	25	1	121	5
Total	775	24	821	26	292	9	1888	59

Tabla 36: Alumnos de la tercera cohorte con puntuación en C.L. en todas las aplicaciones.

Fuente: Elaboración propia

4.3. VARIABLES E INSTRUMENTOS APLICADOS

A continuación se recogen las variables consideradas en el estudio y los diferentes instrumentos aplicados.

4.3.1. Rendimiento académico

Las variables de respuesta han estado constituidas por las puntuaciones obtenidas por los alumnos en las pruebas de matemáticas y de comprensión lectora elaboradas a tal efecto, y que se aplicaron al principio y al final de los cursos

académicos 2005/2006 y 2006/2007. En total se realizaron cuatro mediciones del rendimiento de los sujetos en cada una de las dos materias evaluadas.

Dado que el objetivo de la evaluación era medir la competencia de los estudiantes a lo largo del tiempo, se estableció un diseño longitudinal que permitiese, en una segunda etapa, equiparar las puntuaciones obtenidas por los sujetos en los diferentes momentos y, de esta forma, determinar la variación producida en el nivel de aprendizajes de los alumnos.

En el área de matemáticas el diseño establecido es el que se recoge en la Figura 49. En cada una de las aplicaciones se elaboraron dos pruebas paralelas que compartían un conjunto de ítems comunes. Igualmente, cada forma incluía un grupo de elementos específicos que eran incorporados a otra de las formas de la evaluación siguiente. El diseño cruzado establecido permitió que los ítems de anclaje a lo largo del tiempo fuesen aplicados a los alumnos que, en la aplicación anterior, no los habían contestado con el objetivo de garantizar que ningún sujeto se enfrentase dos veces al mismo estímulo.

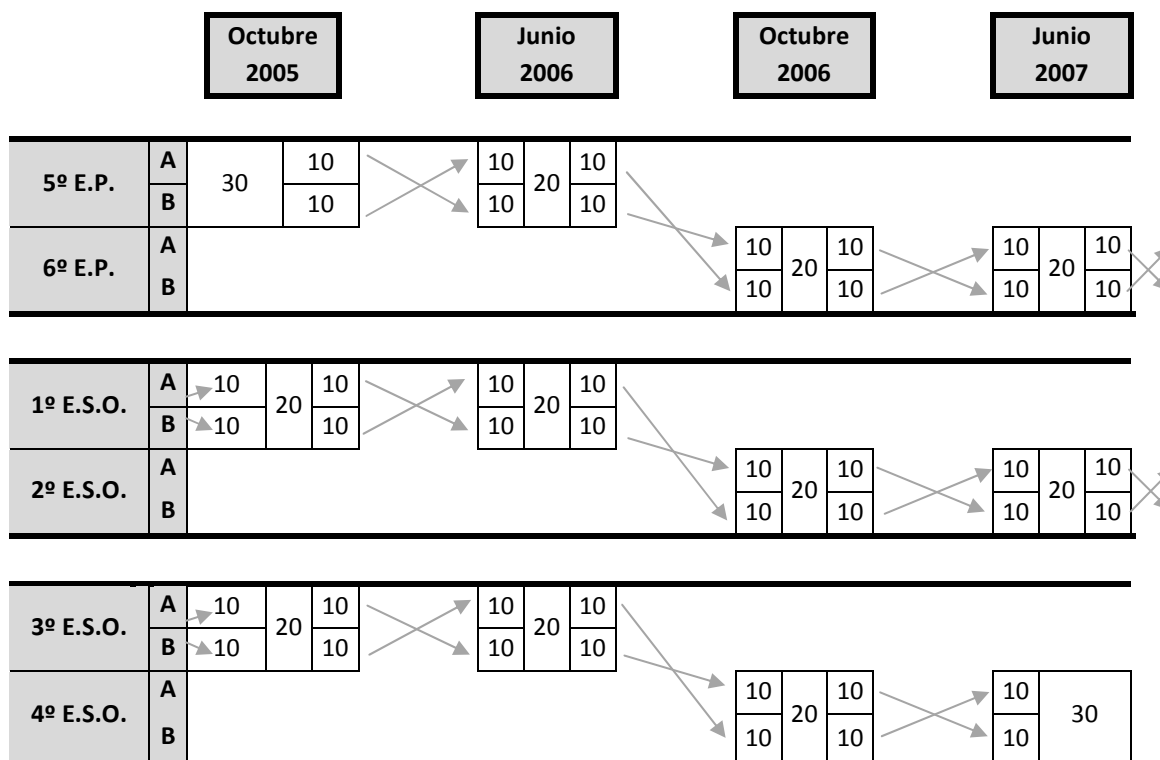


Figura 49: Diseño de aplicación de las pruebas de matemáticas
Fuente: Elaboración propia

El punto de partida para la elaboración de las pruebas fueron las matrices de especificaciones⁵⁷ que determinaban los contenidos y las destrezas cognitivas a evaluar.

En el último ciclo de Educación Primaria los conocimientos evaluados hicieron referencia a los siguientes bloques de contenidos:

- Números y Operaciones
- Medida
- Geometría
- Estadística y Probabilidad.

Estos contenidos eran acordes al curriculum en matemáticas establecido para la Educación Primaria, y que se recogía en el Real Decreto 1344/1991, de 6 de septiembre.

En Educación Secundaria Obligatoria se consideró el Decreto 34/2002, de 7 de febrero, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el currículo de las áreas de conocimiento y materias obligatorias y opcionales de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid, y que desarrolla la estructura de contenidos de los diferentes cursos de esta etapa educativa. Los conocimientos evaluados en el primer ciclo de educación secundaria se refirieron a los siguientes bloques de contenido:

- Geometría
- Medida
- Números y operaciones
- Tablas y Gráficas

En el segundo ciclo de la E.S.O. los bloques de contenidos quedaron definidos en:

- Estadística
- Funciones y gráficas

⁵⁷ Las tablas de especificaciones son “unas matrices de doble entrada en las que cada casilla supone la combinación posible de operación cognitiva y dominio de contenidos. En esas casillas se anidan los descriptores, que son la unidad a partir de la cual posteriormente se construirán los ítems”. (Tourón y Gaviria, 2003, p. 15).

- Geometría
- Números y operaciones

En ambos niveles educativos se establecieron tres dominios cognitivos que permitieron evaluar no sólo los conocimientos, sino también la aplicación de los contenidos aprendidos y la resolución de problemas vinculados a situaciones reales. De esta forma, los aprendizajes de los alumnos se evaluaron conforme a las siguientes competencias cognitivas: Conocimientos, Aplicación y Resolución de problemas. Siguiendo a Tourón y Gaviria (2003, 2004), dichos dominios cognitivos pueden ser definidos como:

- *Conocimientos.* Asociado al reconocimiento y evocación de hechos específicos, reglas, clasificaciones, definiciones, teorías,..., etc. Generalmente, cualquier conducta superior requiere la puesta en marcha de esta competencia.
- *Aplicación.* Supone conocer las reglas o los métodos que hay que aplicar ante una situación problemática, y las condiciones en que la aplicación puede darse.
- *Resolución de Problemas.* Ante una situación problemática en la que es posible establecer más de un procedimiento para resolverla, el estudiante elige la más adecuada en función de los datos disponibles.

La Tabla 37 recoge el número de ítems asociados a cada tipo de contenido para las distintas cohortes, momentos de evaluación y formas paralelas dentro de cada aplicación. Por su parte, la Tabla 38 hace lo propio incluyendo el número de ítems asociados a cada uno de los dominios cognitivos. Aunque el número inicial de ítems en cada una de las pruebas era de 40, posteriormente se procedió a eliminar algunos de los elementos que no resultaban operativos (Joaristi y Lizasoain, 2009).

El análisis técnico de los instrumentos aplicados se recoge en el Anexo 2, donde se puede observar cómo la fiabilidad de las pruebas, en la mayoría de los casos, presenta valores superiores a $\alpha = 0,8$. El instrumento con una fiabilidad menor fue la Forma B que se aplicó para evaluar el rendimiento de los alumnos de 3º de E.S.O. en noviembre de 2005, cuyo $\alpha = 0,74$.

		NOVIEMBRE 2005		JUNIO 2006		NOVIEMBRE 2006		JUNIO 2007	
		A	B	A	B	A	B	A	B
5º - 6º PRIMARIA	Estadística			3	3	3	3	4	5
	Geometría	8	8	11	11	10	10	8	8
	Medida	11	12	11	11	10	10	11	10
	Números	21	20	15	15	15	16	15	15
	TOTAL	40	40	40	40	38	39	38	38
1º - 2º E.S.O.	Geometría	8	9	9	7	9	9	11	13
	Medida	6	6	3	2	2	2	2	3
	Números	19	20	23	24	25	26	23	20
	Tablas y gráficos	4	4	3	3	3	2	4	4
	TOTAL	37	39	38	36	39	39	40	40
3º - 4º E.S.O.	Estadística	6	5	7	7	4	5	12	12
	Funciones	5	6	8	9	10	9	10	9
	Geometría	13	12	6	6	6	5	8	8
	Números	16	17	17	18	18	18	8	9
	TOTAL	40	40	38	40	38	37	38	38

Tabla 37: Número de ítems por cohorte, aplicación y forma en los distintos contenidos en Matemáticas.

Fuente: Joaristi y Lizasoain (2008), p. 4

		NOVIEMBRE 2005		JUNIO 2006		NOVIEMBRE 2006		JUNIO 2007	
		A	B	A	B	A	B	A	B
5º - 6º PRIMARIA	Aplicación	10	10	12	13	13	13	9	9
	Conocimientos	24	25	23	22	19	22	22	22
	Resolución de problemas	6	5	5	5	6	4	7	7
	TOTAL	40	40	40	40	38	39	38	38
1º - 2º E.S.O.	Aplicación	8	13	15	13	11	11	11	11
	Conocimientos	17	17	15	15	18	16	20	22
	Resolución de problemas	12	9	8	8	10	12	9	7
	TOTAL	37	39	38	36	39	39	40	40
3º - 4º E.S.O.	Aplicación	23	19	17	22	18	20	18	15
	Conocimientos	13	16	12	11	14	11	7	9
	Resolución de problemas	4	5	9	7	6	6	13	14
	TOTAL	40	40	38	40	38	37	38	38

Tabla 38: Número de ítems por cohorte, aplicación y forma en los distintos Dominios en Matemáticas.

Fuente: Joaristi y Lizasoain (2008), p. 5

Junto con el nivel de logro en matemáticas, se evaluó la competencia lectora de los alumnos. La comprensión lectora se presenta dentro del currículum como una habilidad transversal a las demás áreas curriculares y, por tanto, fuertemente relacionada con ellas. En este sentido, han sido varios los trabajos que han puesto de

manifiesto la relación existente entre el desarrollo lector de los alumnos y el éxito en otras áreas instrumentales como es el caso de las matemáticas (Lerikkanen, Rasku-Puttonen, Aunola and Nurmi, 2005; Vilenius-Tuohimma, Aunola and Nurmi, 2008).

El tipo diseño establecido para evaluar esta materia se recoge en la Figura 50. El número total de instrumentos de medida elaborados fue de ocho. Las formas A, B, C y D se dirigieron a los sujetos matriculados en el último ciclo de educación primaria; las formas C, D, E y F se aplicaron a los estudiantes de 1º y 2º de E.S.O.; y las formas E, F, G y H se asignaron a los alumnos del último ciclo de educación secundaria obligatoria.

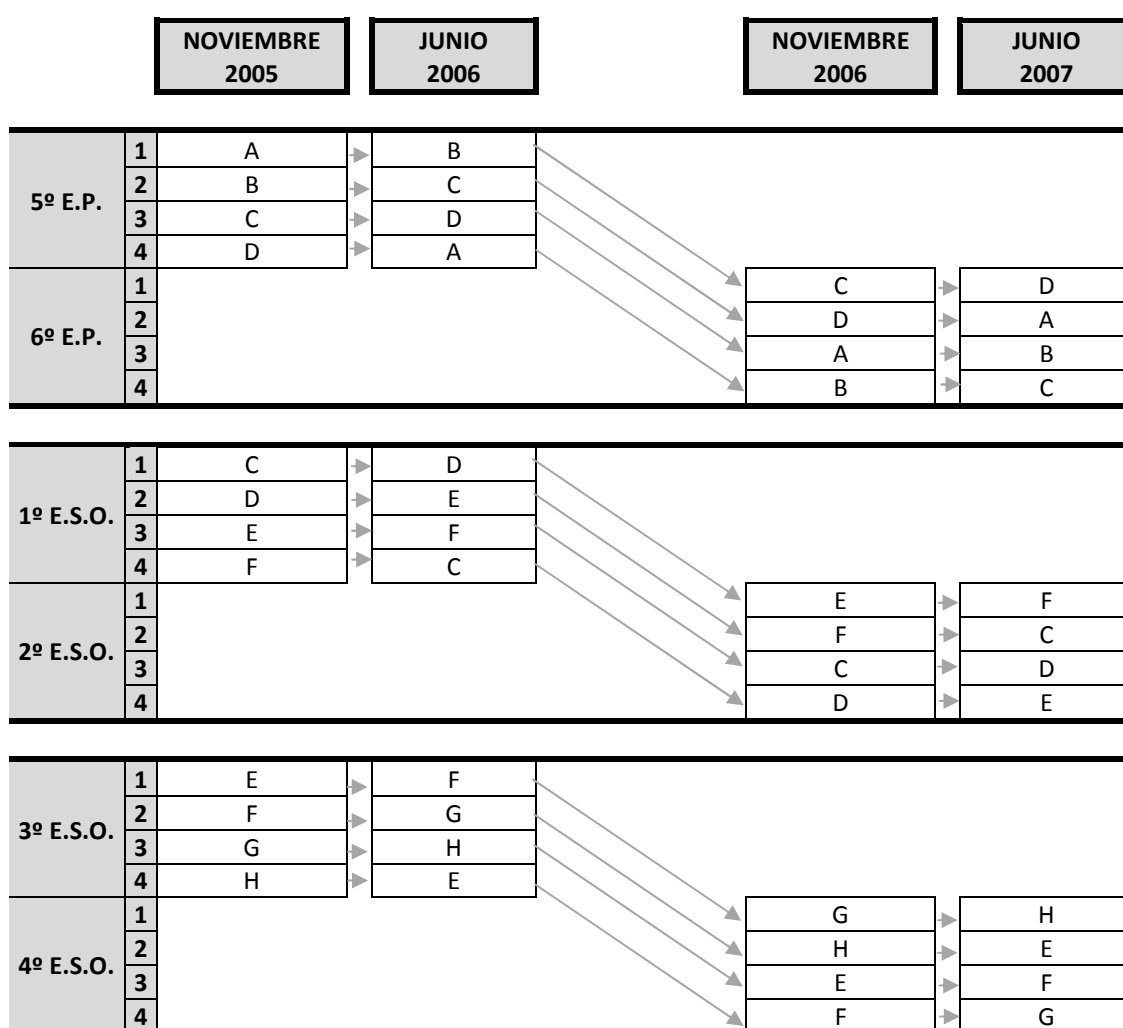


Figura 50: Diseño de aplicación de las pruebas de Comprensión Lectora
Fuente: Elaboración propia

Para garantizar que las puntuaciones de los sujetos a lo largo del tiempo fuesen equiparables, aproximadamente una cuarta parte de los alumnos respondió a cada uno de los instrumentos asignados a su cohorte en noviembre de 2005 y, en las

sucesivas evaluaciones, se les aplicó otro de los modelos a los que aún no había dado respuesta. Así, al finalizar las cuatro evaluaciones todos los sujetos habían cumplimentado las cuatro formas dirigidas a su cohorte. Del mismo modo, la comparación de los resultados entre cohortes se garantizó ya que la Cohorte 1 compartía dos modelos de prueba con la Cohorte 2 (Formas C y D) y, a su vez, la Cohorte 2 tenía en común otras dos formas con la Cohorte 3 (Formas E y F).

Atendiendo a la matriz de especificaciones que sirvió de base para la construcción de las diferentes pruebas, los conocimientos y destrezas evaluados hicieron referencia a los siguientes bloques de contenidos:

- Texto narrativo.
- Texto descriptivo.
- Texto expositivo.
- Texto argumentativo.
- Texto instructivo.

Asimismo, los diferentes niveles de comprensión que puede alcanzar un alumno ante un mismo texto estuvieron determinados por los siguientes dominios cognitivos: Conocimiento, Comprensión literal, Reorganización, Lectura inferencial, Lectura crítica y Apreciación. Tourón y Gaviria (2003, 2004) definen dichas destrezas cognitivas tal y como se recoge en la Figura 51.

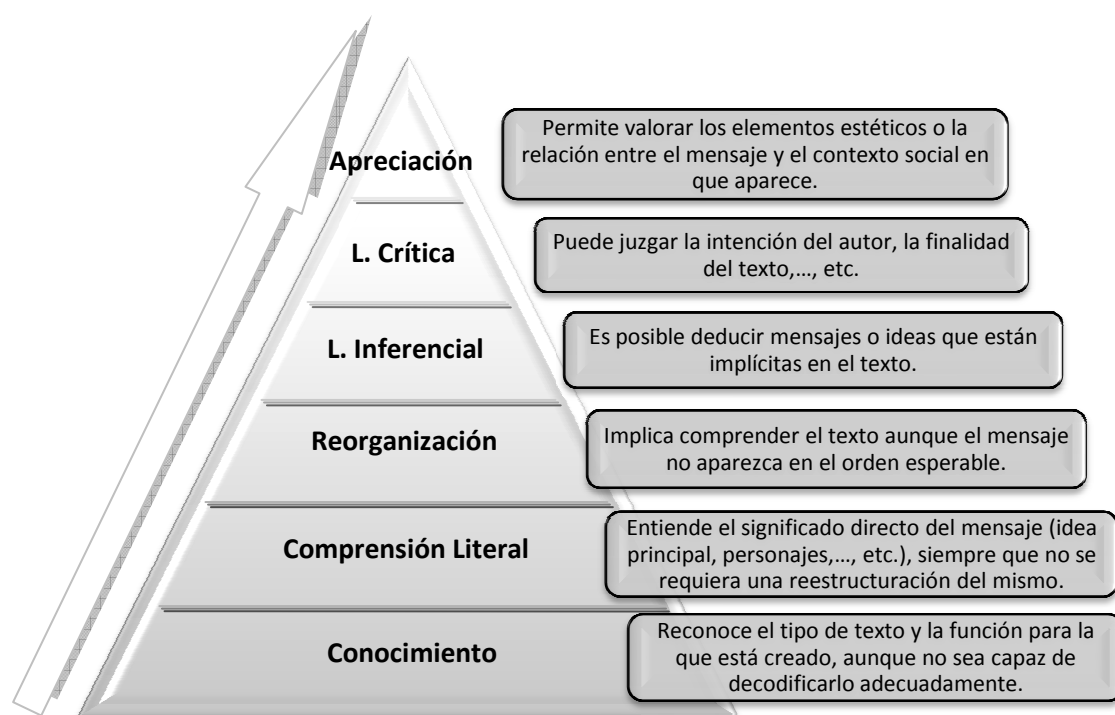


Figura 51: Destrezas cognitivas evaluadas en el área de Comprensión Lectora

Fuente: Elaborado a partir de Tourón y Gaviria (2003, 2004)

Finalmente, la Tabla 39 y la Tabla 40 recogen, respectivamente, el número de ítems asociados a cada tipo de contenido y a cada uno de los dominios cognitivos dentro de cada forma.

	FORMA A	FORMA B	FORMA C	FORMA D	FORMA E	FORMA F	FORMA G	FORMA H
Narrativos	14	17	10	19	13	12	16	10
Descriptivos	4	8	10	0	7	0	0	0
Expositivos	8	9	14	0	4	8	5	9
Argumentativo	0	0	0	0	10	6	7	10
Instructivo	8	0	0	15	0	8	6	5
TOTAL	34	34	34	34	34	34	34	34

Tabla 39: Número de ítems por forma en los distintos contenidos de Comprensión Lectora.

Fuente: Elaboración propia

	FORMA A	FORMA B	FORMA C	FORMA D	FORMA E	FORMA F	FORMA G	FORMA H
Conocimiento	0	1	2	0	3	4	5	3
Comprensión Literal	15	10	13	26	12	8	11	12
Reorganización	1	4	4	1	2	3	5	1
Lectura Inferencial	10	14	7	2	9	14	11	13
Lectura crítica	5	4	5	4	7	5	0	4
Apreciación	3	1	3	1	1	0	2	1
TOTAL	34	34	34	34	34	34	34	34

Tabla 40: Número de ítems por forma en los distintos Dominios en Comprensión Lectora.

Fuente: Elaboración propia

4.3.2. Características individuales y familiares

La información relativa a las características individuales y familiares de los sujetos se obtuvo a partir de la aplicación de dos cuestionarios elaborados a tal efecto y que se aplicaron en las dos primeras evaluaciones.

El cuestionario utilizado en Noviembre de 2005 perseguía recoger información sobre las características del alumno y su ambiente familiar. Tal y como se contempla en la Tabla 41, este instrumento permitió recabar información sobre el entorno inmigrante del alumnado, el nivel educativo y cultural de los padres, los recursos usados en el hogar y la historia y expectativas académicas del alumnado.

CUESTIONARIO DEL ALUMNO (Noviembre de 2005)
Edad
Sexo
Lugar de nacimiento
Lugar de nacimiento del padre
Lugar de nacimiento de la madre
Idioma hablado en el hogar
Nivel educativo del padre
Nivel educativo de la madre
Número de hermanos
Recursos en el hogar (Mesa de estudio, ordenador, programas educativos, libros de literatura, conexión a internet,...)
Cantidad de recursos en el hogar (Número de teléfonos móviles, número de ordenadores, número de coches, aire acondicionado,...)
Número de libros
Rendimiento previo en Matemáticas
Rendimiento previo en Lenguaje
Repetición
Aspiraciones educativas

Tabla 41: Información incluida en el Cuestionario del Alumno aplicado en Noviembre de 2005

Fuente: Elaboración propia

El objetivo del cuestionario empleado en Junio de 2006 era indagar en el rendimiento y las expectativas educativas familiares, el uso del tiempo por parte del alumno, la participación en actividades de refuerzo escolar y extraescolares, y la implicación de los padres en los estudios de sus hijos y en la vida del centro. Del mismo modo, se incluyó una pregunta que incluía 45 afirmaciones relativas a la forma de estudiar de los alumnos, ante las cuales debían valorar si en su caso ese modo de

proceder se daba “Nunca”, “Algunas veces”, “Casi siempre” o “Siempre”. Dichas afirmaciones hacía referencia a la motivación de los alumnos hacia el estudio, su autopercepción respecto al aprendizaje, sus hábitos de estudio y su opinión respecto a la escuela.

CUESTIONARIO DEL ALUMNO (Junio de 2006)
Participación de los padres en reuniones de centro o tutorías
Apoyo educativo fuera de la escuela
Interés de los padres por el rendimiento académico de sus hijos
Uso del tiempo fuera de la escuela (Estar con amigos, estudiar, chatear, ver la Televisión, Leer, Charlar con los padres,...)
Tiempo dedicado a actividades de apoyo
Tiempo dedicado a actividades extraescolares
Aspiraciones educativas de los padres
Asignaturas suspensas en la última evaluación
Número de veces que ha llegado tarde al colegio
Ámbito de desarrollo profesional en el futuro (Investigación científica, sanidad, economía y negocios, estética, deporte,...)
Motivación hacia el estudio (Sólo estudio lo que me gusta, me he propuesto conseguir buenos resultados,...)
Autopercepción del aprendizaje (Tengo problemas para planificar el estudio de un tema, no se cómo estudiar algunas asignaturas,...)
Hábitos de estudio (Estudio de forma distinta cada asignatura, procuro entender las palabras nuevas que van surgiendo cuando estudio,...)
Opinión hacia la escuela (La escuela no me prepara para la vida adulta, la mayoría de lo que se enseña en clase no merece la pena,...)

Tabla 42: Información incluida en el Cuestionario del Alumno aplicado en Junio de 2006

Fuente: Elaboración propia

4.3.3. Indicadores asociados a los centros educativos y a su contexto

La información relativa a los centros educativos se recabó mediante el examen de los Documentos de Organización de los Centros (DOC). El DOC es un documento institucional que anualmente debe cumplimentar el Equipo Directivo y remitir a Inspección Educativa de la correspondiente Dirección de Área Territorial. Este documento interno recoge información sobre los órganos de gobierno, el alumnado, los resultados académicos, el personal, la organización pedagógica y los edificios e instalaciones, entre otros.

Documento de Organización de Centros
Zona
Titularidad
Ciclos que se imparten en el centro
Número total de alumnos
Número total de profesores al inicio del curso
Participación en proyectos oficiales
Experiencias e innovaciones en el centro
Número total de actividades complementarias o extraescolares programadas en el centro
Obras en el centro
Horas lectivas no impartidas
Valoración global del clima del centro durante el curso académico 2005-2006
Algún caso de acoso entre estudiantes en los últimos tres años
Algún caso de agresión al profesorado en los últimos tres años
Tasa total de alumnos con Necesidades Educativas Especiales
Tasa de promoción
Ratio faltas por alumno

Tabla 43: Información recabada tras el análisis de los Documentos de Organización de Centros

Fuente: Elaboración propia

Para completar los datos recopilados tras este análisis, en una segunda etapa se remitió a los centros educativos un breve cuestionario con el que se buscaba conocer el número total de profesores que componían la plantilla, la antigüedad del profesorado⁵⁸, el número total de alumnos, el número de estudiantes de origen no español y el número de alumnos de origen no español que no hablaban castellano al comienzo del curso escolar.

En último lugar, se incorporaron tres variables que perseguían proporcionar información del contexto de las instituciones educativas como son: la tasa de inmigración, la tasa de desempleo y el precio del m² de vivienda. Los dos primeros indicadores se construyeron a partir de las estadísticas proporcionadas por el Instituto Nacional de Estadística⁵⁹. El precio de las viviendas se consultó en la base de datos de la Sociedad de tasación⁶⁰, y puede considerarse una estimación del valor medio de las viviendas de tipo medio en cada una de las áreas consideradas.

⁵⁸ La antigüedad del profesorado se estableció conforme las siguientes categorías: menos de 5 años; entre 5 y 10 años; entre 10 y 15 años; y más de 15 años.

⁵⁹ Información disponible en www.ine.es.

⁶⁰ Información disponible en www.st-tasacion.es.

Finalmente, cabe señalar que los indicadores asociados a los centros educativos hacen referencia al curso académico 2005-2006 y las variables de contexto al año 2006.

4.4. TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Tras la recogida de los datos se inició la fase de tratamiento de la información. Esta tarea consistió, en un primer momento, en la depuración de las bases de datos y en la eliminando los sujetos con necesidades educativas especiales.

Sin embargo, dentro de esta etapa, uno de los procesos de mayor relevancia por su implicación en la comparación de las puntuaciones obtenidas por los alumnos a lo largo del tiempo fue el de la equiparación de dichos resultados. El proceso de equiparación de dos escalas diferentes consiste en “establecer una función de transformación de las puntuaciones de una de ellas de forma que obtengamos las puntuaciones que les correspondería en la otra” (Gaviria, 2005, p. 354), en el presente trabajo esa transformación tuvo que obedecer al doble propósito de hacer comparables los resultados de los sujetos a los que se les habían aplicado pruebas paralelas en un mismo momento temporal, y hacer equiparables las puntuaciones de los alumnos entre los diferentes niveles educativos considerados.

En este sentido, fue necesario llevar a cabo dos procesos de equiparación diferentes pero complementarios, como son la equiparación horizontal y la equiparación vertical. En la equiparación horizontal se poseen “dos formas distintas del mismo test, construidas para evaluar al mismo tipo de alumnos con el mismo tipo de contenidos y de las que se espera que respondan a las mismas especificaciones y tengan el mismo comportamiento estadístico” (Gaviria y Ruíz, 2007, pp. 224-225). Dado que las puntuaciones proceden de dos pruebas paralelas construidas con similares propiedades psicométricas y que hacen referencia a los mismos contenidos es posible garantizar su comparabilidad.

Por su parte, en el proceso de equiparación vertical, escalamiento vertical o escalamiento para la comparativa “se desea comparar resultados medios de dos cursos distintos, por lo que el contenido de cada test refleja el contenido específico del

curso al que está destinados. Estas puntuaciones no son intercambiables, y en cada curso significan cosas distintas” (Gaviria y Ruíz, 2007, p. 225). En este tipo de equiparación las puntuaciones proceden de pruebas que miden un mismo constructo con diferentes niveles de dificultad.

Para llevar a cabo la equiparación se tomó como referencia el modelo propuesto por Rasch en 1960, que se enmarca dentro de la Teoría de Respuesta al ítem y se fundamenta en los siguientes supuestos:

- “El atributo que se desea medir puede representarse en una única dimensión en la que se situarían conjuntamente las personas y los ítems
- El nivel de la persona en el atributo y la dificultad del ítem determinan la probabilidad de que la respuesta sea correcta” (Prieto y Delgado, 2003, p. 94).

El programa utilizado para llevar a cabo la equiparación de las puntuaciones fue el programa BILOG-MG (Zimowski, Muraki, Mislevy y Bock, 1996), que proporciona información sobre las propiedades psicométricas de los ítems y permite estimar la habilidad (θ) de los sujetos. Finalmente, calculadas esas puntuaciones en escala estandarizada, se transformaron a una nueva escala de media de 500 y desviación típica de 100.

4.5. RECAPITULACIÓN

Título: DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

Tipo de capítulo: Empírico

Objetivos:

Analizar las características de la realidad educativa en la que se aplica el modelo de evaluación de la eficiencia propuesto en el capítulo anterior.

Definir la población experimental, el procedimiento de muestreo y las características de la muestra que ha formado parte de la investigación.

Describir los instrumentos aplicados y las variables medidas.

Procedimiento:

La aplicación empírica del modelo de evaluación de la eficiencia propuesto en el capítulo anterior se ha enmarcado dentro del proyecto de I+D “El valor añadido en educación y la función de producción educativa: un estudio longitudinal”, financiado por el Ministerio de Ciencia y Tecnología y con código SEC2003-09742. De esta forma, en un primer lugar se ha analizado el contexto en el que se llevó a cabo dicha investigación, haciendo especial hincapié en la legislación educativa que, en ese momento, regía las enseñanzas no universitarias y en los principales indicadores del sistema educativo no universitario de la Comunidad de Madrid. Posteriormente, se ha descrito la población experimental, el proceso de muestreo llevado a cabo y las características de la muestra que finalmente ha formado parte del estudio. Del mismo modo, se ha detallado el diseño longitudinal establecido para evaluar el rendimiento en matemáticas y en comprensión lectora de los alumnos que formaron parte de la muestra, y el proceso seguido para recabar la información relativa a las características individuales y familiares de los sujetos, y a los indicadores asociados a los centros educativos y a su contexto.

Palabras clave: Indicadores del sistema educativo no universitario, Comunidad de Madrid, diseño de investigación, población y muestra, instrumentos aplicados

4.6. ABSTRACT

Title: RESEARCH DESIGN

Type of chapter: Empirical

Objectives:

To analyze the characteristics of the education system in which the efficiency evaluation model proposed in the previous chapter is applied.

To define the experimental population, the sampling procedure and the characteristics of the sample that has formed part of the research.

To describe the instruments applied and the variables measured.

Procedure:

The empirical application of the efficiency evaluation model proposed in the previous chapter has been incorporated into the R&D Project “Value added in education and the educational production function: a longitudinal study,” sponsored by the Ministry of Science and Technology and with reference SEC2003-09742. First, the setting in which the research is carried out is analysed, focusing on the education laws that regulated non-university education at that time, and also on the main indicators of the non-university education system of the Community of Madrid. After that, the experimental population, the sampling process employed, and the characteristics of the final sample studied have all been described. Next, a detailed description has been given of the longitudinal design developed to assess achievement in mathematics and reading comprehension of students in the sample, and also of the procedure followed to compile information about the subjects’ individual and family background, and indicators associated with the schools and their context.

Key words: Indicators of non-university education system, Community of Madrid, research design, population and sample, instruments applied

CAPÍTULO 5. CÁLCULO DE UNA MEDIDA DE VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN

La principal aportación del modelo de evaluación de la eficiencia presentado en el capítulo tres hace referencia a la inclusión del valor añadido de las escuelas, como producto del sistema educativo. Los modelos de valor añadido han surgido en los últimos años como una alternativa metodológica en la evaluación de la eficacia y la efectividad de las escuelas⁶¹. Este conjunto de modelos estadísticos persiguen determinar qué parte del progreso logrado por los alumnos a lo largo de tiempo es debido al efecto de los profesores, de las escuelas o de los distritos (Hibpsman, 2004), una vez que se ha controlado la influencia que sobre el logro educativo ejercen los factores individuales y familiares de los alumnos. La aplicación de estos modelos requiere el uso de diferentes medidas de rendimiento de los sujetos a lo largo del tiempo de forma que cada alumno actúe como control de su propio progreso (Sanders, 2000; Ballou et al., 2004). El valor añadido en educación se presenta como una medida del crecimiento o mejora en el rendimiento de los alumnos que es debido exclusivamente a la influencia de variables asociadas a la escuela. Así, quedan aisladas

⁶¹ En la práctica los modelos de valor añadido son usados con un doble objetivo: la evaluación de las escuelas con vistas a la rendición de cuentas (*accountability*) y la evaluación de los profesores en términos de su eficacia relativa en comparación a otros profesores (Goe, 2008).

todas aquellas características individuales, familiares y contextuales que puedan ejercer algún tipo de efecto sobre los resultados educativos.

A la hora de proceder al cálculo de esta ganancia es necesario hacer una alusión indiscutible al tiempo. En este sentido se hace indispensable disponer de mediciones en dos o más momentos temporales que se tomen como puntos de referencia para calcular dicho crecimiento. Tomando en consideración la muestra analizada en este estudio, las cuatro mediciones disponibles para cada uno de los alumnos que forman parte de ésta, así como el diseño longitudinal de la evaluación, ha hecho posible el cálculo de los modelos de valor añadido que se presentan a continuación.

Con la finalidad de facilitar su comprensión, el capítulo ha sido estructurado en dos partes diferenciadas. En un primer momento se presenta el cálculo de los modelos básicos de valor añadido para las tres cohortes que componen la muestra en cada una de las dos materias evaluadas, prestando especial atención al tipo de relación funcional existente entre el rendimiento de los alumnos y la variable tiempo. Finalmente, se recogen los modelos contextualizados que incorporan las características individuales y familiares de los sujetos, de forma que quede controlado su efecto sobre las medidas de valor añadido calculadas.

5.1. CÁLCULO DE LOS MODELOS BÁSICOS DE VALOR AÑADIDO

En este apartado se presentan los modelos de crecimiento que se han tomado como base para el cálculo del valor añadido en cada una de las cohortes que componen la muestra. Estos modelos básicos se han elaborado considerando exclusivamente las puntuaciones de rendimiento obtenidas por los alumnos a lo largo de las cuatro aplicaciones. De esta forma, no contemplan ninguna variable relativa a las características individuales o familiares de los sujetos.

Para la estimación de los modelos se ha utilizado el programa MlwiN en su versión 2.02 (Rasbash, Browne, Healy, Cameron y Charlton, 2005). En lo que se refiere a los resultados, para cada cohorte que compone la muestra se muestran los modelos

de valor añadido en las materias de matemáticas y comprensión lectora. Igualmente, en cada uno de los casos se ha considerado un modelo en el que el crecimiento a lo largo del tiempo es lineal y otro en el que esta relación entre el tiempo y el rendimiento es cuadrática.

5.1.1. Modelo básico de valor añadido: 5º y 6º de Educación Primaria

Los resultados en matemáticas para los alumnos de 5º y 6º de Educación Primaria se recogen en la Tabla 44.

		Modelo Nulo	Modelo Cuadrático
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	β_{00}	503,226 (3,708)	503,247 (3,736)
Tasas de crecimiento (término lineal)	β_{10}	11,402 (0,782)	11,244 (2,483)
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	β_{20}		0,056 (0,735)*
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	1637,135 (31,327)	1568,559 (30,261)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	5454,547 (182,982)	5502,365 (182,894)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	91,474 (13,120)	105,077 (13,017)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$	-795,800 (41,982)	-816,207 (41,906)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	998,273 (185,257)	1002,508 (187,292)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	39,686 (8,211)	411,702 (77,118)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$	-130,461 (33,346)	-138,462 (33,024)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		34,470 (7,225)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		-113,926 (23,262)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		
Deviance		117911,6	117775,6
Número de parámetros		9	12
Diferencia de Deviance			136
Diferencias de parámetros			3
Significatividad del modelo			Modelo no significativo

Tabla 44: Modelo básico de valor añadido: Matemáticas 5º y 6º de Educación Primaria

* Parámetros no significativos

Error estándar entre paréntesis

En primer lugar, haciendo referencia al modelo de crecimiento lineal, es posible observar cómo el rendimiento inicial medio en matemáticas para todas las escuelas

fue de 503,226 puntos y el incremento por aplicación igual a 11,402 puntos. Los efectos aleatorios del modelo informan de la existencia de varianza no explicada en los tres niveles. Centrándonos en la varianza de Nivel 3 (escuelas), es importante señalar que las varianzas en el rendimiento previo y en las tasas de crecimiento de las escuelas son significativas lo que implica que el rendimiento inicial no es el mismo para todos los centros educativos, al igual que tampoco lo es su crecimiento a lo largo del tiempo. En este sentido, si la tasa de crecimiento fuese la misma para todas las escuelas no sería posible calcular las medidas de valor añadido desde la perspectiva multinivel planteada en este trabajo.

La relación entre el rendimiento inicial de las escuelas y su tasa de crecimiento viene expresada por la covarianza y la correlación entre ambos términos. En este caso $\sigma_{v_0v_1}$ es igual a -130,461 y el coeficiente de correlación⁶² entre v_{0j} y v_{1j} presenta un valor de -0,655. Este hecho indica que las escuelas con un mayor rendimiento inicial tienen una tasa de crecimiento menor que las escuelas que partían con una puntuación previa inferior.

Haciendo referencia al modelo de crecimiento cuadrático es posible observar cómo el parámetro de crecimiento β_{2j} , que informa de la tasa media de aceleración o desaceleración del crecimiento a lo largo del tiempo, no ha resultado significativo.

La Figura 52 representa la relación entre v_{0j} y v_{1j} para cada escuela, es decir, el eje Y hace referencia a las diferencias entre el rendimiento inicial de cada escuela individual con respecto al rendimiento medio general y el eje X alude a la desviación de las escuelas en sus tasas de crecimiento en relación al crecimiento medio observado.

⁶² La matriz de correlaciones entre los términos aleatorios del modelo se recoge en el Anexo 5.

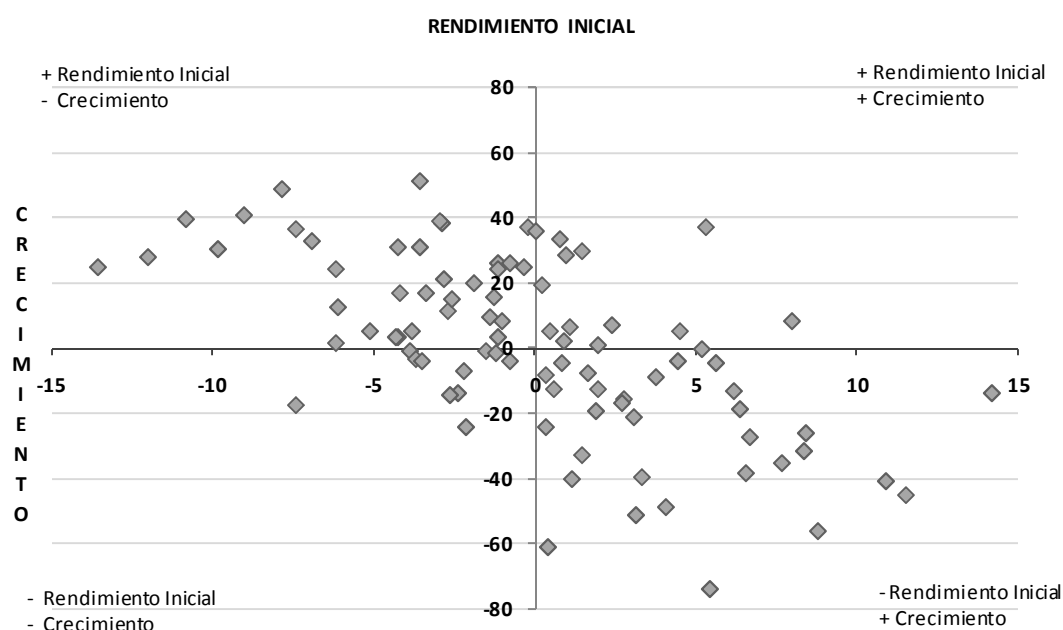


Figura 52: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento lineal: Matemáticas 5º y 6º de Educación Primaria
Fuente: Elaboración propia

Aquellas escuelas cuyo rendimiento inicial y sus tasas de crecimientos son similares a los valores medios de la población se sitúan sobre el origen, las escuelas con mayor rendimiento inicial y mayores tasas de crecimiento que las medias poblacionales están localizadas en el cuadrante I, las escuelas con mayor rendimiento inicial y menor tasa de crecimiento se posicionan sobre el cuadrante II, las escuelas con menor rendimiento inicial y menor tasa de crecimiento están en el cuadrante III y, finalmente, en el cuadrante IV se ubican las escuelas con valores iniciales inferiores a las media poblacional pero tasas de crecimiento superiores.

Como se indicó anteriormente, para esta cohorte la relación entre el rendimiento inicial en matemáticas y las tasas de crecimiento es negativa, por lo que la mayoría de las escuelas analizadas están dispuestas sobre los cuadrantes II y IV. Las implicaciones de este tipo de relaciones son de gran importancia en la medida del valor añadido ya que, en un modelo de crecimiento lineal, el término aleatorio V_{1j} coincide con el valor añadido de la escuela j cuando $t - t_0$ es igual a 1 y, así, es posible analizar si las escuelas con mayor rendimiento en noviembre de 2005 son las escuelas que han presentado un menor incremento a lo largo de las diferentes evaluaciones.

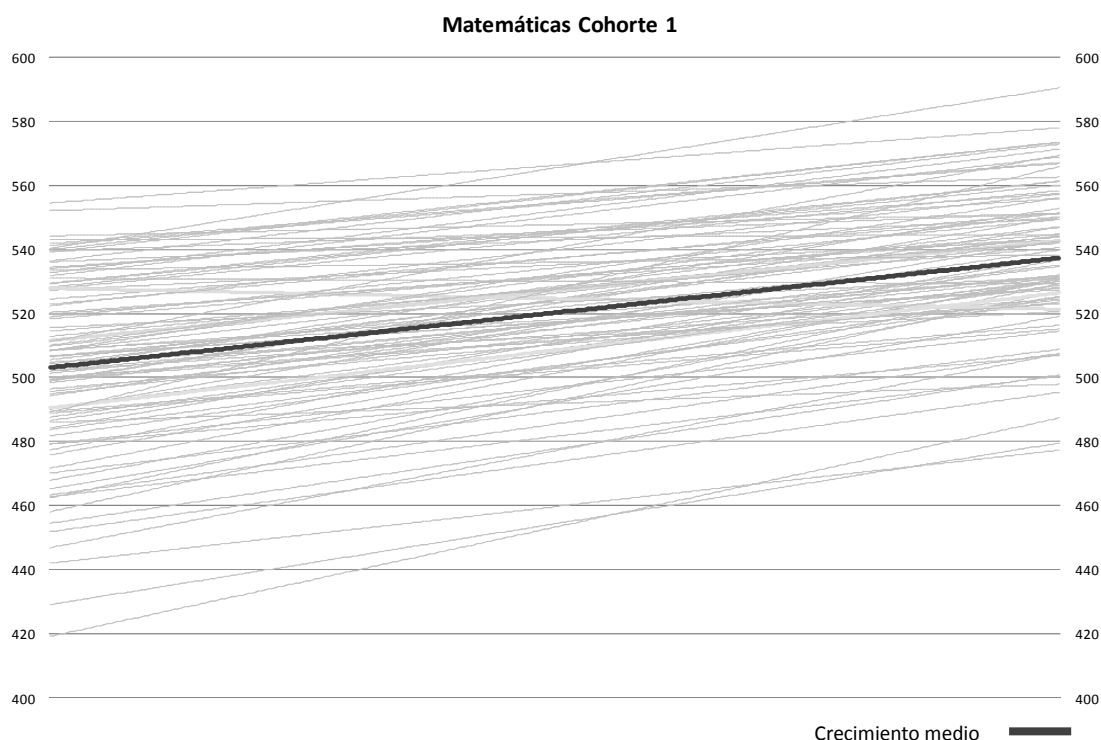


Figura 53: Representación del crecimiento lineal de las escuelas: Matemáticas 5º y 6º de Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia

El crecimiento lineal en matemáticas para cada una de las escuelas que componen la cohorte 1 es presentado en la Figura 53. En ella es posible observar un incremento progresivo del rendimiento a través de los dos cursos académicos analizados. Las diferencias entre las escuelas tanto en los puntos de cohorte como en las pendientes se debe a los valores en V_{0j} y V_{1j} , específicos para cada una de ellas.

Los modelos de crecimiento en comprensión lectora para los alumnos de 5º y 6º de Educación Primaria están contemplados en la Tabla 45:

		Modelo Nulo	Modelo Cuadrático
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	β_{00}	501,915 (3,345)	503,445 (3,859)
Tasas de crecimiento (término lineal)	β_{10}	18,109 (1,029)	13,504 (3,792)
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	β_{20}		1,539 (1,052)*
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	2729,405 (48,185)	2630,569 (46,897)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	3455,118 (118,440)	3457,237 (118,163)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	33,527 (14,130)	44,842 (14,034)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$		
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	812,301 (150,398)	1126,006 (200,751)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	74,255 (14,211)	1061,900 (193,621)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$	-158,050 (38,200)	-767,999 (166,820)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		76,035 (14,876)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		-277,218 (52,850)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		181,880 (44,323)
Deviance		123189,8	123063,4
Número de parámetros		8	12
Diferencia de Deviance			-126,4
Diferencias de parámetros			4
Significatividad del modelo			Modelo no significativo

Tabla 45: Modelo básico de valor añadido: CL 5º y 6º de Educación Primaria

* Parámetros no significativos

Error estándar entre paréntesis

En esta material, al igual que ocurría en el área de matemáticas, sólo resulta significativo el modelo lineal. En el modelo de crecimiento cuadrático el parámetro de crecimiento β_{2j} no es significativo. Considerando los resultados del modelo de crecimiento lineal, la media de rendimiento para todas las escuelas en la primera aplicación ha sido de 501,915 puntos y el incremento medio por cada momento temporal de 18,109 puntos. En la parte aleatoria del modelo se observa la significatividad de todas las varianzas y covarianzas de nivel 3. Así, los parámetros aleatorios σ_{v_0} y σ_{v_1} muestran la existencia de varianza no explicada en el rendimiento previo de las escuelas y en sus tasas de crecimiento. La relación entre esos dos términos, medido por la covarianza ($\sigma_{v_0 v_1}$) y el coeficiente de correlación ($\hat{\rho}_{v_{0j}, v_{1j}}$),

presenta valores de -158,050 y -0,643, respectivamente. Este hecho implica que las escuelas con un rendimiento inicial mayor presentan menores tasas de crecimiento, y viceversa.

La tendencia de esta relación también puede ser observada en la Figura 54, en la cual la mayoría de las escuelas están situadas sobre los cuadrantes II y IV. Estos centros educativos presentan un mayor rendimiento inicial y una menor tasa de crecimiento que los valores medios estimados para el conjunto de las escuelas (cuadrante II) o un menor rendimiento inicial y una mayor tasa de crecimiento (cuadrante IV). En este último cuadrante, es posible observar la presencia de un *outlier*, que corresponde con una escuela con un rendimiento inicial muy bajo y una tasa de crecimiento muy alta.

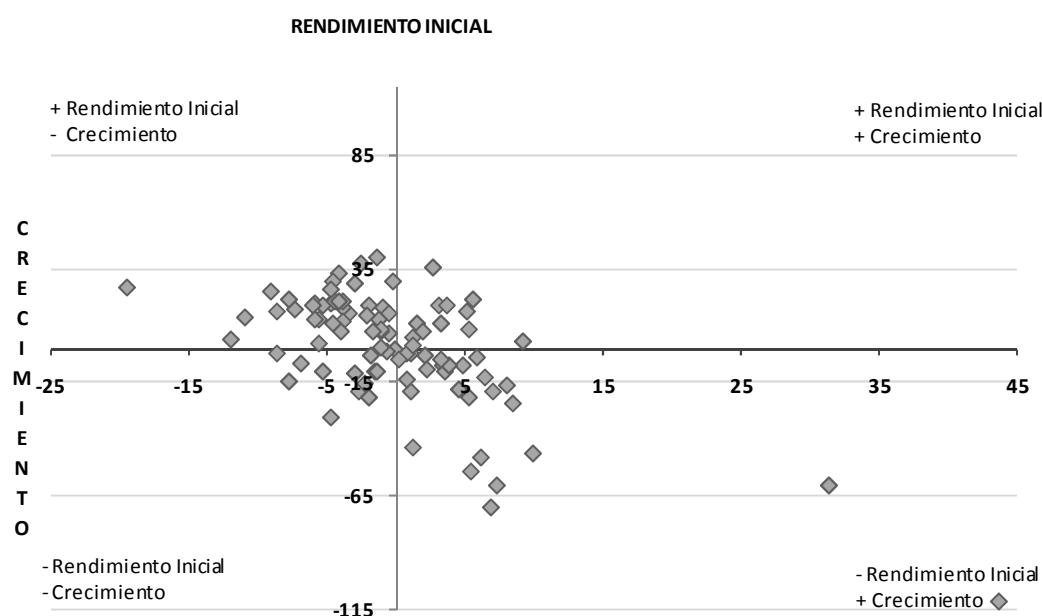


Figura 54: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento lineal: CL 5º y 6º de Educación Primaria
Fuente: Elaboración propia

La evolución del rendimiento en comprensión lectora para cada una de las escuelas que componen la Cohorte 1 puede ser observado en la Figura 55. Analizando las funciones de crecimiento se pone de manifiesto un progresivo incremento del rendimiento a lo largo del tiempo.

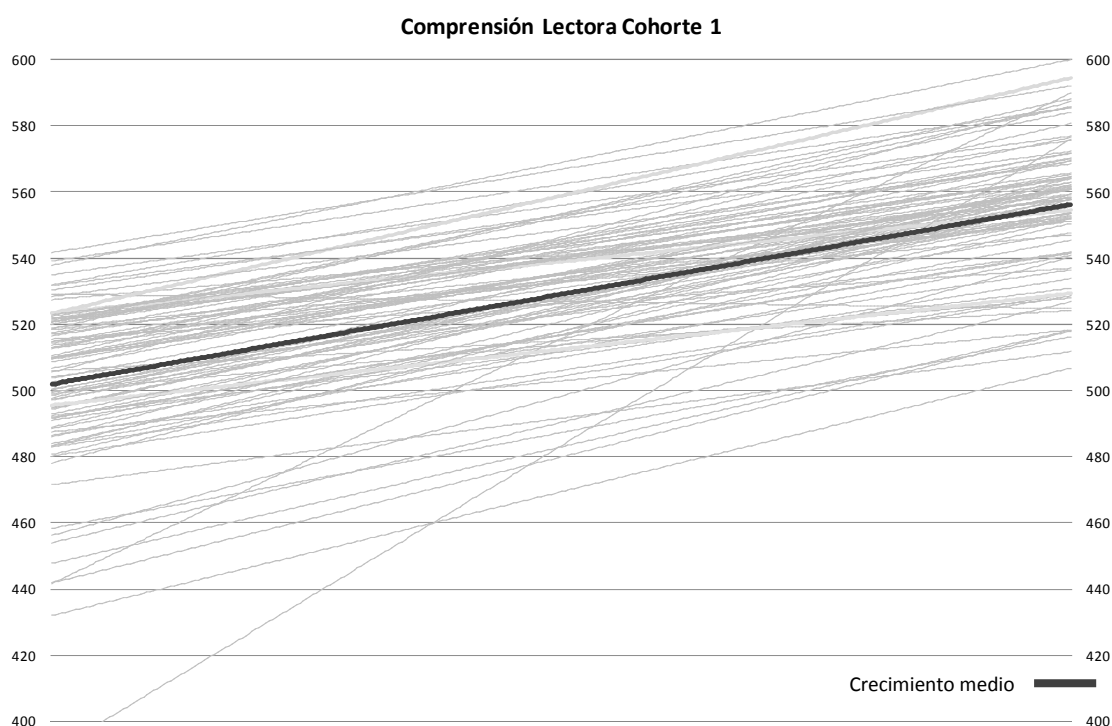


Figura 55: Representación del crecimiento lineal de las escuelas: CL 5º y 6º de Educación Primaria
Fuente: Elaboración propia

Con el propósito de finalizar la interpretación de los modelos de crecimiento básicos para las escuelas de 5º y 6º de Educación Primaria, la Figura 56 presenta simultáneamente los modelos lineales que han resultado significativos en la explicación del rendimiento de los alumnos en ambas materias. La representación de las dos funciones de crecimiento muestra cómo el rendimiento inicial medio está situado en torno a los 500 puntos tanto en matemáticas como en comprensión lectora. Sin embargo, las tasas de crecimiento a lo largo de las diferentes aplicaciones son más elevadas en comprensión lectora.

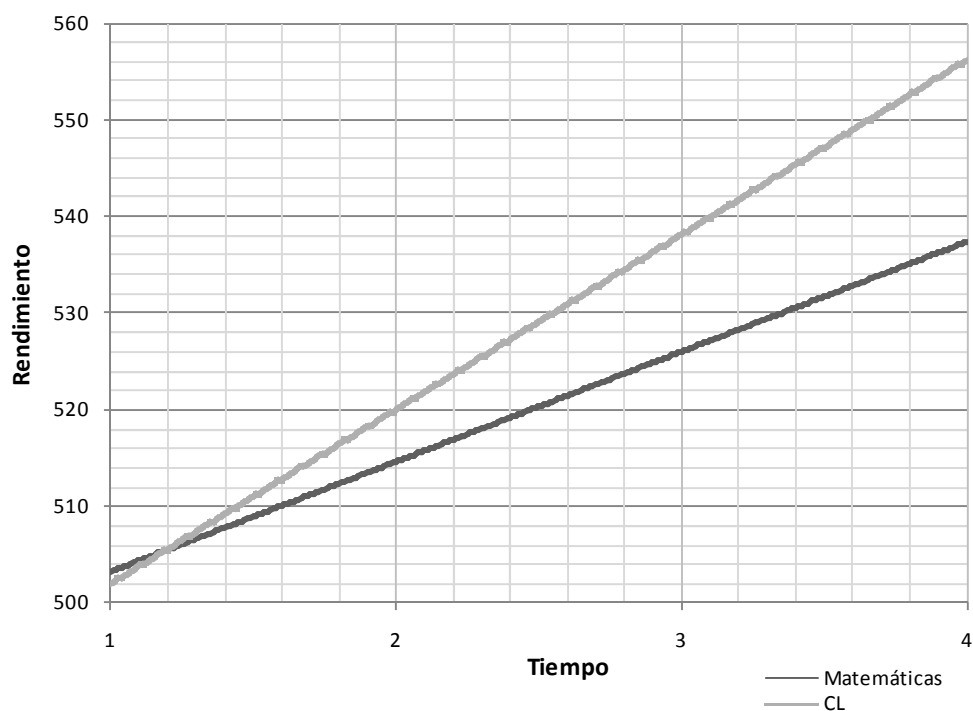


Figura 56: Modelos de crecimiento para 5º y 6º de Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia

5.1.2. Modelo básico de valor añadido: 1º y 2º de E.S.O.

La segunda cohorte a analizar ha estado compuesta por los alumnos de 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria (E.S.O.). En primer lugar, se presentan los modelos de valor añadido calculados para el área de matemáticas y, en un segundo momento, los resultados en comprensión lectora.

Considerando los modelos de crecimiento estimados para modelizar el rendimiento en matemáticas (Tabla 46) es posible observar cómo ambos modelos, el lineal y el cuadrático, han resultado significativos. En relación con el modelo de crecimiento lineal, la media de rendimiento para todas las escuelas en noviembre de 2005 fue de 523,810 puntos y el incremento por aplicación de 20,093 puntos. Los efectos aleatorios de este modelo informan de la existencia de varianza no explicada a lo largo de los diferentes niveles de análisis (tiempo, alumno y escuelas). En el tercer nivel este hecho implica que el rendimiento inicial y las tasas de crecimiento son significativamente diferentes entre las escuelas que componen la muestra. La relación entre el rendimiento inicial y sus tasas de crecimiento presenta valores de -122,157 para la covarianza y de -0,656 para la correlación.

		Modelo Nulo	Modelo Cuadrático
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	β_{00}	523,810 (4,789)	518,629 (4,734)
Tasas de crecimiento (término lineal)	β_{10}	20,093 (0,851)	35,604 (2,459)
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	β_{20}		-5,169 (0,705)
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	1633,007 (35,202)	1546,706 (33,563)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	4728,082 (183,207)	4788,158 (183,046)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	106,135 (15,115)	123,203 (14,960)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$	-624,318 (43,806)	-649,937 (43,680)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	1183,411 (252,309)	1137,654 (245,283)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	29,315 (7,876)	235,803 (60,157)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$	-122,157 (37,652)	-135,487 (38,030)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		17,509 (5,334)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		-60,285 (17,541)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		
Deviance		93209,93	93021,63
Número de parámetros		9	12
Diferencia de Desviances			-188,3
Diferencias de parámetros			3
Significatividad del modelo			1,42177E-40

Tabla 46: Modelo básico de valor añadido: Matemáticas: 1º y 2º de E.S.O.
Error estándar entre paréntesis

Prestando atención al modelo de crecimiento cuadrático, la media del logro en matemáticas en noviembre de 2005 fue de 518,629 puntos; la media de la tasa de crecimiento lineal para todas las escuelas presentó un valor de 35,604 puntos; y la desaceleración en el crecimiento general de las escuelas fue igual a -5,169 puntos. Respecto a los parámetros aleatorios, todos resultaron significativos, a excepción de la covarianza entre v_0 y v_2 . El Anexo 5 recoge las correlaciones entre los parámetros aleatorios de los modelos de crecimiento cuadrático. Así, la correlación entre el rendimiento inicial en matemáticas y la tasa de crecimiento lineal a lo largo del tiempo ha sido de -0,262. Esta relación imperfecta negativa indica que las escuelas con un rendimiento inicial superior a la media de la población tienden a presentar menores tasas de crecimiento que los centros educativos que partían con un nivel de logro académico inferior. Por otro lado, la correlación entre el término aleatorio asociado a

la tasa de crecimiento lineal y el relativo a la tasa de crecimiento cuadrático es igual a -0,938 e indica que las escuelas con altas tasas de crecimiento en las primeras evaluaciones tienden a experimentar una mayor desaceleración. Al igual que ocurría con la covarianza, la correlación entre v_0 y v_2 no ha resultado significativa.

La relación entre las diferencias en el rendimiento inicial y en la tasa de crecimiento de las escuelas respecto de los valores poblacionales está representada⁶³ en la Figura 57 para el modelo de crecimiento lineal y en la Figura 58 para el modelo de crecimiento cuadrático. En las dos ilustraciones se observa una relación negativa entre el rendimiento inicial en matemáticas y la tasa de crecimiento. Sin embargo, esta tendencia es más pronunciada en el modelo de crecimiento lineal.

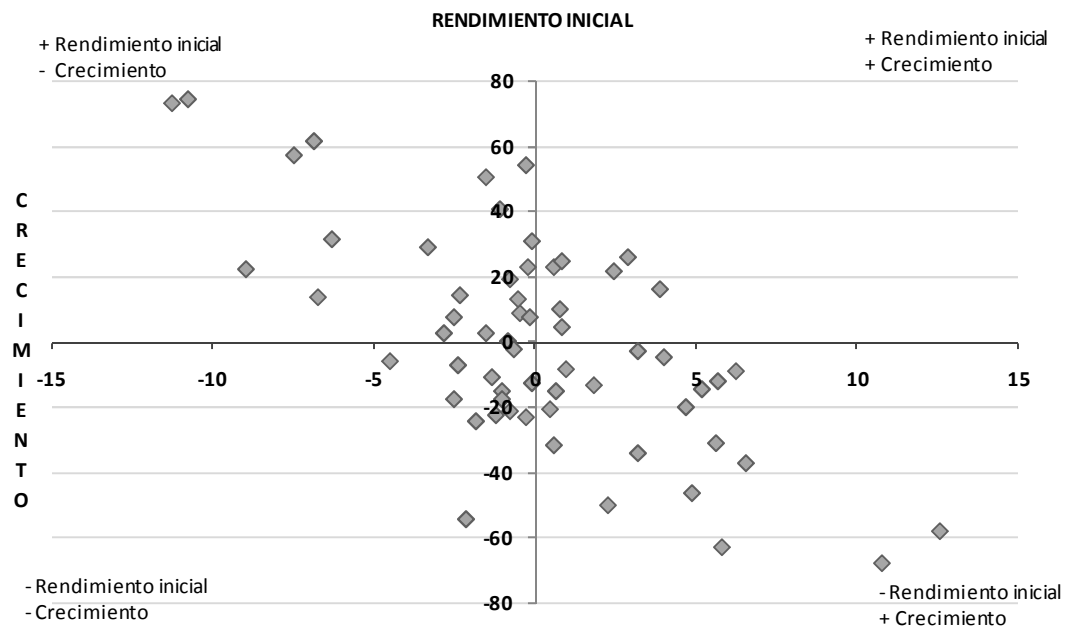


Figura 57: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento lineal: Matemáticas 1º y 2º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

⁶³ Téngase en cuenta que en ambos casos las tasas de crecimiento están calculadas bajo el supuesto de que $t-t_0=1$.

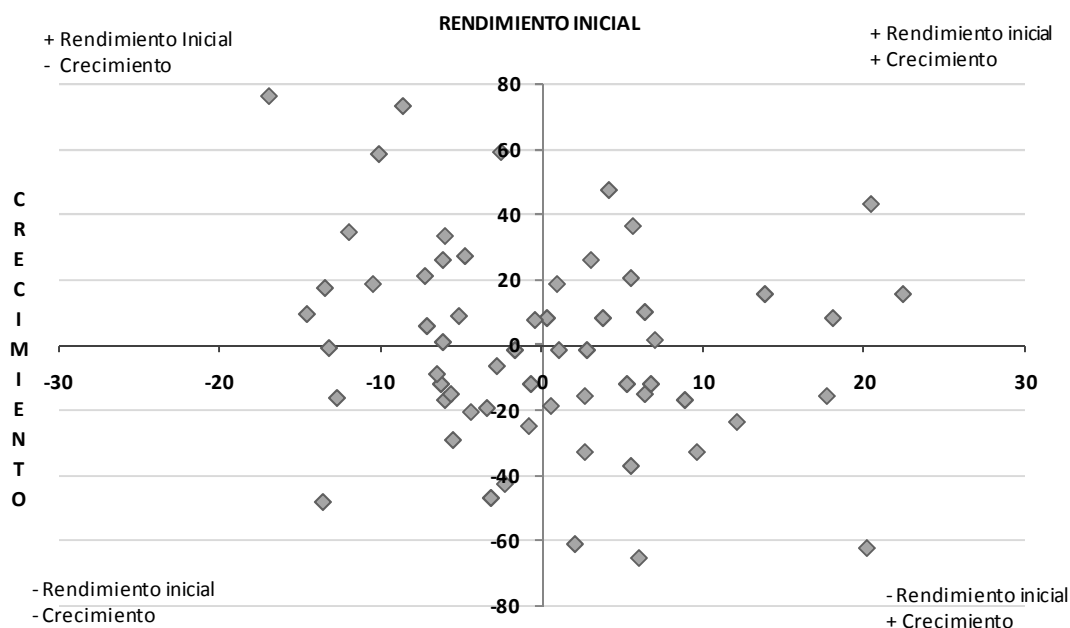


Figura 58: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento cuadrático: Matemáticas 1º y 2º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

Con el objetivo de decidir cuál de los dos modelos representa de manera más adecuada el progreso de los alumnos que forman parte de la muestra, es necesario comparar ambos modelos por medio de la prueba de razón de verosimilitud (likelihood ratio test). En este caso, la diferencia de las desviaciones⁶⁴ es 188,3, con tres grados de libertad, y su probabilidad asociada es igual a 0,000. Así, el modelo de crecimiento cuadrático es más completo y puede considerarse más adecuado para explicar el crecimiento en matemáticas de los alumnos de 1º y 2º de E.S.O.

La representación del crecimiento cuadrático de las escuelas a lo largo de las cuatro aplicaciones se recoge en la Figura 59. El análisis de las parábolas muestra una trayectoria lineal en las primeras aplicaciones con una desaceleración en la tasa de crecimiento en los últimos momentos temporales. Es importante señalar que la correlación negativa entre el crecimiento lineal y el crecimiento cuadrático se pone de manifiesto en el comportamiento de las diferentes unidades de análisis. Los centros educativos con una menor tasa de crecimiento son aquellos que muestran una

⁶⁴ Las diferencias en las desviaciones (-2 Log Likelihood) siguen una distribución de chi-cuadrado con grados de libertad igual al número de parámetros adicionales en el modelo más complejo.

desaceleración inferior y aquellas con una mayor tasa de crecimiento presentan una desaceleración superior.

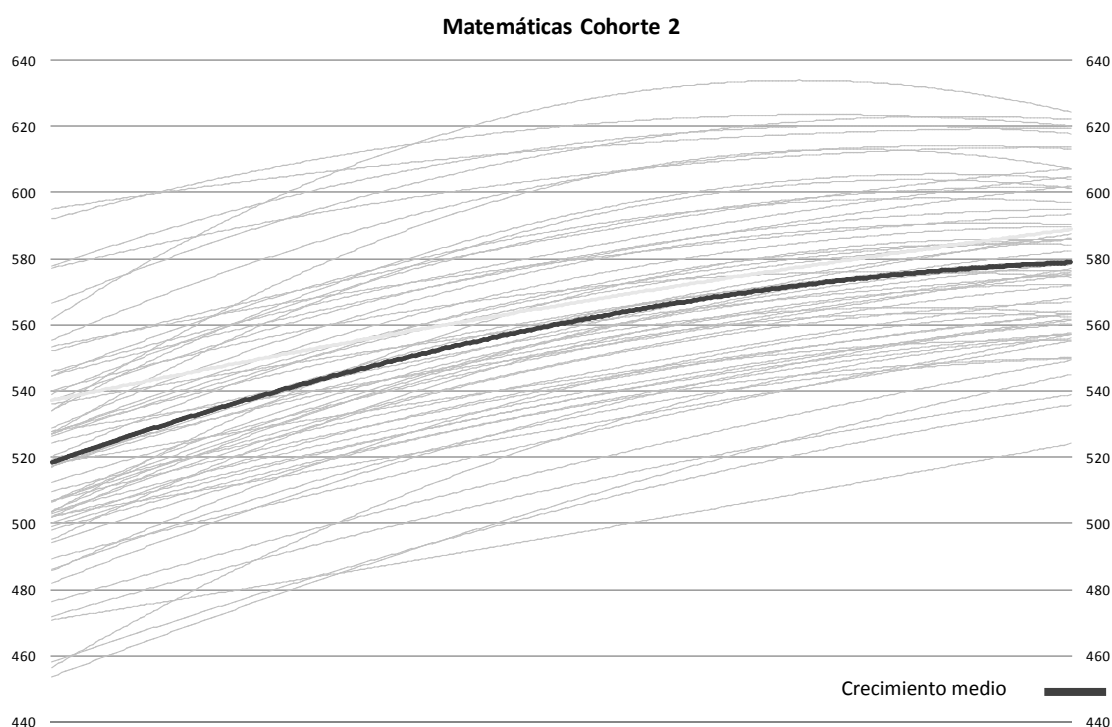


Figura 59: Representación del crecimiento cuadrático de las escuelas: Matemáticas 1º y 2º de la E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos por los alumnos de 1º y 2º de E.S.O. en comprensión lectora se recogen en la Tabla 47. En relación al modelo de crecimiento lineal, el rendimiento medio de todas las escuelas en noviembre de 2005 fue de 547,725 puntos y en Junio de 2006 fue de 564,748 puntos, así, el incremento por aplicación ha resultado igual a 17,023 puntos. Con referencia a los efectos aleatorios, se observa varianza no explicada en los tres niveles de análisis, aunque algunos de los parámetros no hayan resultado significativos. Este es el caso de $\sigma_{\mu_1}^2$, que refleja la varianza en las tasas de crecimiento de los alumnos, y de $\sigma_{\nu_0\nu_1}$, que muestra la relación entre el rendimiento inicial de las escuelas y sus tasas de crecimiento. Consecuentemente, el coeficiente de correlación entre ν_{0j} y ν_{1j} tampoco ha sido significativo. Haciendo referencia a los parámetros aleatorios de nivel 3, las varianzas asociadas al rendimiento inicial y a las tasas de crecimiento son significativas.

Prestando atención al modelo de crecimiento cuadrático, el rendimiento medio de los alumnos en Noviembre de 2005 fue de 553,384 puntos y la tasa de crecimiento cuadrático a lo largo del tiempo fue de 5,675 puntos. Por su parte, la tasa de crecimiento lineal no ha sido significativa. Analizando los parámetros aleatorios de este modelo se observa la existencia de varianza no explicada en los tres niveles. Considerando las varianzas de nivel 3, resulta significativa la variación entre las escuelas en su rendimiento inicial y en su tasa de crecimiento cuadrático.

		Modelo Nulo	Modelo Cuadrático
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	β_{00}	547,725 (3,917)	553,384 (3,911)
Tasas de crecimiento (término lineal)	β_{10}	17,023 (1,052)	
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	β_{20}		5,675 (0,296)
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	3366,075 (59,848)	3341,373 (59,405)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	3075,486 (166,086)	3426,681 (133,386)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$		
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$	114,781 (37,189)	
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	738,844 (166,186)	747,058 (166,022)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	44,082 (11,840)	
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$		
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		3,040 (0,932)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		
Deviance		96911,31	96859,73
Número de parámetros		7	6
Diferencia de Desviances			-51,58
Diferencias de parámetros			1
Significatividad del modelo			6,87383E-13

Tabla 47: Modelo básico de valor añadido: CL 1ª y 2ª de E.S.O.

* Parámetros no significativos

Error estándar entre paréntesis

La Figura 60 representa la relación entre V_{0j} y V_{1j} , con los resultados obtenidos en el modelo de crecimiento lineal, y la Figura 61 hace lo propio para el modelo de crecimiento cuadrático. En ambos casos, no se observa ningún tipo de relación entre el rendimiento inicial y las tasas de crecimiento. Así, las escuelas se

localizan indistintamente en los cuatro cuadrantes del plano sin evidenciar ningún tipo de tendencia.

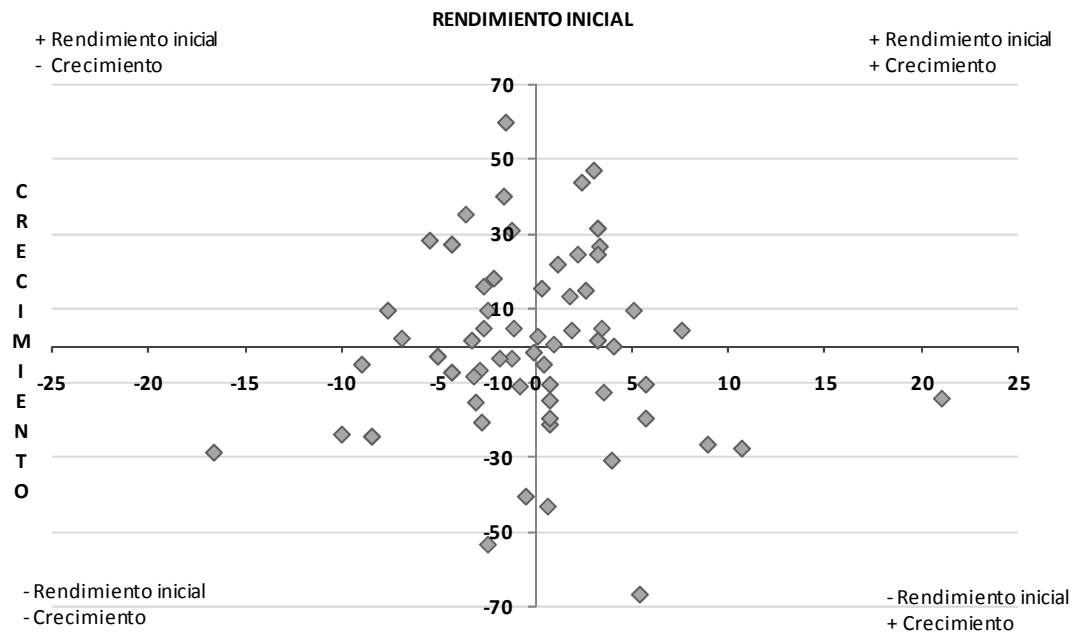


Figura 60: Relación entre el rendimiento inicial y las tasas de crecimiento lineal: RC 1º y 2º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

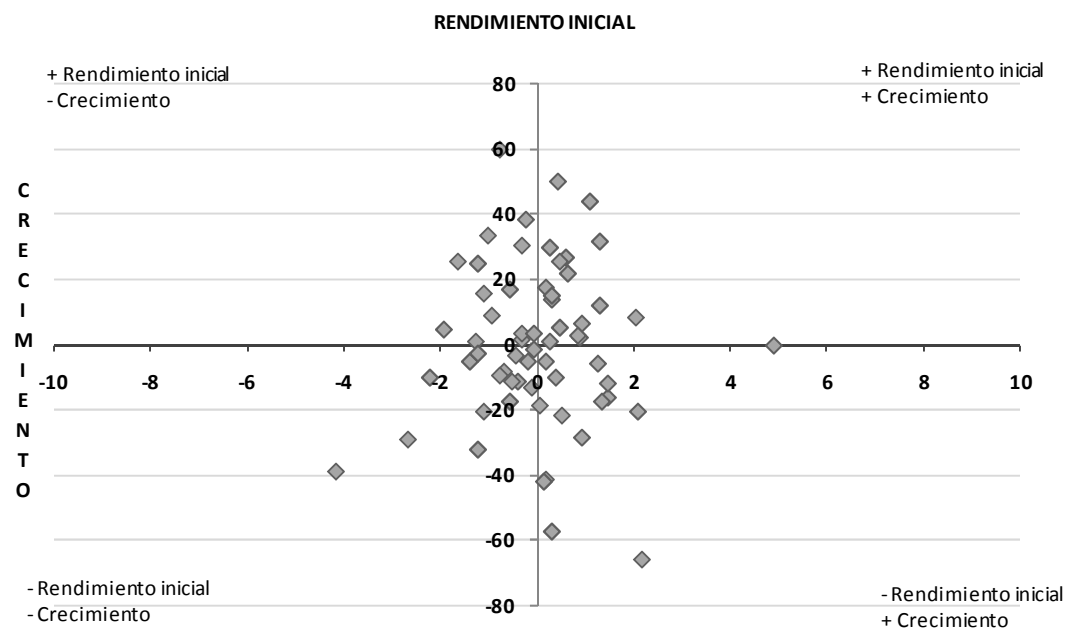


Figura 61: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento cuadrático: RC 1º y 2º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

Para analizar cuál de los dos modelos representa de manera más precisa el crecimiento en comprensión lectora de los alumnos que componen esta cohorte, se han comparado por medio de la prueba de razón de verosimilitud. La diferencia de las desviaciones es -51,58, con un grado de libertad, y su probabilidad asociada es igual a 0,000. Así, el modelo de crecimiento cuadrático es más completo y resulta más adecuado si se pretende explicar el crecimiento en comprensión lectora de los alumnos de 1º y 2º de E.S.O.

El comportamiento individual de cada una de las escuelas que componen la muestra puede observarse en la Figura 62 que representa la trayectoria de su crecimiento observado a lo largo del tiempo.

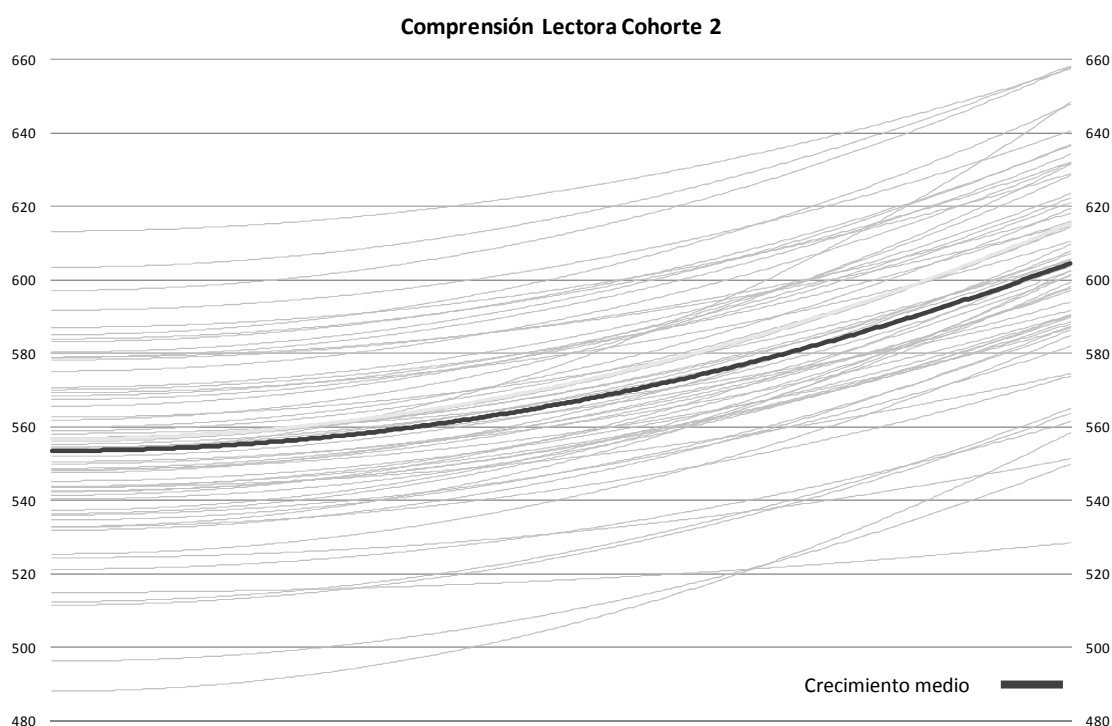


Figura 62: Representación del crecimiento cuadrático de las escuelas: CL 1º y 2º de la E.S.O
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Figura 63 presenta simultáneamente los modelos básicos de crecimiento para matemáticas y para comprensión lectora. El crecimiento en el rendimiento de los alumnos de 1º y 2º de la E.S.O. a lo largo del tiempo, responde a una función de crecimiento cuadrática en ambas materias.

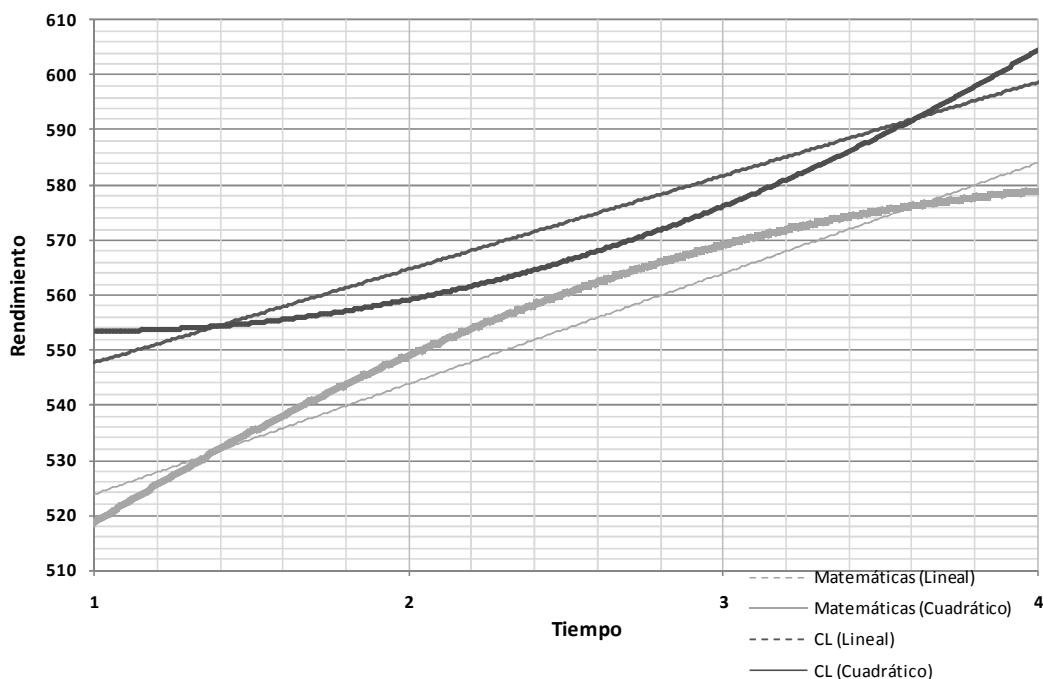


Figura 63: Modelos de crecimiento para 1º y 2º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

5.1.3. Modelo básico de valor añadido: 3º y 4º de E.S.O.

Manteniendo la estructura seguida para la presentación e interpretación de los resultados de las dos cohortes anteriores, en primer lugar se analizará el rendimiento en matemáticas obtenido por los alumnos de 3º y 4º de E.S.O. y, en segundo lugar, su rendimiento en comprensión lectora.

Los resultados para el área de matemáticas se recogen en la Tabla 48. Prestando atención al modelo de crecimiento lineal, el rendimiento medio para todas las escuelas en Noviembre de 2005 fue de 516,154 puntos y el incremento por aplicación de 27,889 puntos. La parte aleatoria del modelo informa de la existencia de varianza sin explicar en los tres niveles. Sin embargo, en el nivel 2 tan sólo resulta significativo el parámetro $\sigma_{\mu_0}^2$ que refleja la varianza asociada al rendimiento inicial de los alumnos. Por su parte, en el tercer nivel, es posible observar cómo la varianza relativa al estatus inicial y a las tasas de crecimiento de las escuelas es significativa. Del

mismo modo, la relación entre esos dos parámetros ha resultado significativa con valores de -456,505 para la covarianza ($\sigma_{v_0v_1}$) y de -0,744 para la correlación ($\hat{\rho}_{v_0v_1}$).

En el modelo de crecimiento cuadrático, el parámetro β_{2j} que cuantifica la curvatura en el crecimiento general de los centros educativos no es significativo.

		Modelo Nulo	Modelo Cuadrático
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	β_{00}	516,154 (5,957)	516,761 (6,625)
Tasas de crecimiento (término lineal)	β_{10}	27,889 (1,942)	26,117 (6,963)
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	β_{20}		0,517 (1,804)**
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_ε	2359,176 (45,573)	2208,727 (42,881)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	2151,345 (93,423)	2188,411 (93,320)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$		
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0\mu 1}$		
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	σ^2_{v0}	1896,886 (383,997)	2369,414 (473,508)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	σ^2_{v1}	198,559 (40,753)	2597,458 (527,485)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	σ_{v0v1}	-456,505 (109,266)	-1559,202 (415,158)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	σ^2_{v2}		167,413 (35,377)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	σ_{v1v2}		-650,768 (135,436)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	σ_{v0v2}		320,081 (102,059)
Deviance		79651,98	79359,13
Número de parámetros		7	11
Diferencia de Desviaciones			292,85
Diferencias de parámetros			4
Significatividad del modelo			Modelo no significativo

Tabla 48: Modelo básico de valor añadido: Matemáticas 3º y 4º de E.S.O.

* Parámetros no significativos

Error estándar entre paréntesis

La Figura 64, que representa la relación entre el rendimiento inicial (v_{0j}) y la tasa de crecimiento (v_{1j}), refleja cómo la mayor parte de las unidades están situadas sobre los cuadrantes II y IV, es decir, son en su mayoría escuelas con alto rendimiento inicial y baja tasa de crecimiento (cuadrante II) o escuelas con bajo rendimiento inicial y alta tasa de crecimiento (cuadrante IV). En este último cuadrante es posible observar

la presencia de outliers, en concreto, se observa la presencia de una escuela con muy bajo rendimiento inicial y una elevada tasa de crecimiento.

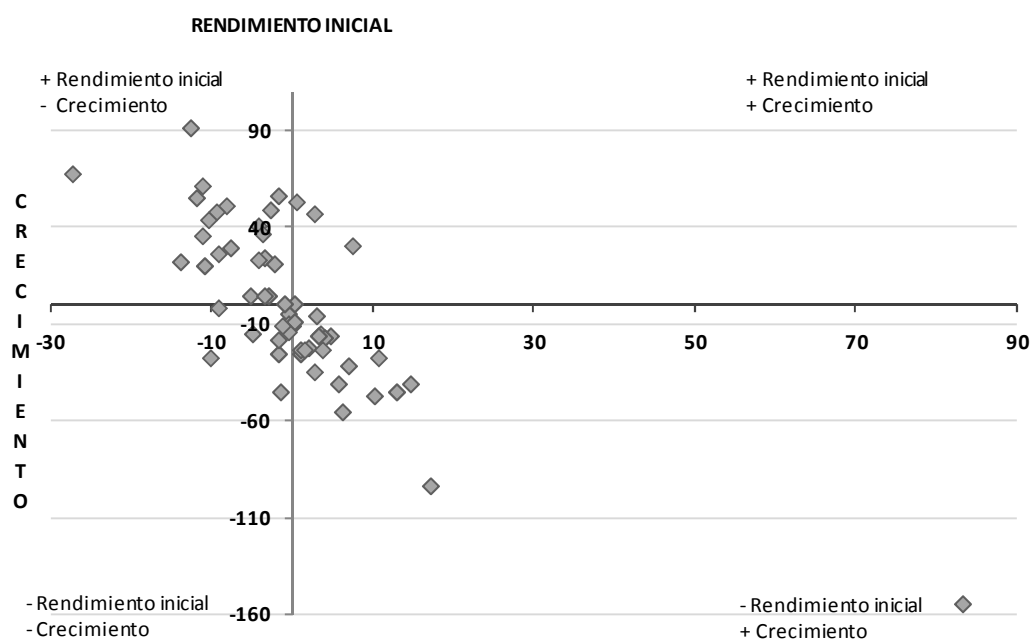


Figura 64: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento lineal: Matemáticas 3º y 4º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

El crecimiento individual de las escuelas a lo largo del tiempo puede ser observado en la Figura 65. En esta representación llama la atención la trayectoria de crecimiento que muestra la escuela a cuyo comportamiento "excepcional" se hacía referencia en el párrafo anterior.

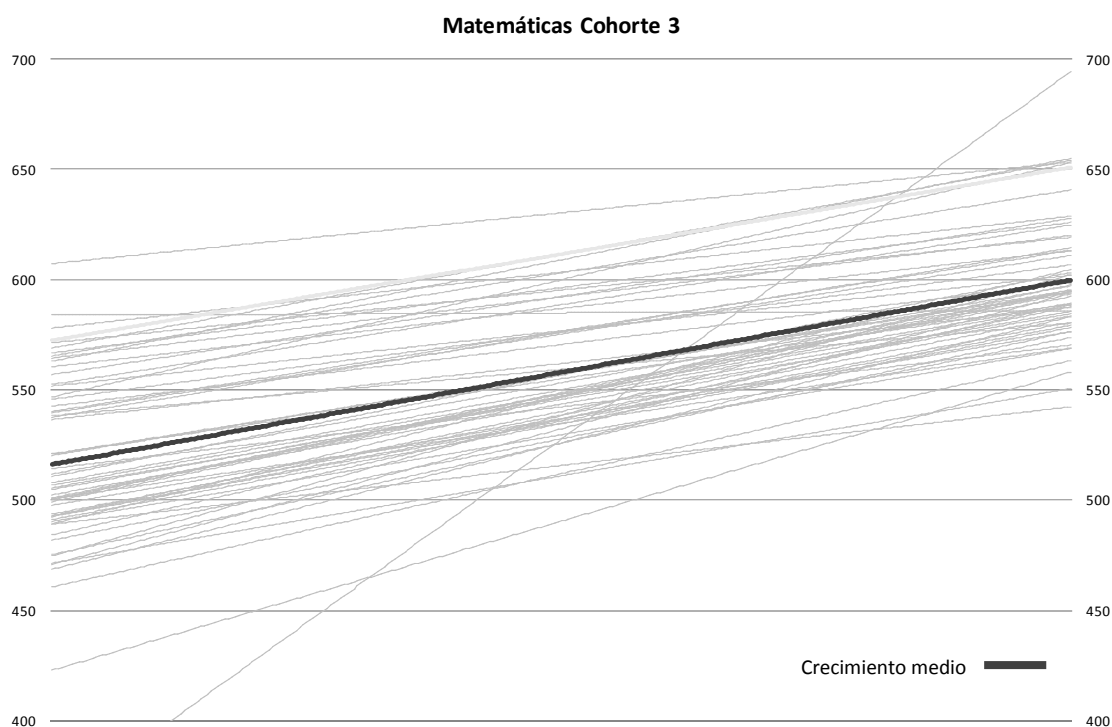


Figura 65: Representación del crecimiento lineal de las escuelas: Matemáticas 3º y 4º de la E.S.O
Fuente: Elaboración propia

Considerando los resultados en comprensión lectora para esta tercera cohorte (Tabla 49), es posible observar cómo los parámetros fijos en ambos modelos (lineal y cuadrático) han resultado significativos. En el modelo de crecimiento lineal, el rendimiento medio para todas las escuelas en noviembre de 2005 fue de 624,912 puntos y el incremento por aplicación de 8,484 puntos. Centrando el análisis en los efectos aleatorios del modelo, a excepción del parámetro σ_{μ_0, μ_1} en el nivel 2, los demás parámetros aleatorios son significativos. En el nivel 3, la covarianza entre el rendimiento inicial de las escuelas y su tasa de crecimiento es de -137,695 y el coeficiente de correlación entre ambos términos es igual a -0,506.

		Modelo Nulo	Modelo Cuadrático
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	β_{00}	624,912 (4,066)	620,877 (4,465)
Tasas de crecimiento (término lineal)	β_{10}	8,484 (1,449)	20,053 (3,756)
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	β_{20}		-3,860 (1,195)
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	2862,900 (60,346)	2760,175 (58,715)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	2622,652 (118,867)	2629,735 (118,579)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	72,232 (17,854)	84,004 (17,781)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$		
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	772,449 (176,433)	944,235 (213,543)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	95,967 (22,418)	556,903 (149,068)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$	-137,695 (49,754)	-447,623 (146,011)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		56,480 (15,103)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		-161,472 (45,635)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		105,429 (43,753)
Deviance		84951,6	84857,05
Número de parámetros		8	12
Diferencia de Desviancias			-94,55
Diferencias de parámetros			4
Significatividad del modelo			1,42053E-19

Tabla 49: Modelo básico de valor añadido: CL 3ª y 4ª de E.S.O.
Error estándar entre paréntesis

El modelo de crecimiento cuadrático muestra cómo la media en comprensión lectora en noviembre de 2005 fue de 620,877 puntos; la media de la tasa de crecimiento lineal de las escuelas de 20,053 puntos; y la desaceleración media presentó un valor de -3,860 puntos. Haciendo referencia a los parámetros aleatorios todos han resultado significativos a excepción de, en el nivel 2, la covarianza entre μ_0 y μ_1 . La correlación entre el rendimiento inicial medio para todas las escuelas y sus tasas de crecimiento en comprensión lectora presenta un valor de -0,617. Esta relación negativa implica que las escuelas con un mayor estatus inicial tienden a tener inferiores tasas de crecimiento, y viceversa. El coeficiente de correlación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento cuadrático tiene un valor de 0,457, así las escuelas con alto rendimiento inicial presentan una mayor desaceleración. Finalmente, la correlación entre la tasa de crecimiento lineal y la cuadrática es igual a -0,910 lo cual

indica que las escuelas con un mayor crecimiento sufren una desaceleración superior que las escuelas con inferiores tasas de crecimiento a lo largo del tiempo.

La relación entre las diferencias en el nivel de logro inicial de cada escuela con respecto al rendimiento inicial medio y las desviaciones en sus tasas de crecimiento se representa en la Figura 66 para el modelo de crecimiento lineal y en la Figura 67 para el modelo de crecimiento cuadrático.

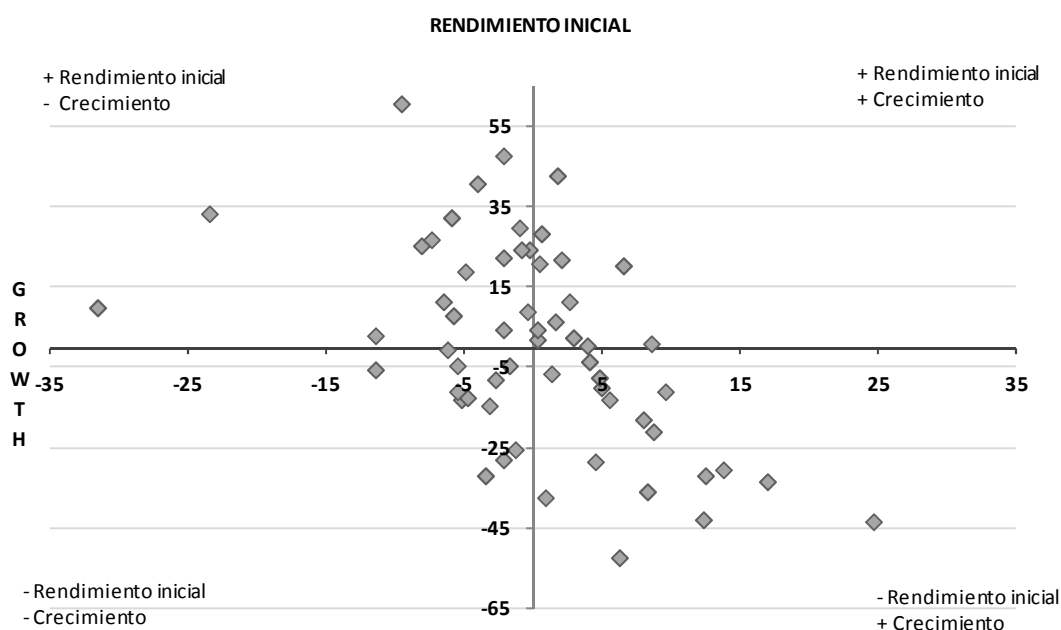


Figura 66: Relación entre el rendimiento inicial y las tasa de crecimiento lineal: RC 3º y 4º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

En los dos gráficos se observa una relación negativa entre el residuo asociado al rendimiento inicial en comprensión lectora y el valor añadido de las escuelas.

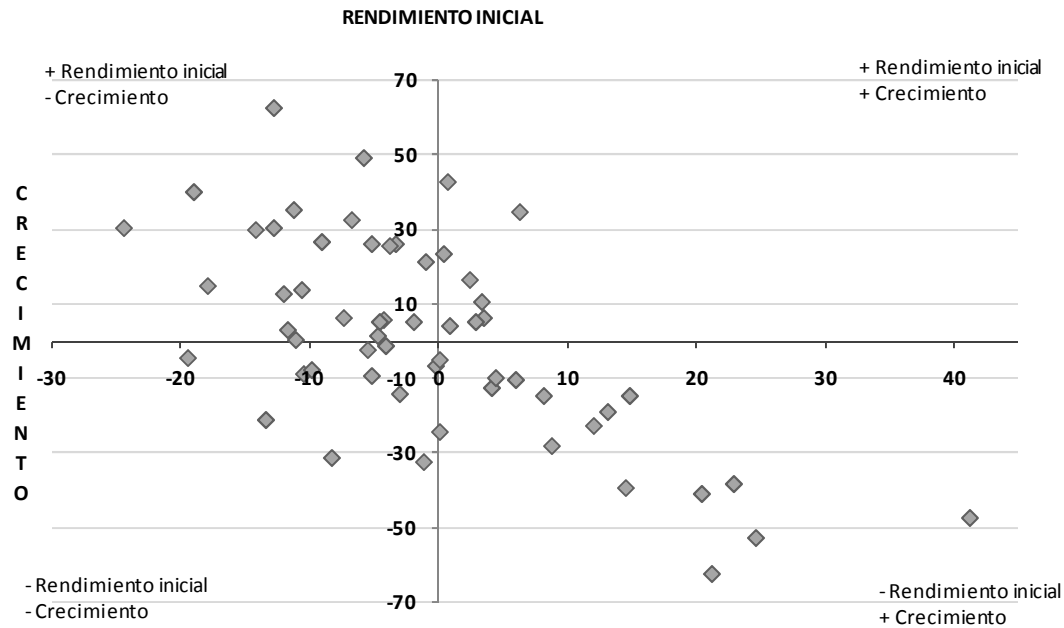


Figura 67: Relación entre el rendimiento inicial y la tasa de crecimiento cuadrático: RC 3º y 4º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

Con el objetivo de seleccionar cual de los dos modelos representa de una manera más fidedigna el rendimiento de los alumnos, se ha utilizado la prueba de razón de verosimilitud. La diferencia de desviaciones fue de 95,55, con una probabilidad asociada igual a 0,000. Así, el modelo de crecimiento cuadrático resulta más completo a la hora de explicar el crecimiento en comprensión lectora para esta cohorte.

El crecimiento cuadrático para las diferentes escuelas puede ser observado en la Figura 68. El análisis de las parábolas muestra una trayectoria lineal inicial, seguida de una desaceleración en las últimas aplicaciones. Es importante señalar que la correlación positiva entre ν_0 y ν_2 se refleja en una mayor desaceleración por parte de aquellas escuelas que presentaban un rendimiento inicial mayor. Del mismo modo, las escuelas con tasas de crecimiento inferiores muestran menor desaceleración y las escuelas con tasas de crecimiento superiores manifiestan una mayor desaceleración, lo cual es debido a la correlación negativa entre ν_1 y ν_2 .

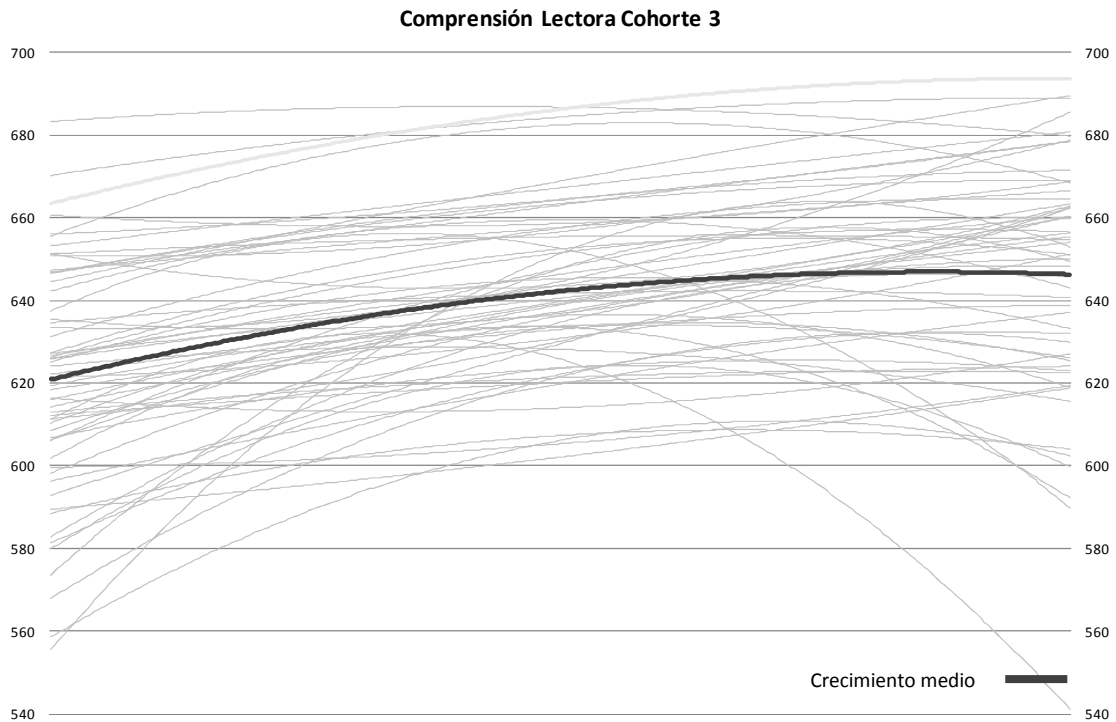


Figura 68: Representación del crecimiento cuadrático de las escuelas: RC 3º y 4º de la E.S.O
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Figura 69 presenta simultáneamente el modelo básico de crecimiento para matemáticas y para comprensión lectora. El rendimiento en matemáticas a lo largo del tiempo es modelizado por una función de crecimiento lineal mientras que el progreso en comprensión lectora es ajustado por un modelo de crecimiento cuadrático.

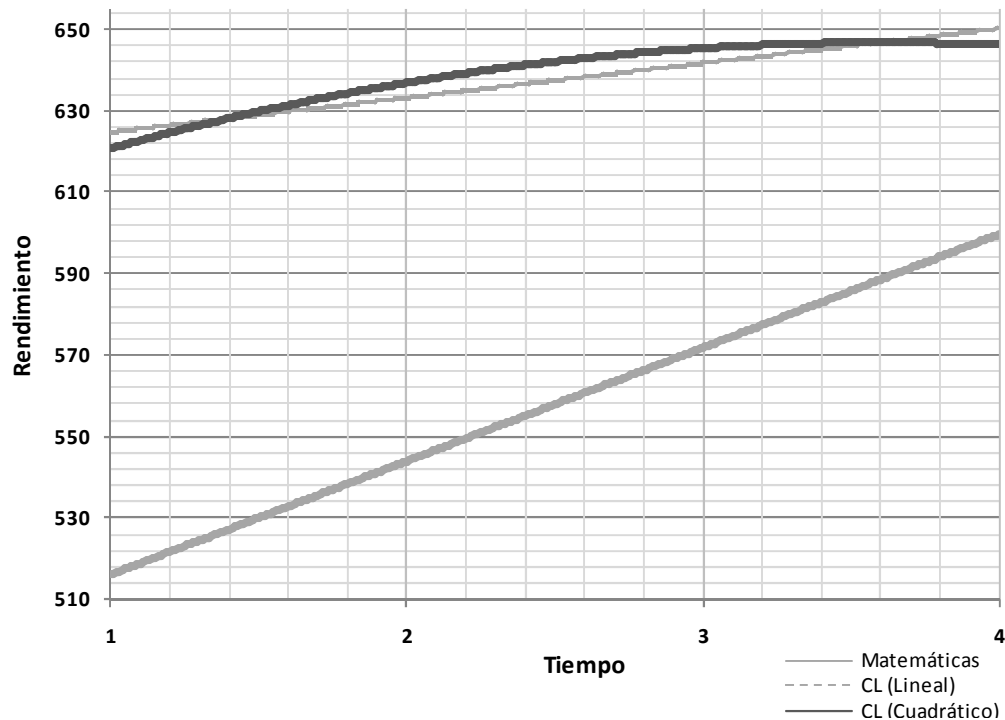


Figura 69: Modelos de crecimiento para 3º y 4º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

5.1.4. Elección del modelo básico de valor añadido más adecuado para cada cohorte analizada

Con el objetivo de concluir este apartado con los modelos de crecimiento que representan de manera más fidedigna la evolución del rendimiento de los alumnos a lo largo del tiempo, la Figura 70 y la Figura 71 resumen los modelos resultantes para las tres cohortes analizadas, en matemáticas y en comprensión lectora.

Estos modelos de valor añadido han constituido los modelos básicos a partir de los cuales se han construido los modelos contextualizados que incorporan las características individuales y familiares de los sujetos que componen la muestra y que se presentan en el siguiente apartado.

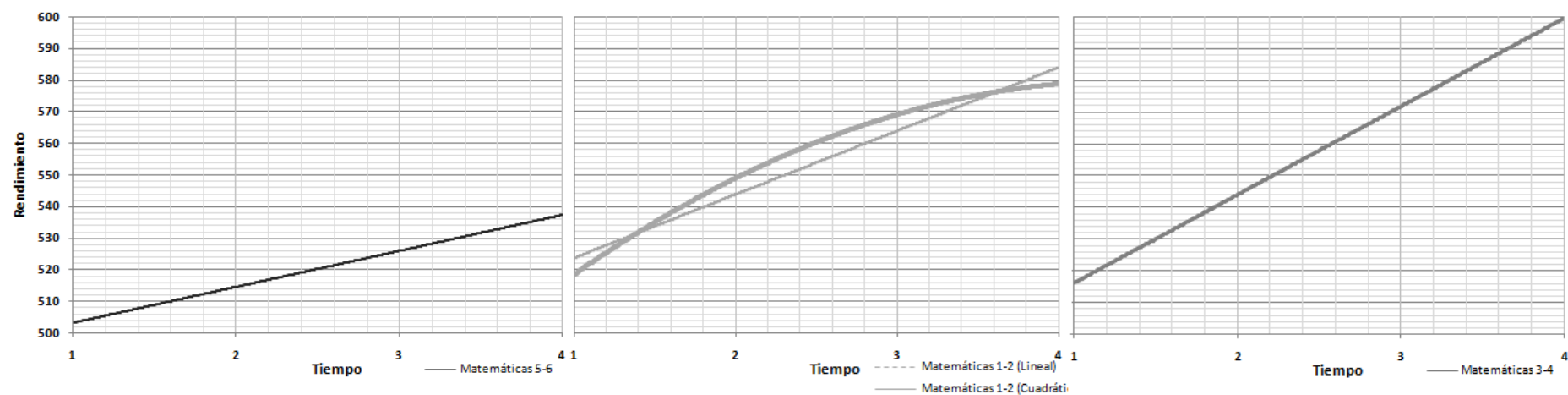


Figura 70: Modelos de crecimiento para matemáticas

Fuente: Elaboración propia

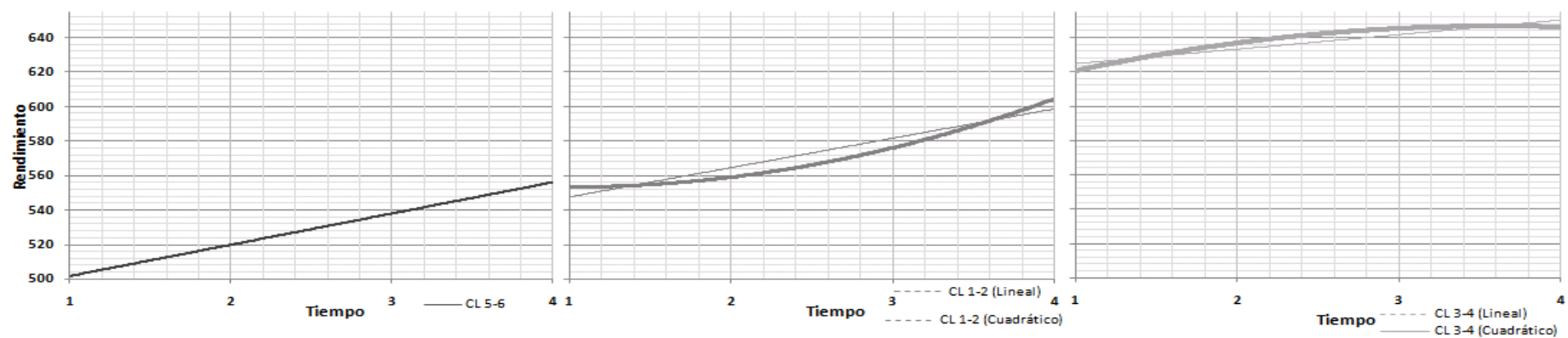


Figura 71: Modelos de crecimiento para comprensión lectora

Fuente: Elaboración propia

5.2. INTRODUCCIÓN DE LAS CARACTERÍSTICAS INDIVIDUALES Y FAMILIARES

Partiendo de los modelos básicos propuestos en el apartado anterior, se han construido los modelos de valor añadido contextualizados incorporando, para ello, las variables relativas a las características individuales y familiares de los sujetos que componen la muestra. Este tipo de modelos “ajustan los resultados por variables socioeconómicas y demográficas con el objeto de hacer más justas las comparaciones entre escuelas” (Martínez et al., 2009, p.17).

Como se puso de manifiesto en capítulos anteriores, no existe un acuerdo generalizado dentro de la literatura sobre la importancia de introducir este tipo de variables en los estudios de valor añadido. Mientras que de un lado se encuentran los autores que consideran que las medidas de valor añadido miden la ganancia de los alumnos desde su punto de partida y, por tanto, el control del estatus socioeconómico y otras características individuales que pueden influir en el post-test están ya reflejadas en el pre-test (Ballou et al., 2004; Ferrão, 2009); de otro se encuentra los autores que señalan que la inclusión de variables como el sexo o la condición de inmigrante de los alumnos, entre otras, se hace necesario cuando se persigue analizar el progresos de diferentes grupos de alumnos (Martínez Arias, 2009). Más acordes con esta última tendencia se presentan a continuación los resultados de los modelos contextualizados para las tres cohortes analizadas, en las dos materias evaluadas

La Ecuación 37 y la Ecuación 39, introducidas en el capítulo tres, representan, respectivamente, las funciones de crecimiento lineal y de crecimiento cuadrático, una vez que han sido introducidas estas covariables como predictores de nivel dos. Cabe señalar que ambas ecuaciones consideran que las características individuales y familiares de los sujetos no sólo influyen sobre el punto de partida y la tasa de crecimiento de las escuelas, sino que a su vez el efecto de estos predictores puede variar para cada una de las escuelas analizadas. Sin embargo, los diferentes modelos de valor añadido contextualizados que se han estimado, y cuyos resultados se presentan en este quinto capítulo, han considerado que el impacto de estos

predictores sobre el rendimiento previo y las tasas de crecimiento es similar para todas las escuelas y, por tanto, la ecuación de crecimiento lineal que se ha tomado como base ha sido:

$$\begin{aligned} y_{ij} = & \beta_{00} + \beta_{01}X_{1ij} + \beta_{02}X_{2ij} + \dots + \beta_{0n}X_{nij} + \\ & + \beta_{10}(t-t_0) + \beta_{11}(t-t_0)X_{1ij} + \beta_{12}(t-t_0)X_{2ij} + \dots + \beta_{1n}(t-t_0)X_{nij} + \\ & + \nu_{00j} + \nu_{10j}(t-t_0) + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t-t_0) + \varepsilon_{ij} \end{aligned} \quad (41)$$

Igualmente, la función de crecimiento cuadrático ha quedado definida como:

$$\begin{aligned} y_{ij} = & \beta_{00} + \beta_{01}X_{1ij} + \beta_{02}X_{2ij} + \dots + \beta_{0n}X_{nij} + \\ & + \beta_{10}(t-t_0) + \beta_{11}(t-t_0)X_{1ij} + \beta_{12}(t-t_0)X_{2ij} + \dots + \beta_{1n}(t-t_0)X_{nij} + \\ & + \beta_{20}(t-t_0)^2 + \beta_{21}(t-t_0)^2X_{1ij} + \beta_{22}(t-t_0)^2X_{2ij} + \dots + \beta_{2n}(t-t_0)^2X_{nij} + \\ & + \nu_{00j} + \nu_{10j}(t-t_0) + \nu_{20j}(t-t_0)^2 + \mu_{0ij} + \mu_{1ij}(t-t_0) + \mu_{2ij}(t-t_0)^2 + \varepsilon_{ij} \end{aligned} \quad (42)$$

5.2.1. Modelos de valor añadido contextualizados: 5º y 6º de Educación Primaria

Los modelos que mejor han representado la evolución del rendimiento en matemáticas y comprensión lectora de los alumnos de 5º y 6º de Educación Primaria se han caracterizado por seguir una función de crecimiento lineal. A partir de esos modelos básicos se ha procedido a introducir los factores individuales y familiares de los alumnos que componen esta primera cohorte.

Los modelos contextualizados resultantes son presentados en la Tabla 50. Considerando los resultados en matemáticas, la media en rendimiento para todas las escuelas en noviembre de 2005 fue de 490,148 puntos y el incremento medio por aplicación igual a 7,855 puntos. Para cada una de las escuelas que componen la muestra, su puntuación inicial y su tasa de crecimiento lineal ha tomado diferentes valores en función de las características familiares e individuales de sus alumnos.

Atendiendo al rendimiento inicial en matemáticas, éste ha variado entre las escuelas como consecuencia del efecto de los siguientes predictores: el rendimiento diferencial, la condición de inmigrante de primera generación, el poseer más de 100 libros en casa, el nivel educativo del padre, las aspiraciones educativas de los padres y

el tiempo dedicado a chatear. Para aquellos alumnos con un rendimiento en la primera aplicación superior a la media de la población, su puntuación inicial estimada aumenta 0,920 puntos por cada punto de rendimiento diferencial previo. En el caso de que su nivel de logro presentase valores inferiores a dicho valor poblacional su puntuación estimada para Noviembre de 2005 se ha visto disminuida en la misma proporción. Por su parte, el alumnado inmigrante de primera generación, es decir, el colectivo de sujetos que ha nacido fuera de España, ha presentado un rendimiento previo 4,197 puntos inferior al del resto de los alumnos. Una variable proxy del nivel cultural de los padres como es el número de libros que poseen en casa ha resultado ejercer un efecto positivo sobre el rendimiento inicial de los estudiantes en matemáticas, siendo el punto de partida de los alumnos que poseen más de 100 libros en casa 3,831 puntos superior respecto de los que no los tienen. Dos características de los padres que han resultado significativas en la explicación de los resultados previos en matemáticas han sido su nivel educativo y las aspiraciones que éstos tienen sobre el nivel educativo que alcanzarán sus hijos, incrementándose la puntuación estimada en noviembre de 2005 en 1,410 puntos por cada punto que crece el nivel educativo de los padres y en 2,486 puntos cuando lo hacen sus aspiraciones académicas.

Considerando las tasas de crecimiento de los alumnos, éstas han diferido en función de su rendimiento diferencial y de sus aspiraciones educativas. El crecimiento a lo largo del tiempo de los sujetos que presentaban un nivel de logro previo superior a la media de la población es 0,198 puntos inferior por cada puntuación diferencial. Del mismo modo, para aquellos alumnos cuyo rendimiento inicial fue inferior a los valores poblacionales su tasa de crecimiento es 0,198 puntos superior. Finalmente, se ha observado cómo a medida que se elevan las aspiraciones educativas de los alumnos su tasa de crecimiento experimenta un aumento de 1,214 puntos, es decir, el crecimiento a lo largo del tiempo es mayor para los alumnos con altas expectativas académicas.

El rendimiento medio en comprensión lectora para el conjunto de las escuelas que componen esta cohorte fue de 479,994 puntos en noviembre de 2005 y la tasa de crecimiento lineal observada ha sido igual a 15,633 puntos. No obstante, estos valores

han variado entre las escuelas en función de las características de los sujetos que componen la muestra.

El rendimiento inicial en noviembre de 2005 ha experimentado diferencias entre los estudiantes en función de los siguientes factores individuales y familiares: el rendimiento diferencial, la condición de inmigrante, el nivel educativo del padre, las aspiraciones educativas del alumno, las aspiraciones educativas de los padres y el tiempo dedicado a leer. La puntuación de los sujetos que en noviembre de 2005 presentaban resultados superiores a la media de la población es 0,855 puntos superior por cada puntuación diferencial previa, mientras que el rendimiento estimado para los sujetos con valores iniciales inferiores disminuye en la misma magnitud. Del mismo modo que ocurría en el área de matemáticas, el hecho de no haber nacido en España tendrá un efecto negativo sobre el punto de partida de los sujetos. El rendimiento previo en comprensión lectora del alumnado inmigrante de primera generación ha sido 9,299 puntos menor que el de los alumnos nativos, bien éstos sean no inmigrantes o inmigrantes de segunda generación. La influencia de las características de los padres sobre los resultados que obtienen sus hijos se vuelve a poner de manifiesto en las variables “nivel educativo del padre” y “aspiraciones educativas de los padres”. En ambos casos, el rendimiento inicial de los alumnos aumenta a medida que lo hacen el nivel educativo o las aspiraciones educativas que poseen sus progenitores. De manera similar, unas altas expectativas académicas por parte de los alumnos tienen una repercusión positiva sobre su rendimiento previo, siendo el incremento de 2,883 puntos por cada nivel que aumentan sus aspiraciones educativas. Finalmente, otra variable que produce variaciones en el rendimiento previo de los sujetos es el tiempo que dedican a leer, siendo el incremento de 2,298 puntos por, aproximadamente, cada hora destinada a esta actividad.

		Matemáticas	Comprensión Lectora
Efectos Fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	$\beta_{0.0}$	490,148 (2,962)	479,994 (3,990)
Tasas de crecimiento (término lineal)	$\beta_{1.0}$	7,855 (1,510)	15,633 (1,159)
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005)	$\beta_{0.1}$	0,920 (0,008)	0,855 (0,011)
Sexo	$\beta_{0.2}$		
Condición de inmigrante (Primera generación)	$\beta_{0.3}$	- 4,197 (2,009)	- 9,299 (2,557)
Condición de inmigrante (Segunda generación)	$\beta_{0.4}$		
Más de 100 libros en casa	$\beta_{0.6}$	3,831 (1,293)	
Conexión a internet	$\beta_{0.7}$		
Nivel educativo del padre	$\beta_{0.8}$	1,410 (0,407)	1,779 (0,512)
Nivel educativo de la madre	$\beta_{0.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno)	$\beta_{0.10}$		2,173 (1,038)
Aspiraciones educativas (Padres)	$\beta_{0.11}$	2,486 (0,637)	2,883 (0,855)
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora)	$\beta_{0.12}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	$\beta_{0.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	$\beta_{0.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	$\beta_{0.15}$		
Tiempo dedicado a leer	$\beta_{0.16}$		2,298 (0,774)
Tiempo dedicado a chatear	$\beta_{0.17}$	- 2,352 (0,596)	
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.1}$	- 0,198 (0,005)	- 0,134 (0,008)
Sexo* ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.2}$		4,013 (1,021)
Condición de inmigrante (Primera generación) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.4}$		
Más de 100 libros en casa * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.6}$		
Conexión a internet * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.7}$		
Nivel educativo del padre * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.8}$		
Nivel educativo de la madre * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.10}$	1,214 (0,507)	
Aspiraciones educativas (Padres) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.11}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora)* ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.12}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)* ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)* ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)* ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.15}$		
Tiempo dedicado a leer * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.16}$		
Tiempo dedicado a chatear * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.17}$		
Efectos Aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	1325,693 (24,582)	2186,265(39,896)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$		
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	146,200 (8,106)	325,017 (15,821)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$		
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	63,320 (14,854)	
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	18,033 (5,197)	59,014 (12,435)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$		
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		
Deviance		80535,09	86673,48
Número de Parámetros		14	13
Diferencia de Desviancias		37376,51	36516,32
Diferencia de Parámetros		5	5
Probabilidad Asociada		0,0000	0,0000

Tabla 50: Modelos de valor añadido contextualizados para 5º y 6 de Educación Primaria
Error Típico entre paréntesis

El crecimiento en el rendimiento de los alumnos a lo largo del tiempo ha variado entre los sujetos que presentaban diferente rendimiento diferencial y distinto género. Los alumnos con una puntuación previa superior a la media de la población han experimentado un crecimiento 0,134 puntos inferior por cada puntuación diferencial. El caso contrario, se ha evidenciado para los alumnos con un rendimiento inicial inferior, ya que su tasa de crecimiento ha sido 0,134 puntos superior por cada puntuación diferencial. Finalmente, la tasa de crecimiento en comprensión lectora de las chicas ha sido 4,013 puntos superior a la de los chicos.

En relación a la parte aleatoria de los modelos, es posible observar diferencias respecto a los modelos básicos tanto en los parámetros que han resultado significativos como en los valores de los mismos. No obstante, el análisis de la varianza explicada y no explicada de los diferentes modelos será abordado en el próximo apartado.

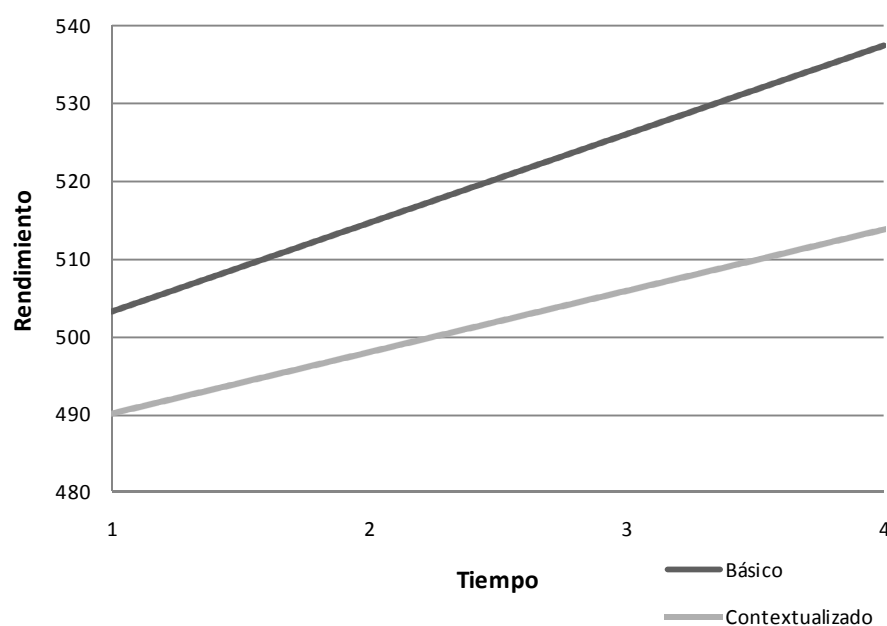


Figura 72: Funciones de crecimiento básica y contextualizada: Matemáticas 5º y 6º de Educación Primaria

Fuente: Elaboración propia

La Figura 72 incorpora la función de crecimiento básica y contextualizada para los alumnos de 5º y 6º de Educación Primaria en el área de matemáticas. En esta representación se puede observar cómo la introducción de las características

individuales y familiares ha producido variaciones en rendimiento inicial y la tasa de crecimiento estimada para el conjunto de las escuelas. De esta forma, la media en matemáticas estimada para todas las escuelas que componen la muestra en Noviembre de 2005 es aproximadamente 13 puntos inferior cuando se consideran dichas variables. Del mismo modo, la tasa de crecimiento medio experimentado por el conjunto de los centros educativos es ligeramente inferior al introducir los predictores de segundo nivel.

Esta misma tendencia puede observarse en la Figura 73 que recoge ambos modelos de crecimiento para el área de comprensión lectora. En este caso el rendimiento inicial medio en el modelo básico presentaba un valor superior al del modelo contextualizado, siendo la diferencia cercana a los 20 puntos. El incremento por aplicación en ambos modelos presenta valores ligeramente inferiores en el caso del modelo contextualizado, siendo la tasa de crecimiento de 18,109 puntos para el modelo básico y de 15,633 puntos para el contextualizado, hecho que se pone de manifiesto en la representación gráfica donde el crecimiento de ambas rectas sigue una trayectoria similar, aunque con una inclinación superior en el modelo básico.

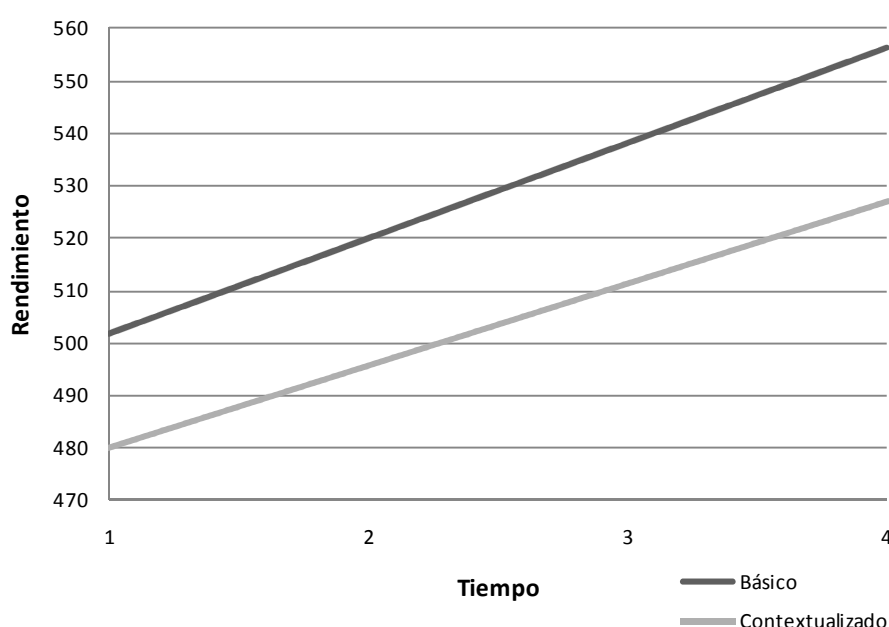


Figura 73: Funciones de crecimiento básica y contextualizada: CL 5º y 6º de Educación Primaria
Fuente: Elaboración propia

El crecimiento medio de cada una de las escuelas y las medidas de valor añadido estimadas para dos de los momentos temporales ($T=1$ y $T=2$) se han

representado en la Figura 74 para el área de matemáticas y en la Figura 75 para el área de comprensión lectora. Considerando que el valor añadido ha sido definido como la diferencia entre el crecimiento observado para una escuela y su crecimiento esperado, las escuelas con una tasa de crecimiento superior a β_{10} presentarán un valor añadido positivo, mientras que las escuelas con un crecimiento a lo largo del tiempo inferior a ese valor tendrán un valor añadido negativo. El Anexo 6 muestra las medidas de valor añadido calculada para todas las escuelas en junio de 2006 (T_1), noviembre de 2006 (T_2) y junio de 2007 (T_3), junto con el crecimiento experimentado por las mismas.

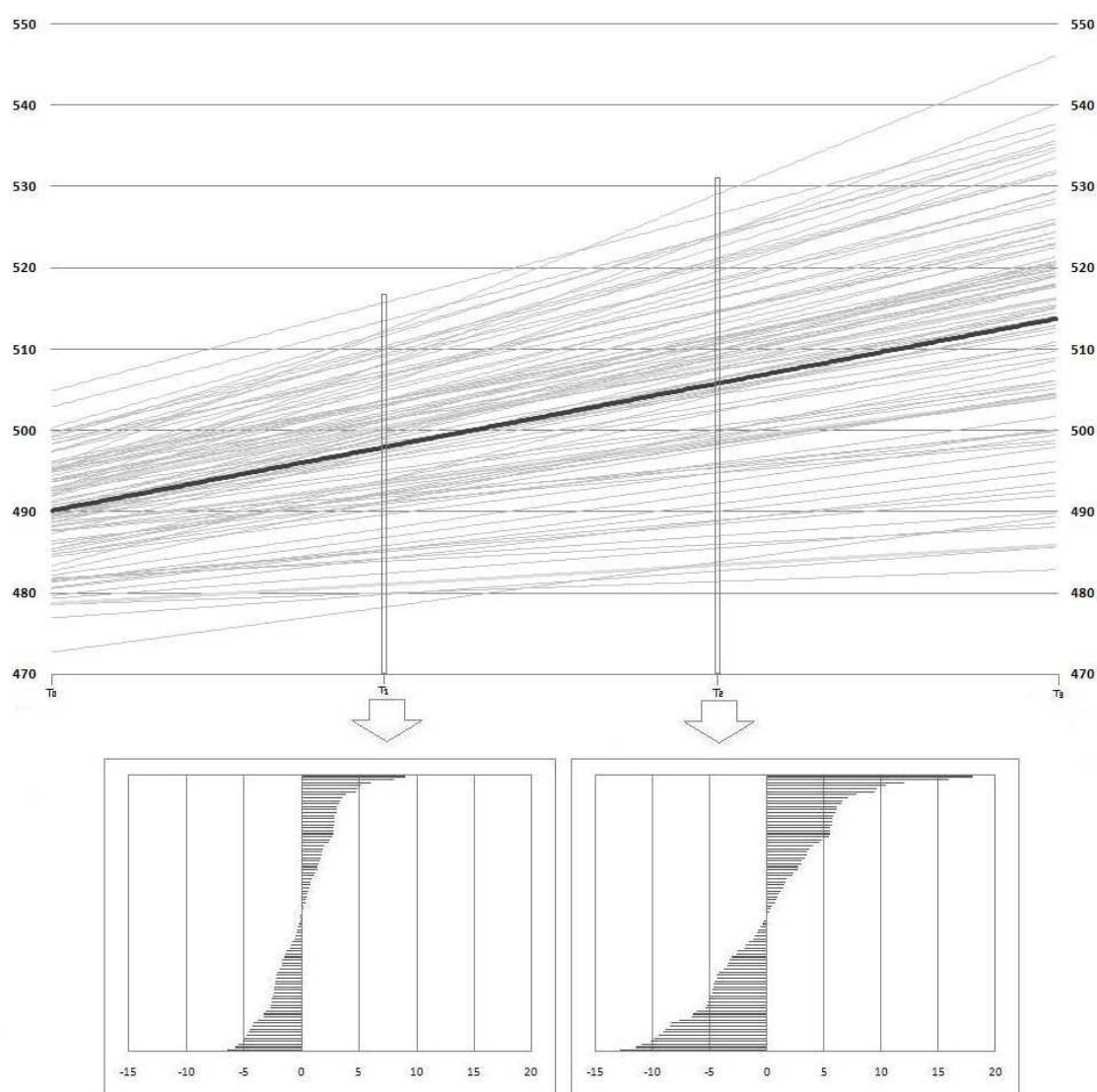


Figura 74: Crecimiento de las escuelas a lo largo del tiempo: Matemáticas 5º y 6º de Educación Primaria
Fuente: Elaboración propia

Respecto al rendimiento medio de las escuelas en la primera aplicación es posible observar cómo en el área de matemáticas existe variación en el intercepto de las escuelas, por lo que, una vez controladas las características individuales de los alumnos, los centros educativos siguen mostrando diferentes niveles de partida. Por el contrario, en el caso de comprensión lectora las diferencias iniciales entre las escuelas no han resultado significativas. En ambos casos, las funciones muestran un crecimiento diferencial para cada una de las escuelas lo cual resulta de vital relevancia para el cálculo del valor añadido, de acuerdo con el planteamiento que se ha defendido a lo largo de este trabajo.

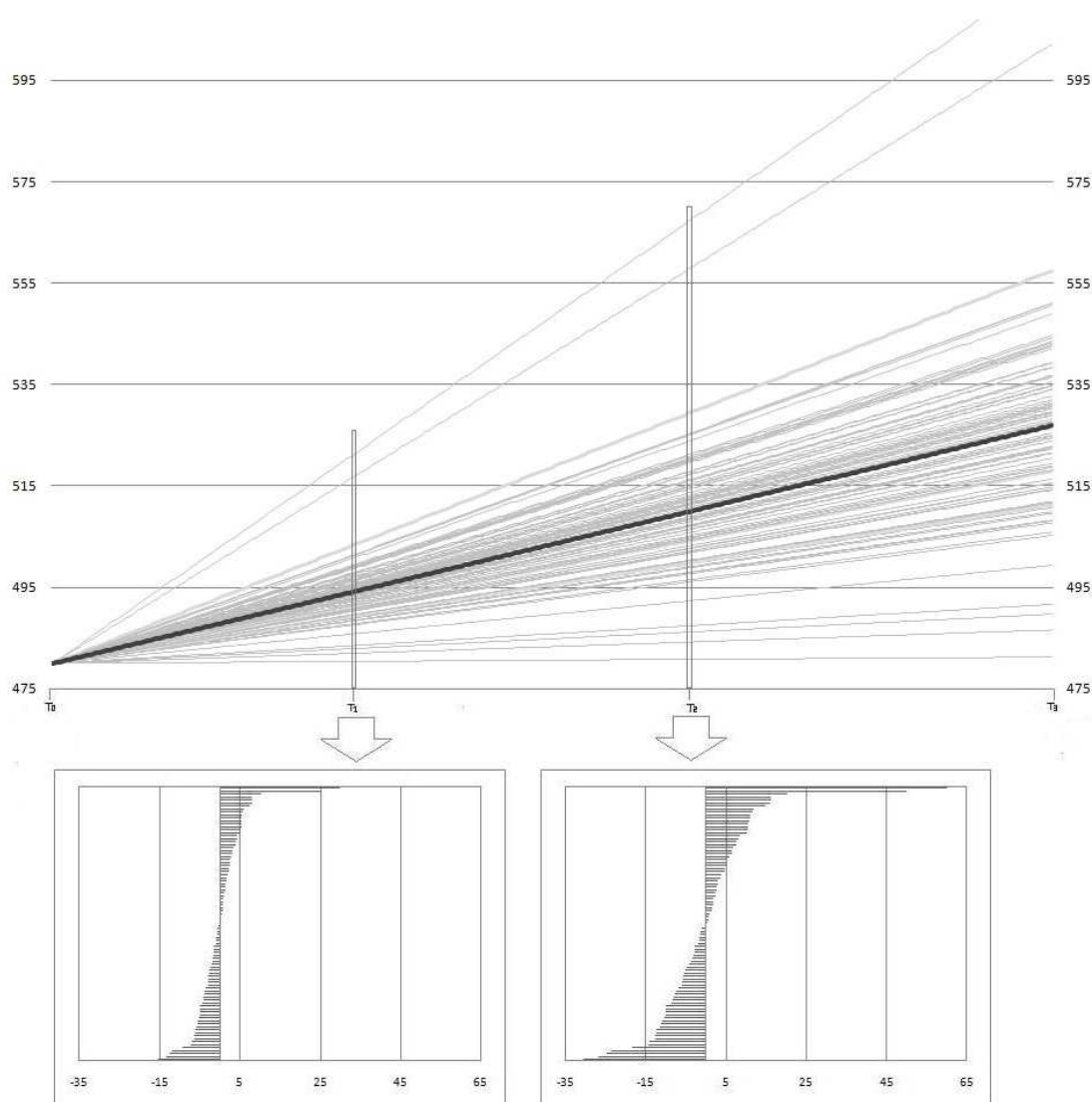


Figura 75: Crecimiento de las escuelas a lo largo del tiempo: CL 5º y 6º de Educación Primaria
Fuente: Elaboración propia

5.2.2. Modelos de valor añadido contextualizados: 1º y 2º de E.S.O.

Tomando como base los modelos básicos de valor añadido calculados para modelizar el crecimiento en el rendimiento de los alumnos de 1º y 2º de E.S.O. se han construido los modelos contextualizados de valor añadido que se presentan en la Tabla 51.

A la luz de los resultados obtenidos es posible observar cómo el logro medio en matemáticas para el conjunto de las escuelas en la primera aplicación ha sido de 508,101 puntos; la tasa media de crecimiento ha presentado un valor de 29,311 puntos; y la desaceleración en el crecimiento general ha resultado igual a 5,333 puntos.

A pesar de esos parámetros estimados para el conjunto de los centros educativos que componen la muestra, el rendimiento inicial y el crecimiento experimentado por cada uno de ellos a lo largo del tiempo ha variado en función de las características individuales y familiares de sus alumnos. De esta forma, la puntuación estimada para cada uno de los sujetos en noviembre de 2005 ha dependido de las siguientes variables: el rendimiento diferencial, el poseer más de 100 libros en casa, el nivel educativo del padre, las aspiraciones educativas de los alumnos, el tiempo dedicado a leer y el tiempo dedicado a chatear. El logro en matemáticas en la primera aplicación se ha visto incrementado en 0,928 puntos por cada puntuación diferencial positiva, es decir, por cada punto que el rendimiento observado en el sujeto en noviembre de 2005 superase a la media de la población. Por su parte, los sujetos con una puntuación diferencial negativa han visto disminuido su rendimiento previo en la misma magnitud. Los recursos educativos que poseen las familias en el hogar han vuelto a resultar predictores del logro en matemáticas, de esta forma, la puntuación inicial de los alumnos que poseen más de 100 libros en casa es 4,815 puntos superior que la del resto de sus compañeros. Una característica de los padres que influye de manera positiva sobre los resultados de sus hijos es el nivel educativo. Así, el rendimiento inicial de los estudiantes en matemáticas incrementa en 1,020 puntos a medida que lo hace el nivel educativo de su padre.

		Matemáticas	Comprensión Lectora
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	$\beta_{0.0}$	508,101 (3,057)	500,643 (5,531)
Tasas de crecimiento (término lineal)	$\beta_{1.0}$	29,311 (3,212)	
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	$\beta_{2.0}$	-5,333 (0,793)	5,902 (0,344)
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005)	$\beta_{0.1}$	0,928 (0,009)	0,730 (0,016)
Sexo	$\beta_{0.2}$		5,272 (2,063)
Condición de inmigrante (Primera generación)	$\beta_{0.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación)	$\beta_{0.4}$		
Más de 100 libros en casa	$\beta_{0.6}$	4,815 (1,497)	10,405 (2,565)
Conexión a internet	$\beta_{0.7}$		
Nivel educativo del padre	$\beta_{0.8}$	1,020 (0,474)	2,061 (0,838)
Nivel educativo de la madre	$\beta_{0.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno)	$\beta_{0.10}$	2,440 (0,968)	3,782 (1,513)
Aspiraciones educativas (Padres)	$\beta_{0.11}$		5,661 (1,320)
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora)	$\beta_{0.12}$		10,255 (2,481)
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	$\beta_{0.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	$\beta_{0.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	$\beta_{0.15}$		
Tiempo dedicado a leer	$\beta_{0.16}$	2,248 (0,624)	5,313 (1,084)
Tiempo dedicado a chatear	$\beta_{0.17}$	-2,275 (0,554)	
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.1}$	-0,182 (0,006)	
Sexo * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.2}$		
Condición de inmigrante (Primera generación) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.4}$		
Más de 100 libros en casa * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.6}$		
Conexión a internet * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.7}$		
Nivel educativo del padre * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.8}$		
Nivel educativo de la madre * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.10}$	2,285 (0,662)	
Aspiraciones educativas (Padres) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.11}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.12}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas) * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.15}$		
Tiempo dedicado a leer * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.16}$		
Tiempo dedicado a chatear * ($T_1 - T_0$)	$\beta_{1.17}$		
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.1}$		-0,033 (0,003)
Sexo * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.2}$		
Condición de inmigrante (Primera generación) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.4}$		
Más de 100 libros en casa * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.6}$		
Conexión a internet * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.7}$		
Nivel educativo del padre * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.8}$		
Nivel educativo de la madre * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.10}$		
Aspiraciones educativas (Padres) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.11}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.12}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas) * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.15}$		
Tiempo dedicado a leer * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.16}$		
Tiempo dedicado a chatear * ($T_1 - T_0$) ²	$\beta_{2.17}$		-0,384 (0,161)

Tabla 51: Modelos de valor añadido contextualizados para 1º y 2º de E.S.O.

Error Típico entre paréntesis

		Matemáticas	Comprensión Lectora
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	1230,677 (25,000)	3157,115 (65,205)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$		724,734 (57,266)
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	167,087 (9,257)	
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$		
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$		74,419 (28,092)
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	304,743 (69,862)	
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$		
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$	24,912 (6,279)	3,177 (0,989)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$	-85,118 (20,556)	
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		
Deviance		66975,8	70033,86
Número de Parámetros		16	16
Diferencia de Desviances		26045,83	26825,87
Diferencia de Parámetros		4	10
Probabilidad Asociada		0,0000	0,0000

Tabla 51: Modelos de valor añadido contextualizados para 1º y 2º de E.S.O. (Continuación)
Error Típico entre paréntesis

Haciendo referencia a las aspiraciones educativas de los alumnos, se observa la repercusión positiva que éstas tienen sobre el logro inicial, siendo el incremento de 2,440 puntos por cada nivel que aumentan sus expectativas académicas. La utilización que los alumnos hacen del tiempo que pasan fuera de la escuela ha resultado ser un factor importante en la explicación de las diferencias en el rendimiento previo de los alumnos de 1º y de 2º de E.S.O. en matemáticas. En este sentido es posible observar un efecto positivo sobre los resultados académicos del tiempo dedicado a leer, con un incremento medio de 2,248 puntos por, aproximadamente, cada hora dedicada a esta actividad. Por su parte, el tiempo dedicado a chatear contribuye a aumentar de manera negativa las diferencias entre sujetos, siendo la disminución del rendimiento de 2,275 puntos por, aproximadamente, cada hora que los alumnos destinan a chatear.

La tasa de crecimiento lineal ha sido diferente para los sujetos que presentaban diferente rendimiento previo y distintas aspiraciones educativas. El crecimiento de los estudiantes que partían con una puntuación superior a la media de la población ha sido 0,182 inferior por cada punto de logro diferencial. Por su parte, los alumnos con

un rendimiento inicial inferior han experimentado una tasa de crecimiento 0,182 puntos superior por cada puntuación diferencial. Finalmente, las expectativas académicas de los alumnos repercuten positivamente sobre la tasa de crecimiento a lo largo del tiempo, siendo el incremento de 2,285 puntos por cada nivel que aumentan éstas.

En lo relativo al rendimiento en comprensión lectora, el rendimiento medio en Noviembre de 2005 para los alumnos de 1º de E.S.O. de la Comunidad de Madrid ha sido de 500,643 puntos y la tasa de crecimiento cuadrático media presenta un valor de 5,902 puntos.

Los predictores que han resultado ser significativos en la explicación de las diferencias entre sujetos en el punto de partida han sido: el rendimiento diferencial, el sexo, la posesión de libros en casa, el nivel educativo del padre, las aspiraciones educativas del alumno, las aspiraciones educativas de los padres, el tiempo dedicado a estudiar y el tiempo dedicado a leer. Para los alumnos con un rendimiento en noviembre de 2005 superior a la media de la población, su puntuación inicial se ha incrementado en 0,730 puntos por cada punto de diferencia previo. Por el contrario, los sujetos con una puntuación diferencial negativa han visto disminuido su rendimiento inicial en la misma proporción. El género de los sujetos ha contribuido a la explicación de las diferencias en el logro inicial en comprensión lectora, resultando el rendimiento de las chicas 5,272 puntos superior al de los chicos. El número de libros que poseen los alumnos en el hogar ha sido un predictor especialmente relevante, ya que el hecho de poseer más de 100 libros en el casa produce un incremento del rendimiento previo de 10,405 puntos. Otra variable que ejerce un efecto positivo sobre los resultados en comprensión lectora es el nivel educativo del padre, aumentándose 2,061 puntos el rendimiento previo a medida que lo hace el nivel educativo de sus progenitores. Haciendo referencia a las aspiraciones educativas de los alumnos y de sus padres se observa cómo influyen positivamente sobre los resultados académicos obtenidos. Así, el rendimiento previo se incrementa 3,782 puntos por cada nivel que aumentan las aspiraciones educativas de los estudiantes, y 5,661 puntos cuando se elevan las expectativas académicas de sus padres. Finalmente, la utilización

que los alumnos hacen del tiempo permitirá explicar diferencias en su rendimiento previo. De esta forma, los sujetos que dedican una hora o menos a estudiar han presentado unos resultados 10,255 puntos superiores frente a sus compañeros que no estudian nada o lo hacen más de 1 hora al día. Igualmente, se pone de manifiesto el efecto positivo que sobre la comprensión lectora ejerce el tiempo dedicado a leer, incrementándose el rendimiento inicial en 5,313 puntos por cada hora, aproximadamente, que los estudiantes dedican a esta actividad.

La tasa de crecimiento cuadrática ha variado entre los sujetos que presentaban diferente rendimiento previo y dedicaban distinto tiempo a chatear. Aquellos sujetos con una puntuación previa superior a la media poblacional han experimentado una tasa de crecimiento cuadrática 0,033 puntos menor por cada punto diferencial. El caso opuesto, se observa en aquellos alumnos que partían con un rendimiento inferior a los valores poblacionales. En este caso la tasa de crecimiento cuadrática ha resultado 0,033 puntos superior por cada punto diferencial. El tiempo que los alumnos dedican a chatear ha contribuido a la explicación de las diferencias en el crecimiento de los sujetos. Así, se ha puesto de manifiesto una disminución en la tasa de crecimiento de 0,384 puntos por cada hora, aproximadamente, que los sujetos dedican a esta actividad.

La representación conjunta de las funciones de crecimiento básica y contextualizada en el área de matemáticas se recoge en la Figura 76. En ella es posible apreciar cómo, una vez controladas las características individuales y familiares de los alumnos, el rendimiento medio estimado para el conjunto de las escuelas en la primera aplicación es aproximadamente 10 puntos inferior. De otro lado, la tasa de crecimiento lineal media también desciende 6,293 puntos cuando se introducen los predictores de segundo nivel. Por su parte, los valores de las tasas de crecimiento cuadrático son similares en ambos modelos (-5,169 puntos en el modelo básico y -5,333 puntos en el modelo contextualizado).

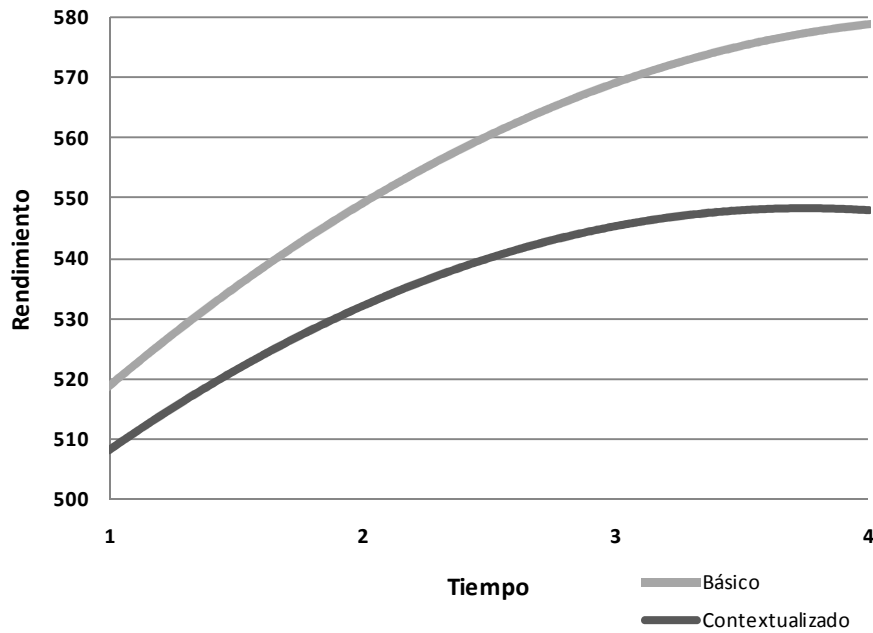


Figura 76: Funciones de crecimiento básica y contextualizada: Matemáticas 1º y 2º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

La Figura 77 representa las funciones de crecimiento básica y contextualizada en el área de comprensión lectora. Mientras que el valor del rendimiento medio de todas las escuelas en Noviembre de 2005 es aproximadamente 53 puntos inferior en el modelo de crecimiento contextualizado, las tasas de crecimiento cuadráticas a lo largo del tiempo son muy similares con valores de 5,902 puntos para el modelo básico y de 5,675 puntos para el modelo contextualizado.

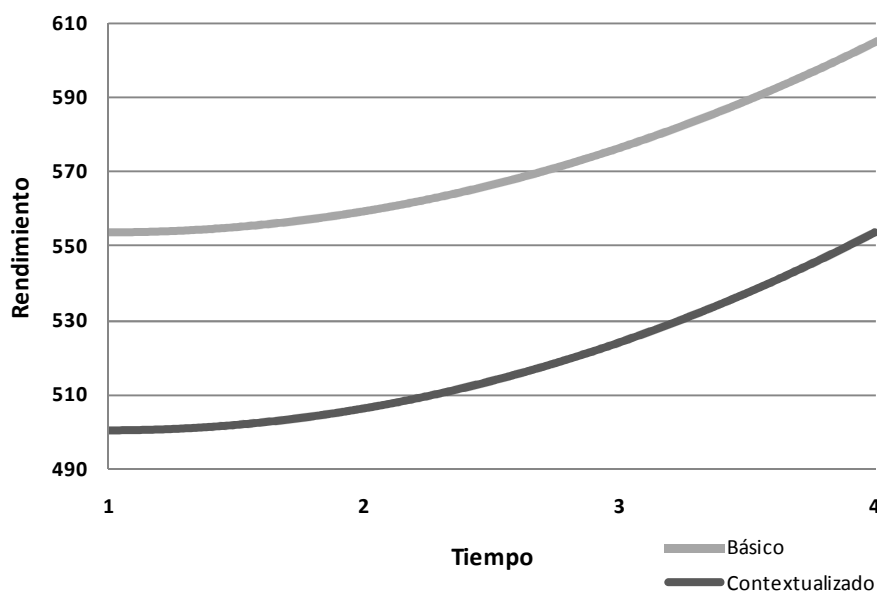


Figura 77: Funciones de crecimiento básica y contextualizada: CL 1º y 2º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

A continuación se ha procedido a representar el crecimiento cuadrático de las escuelas a lo largo del tiempo y su valor añadido en junio y noviembre de 2006. En este tipo de modelos el valor añadido es calculado como la suma de las diferencias entre las tasas de crecimiento de una escuela específica y las tasas de crecimiento estimadas para el conjunto de la población, es decir, $v_{1j}(t-t_0)+v_{2j}(t-t_0)^2$. El crecimiento en matemáticas de cada una de las escuelas que componen esta segunda cohorte se ha recogido en la Figura 78. En esta representación se observa cómo el rendimiento inicial no difiere entre las distintas escuelas que componen la muestra cuando se introducen las características individuales y familiares de los alumnos, al contrario que ocurre con la tasa de crecimiento.

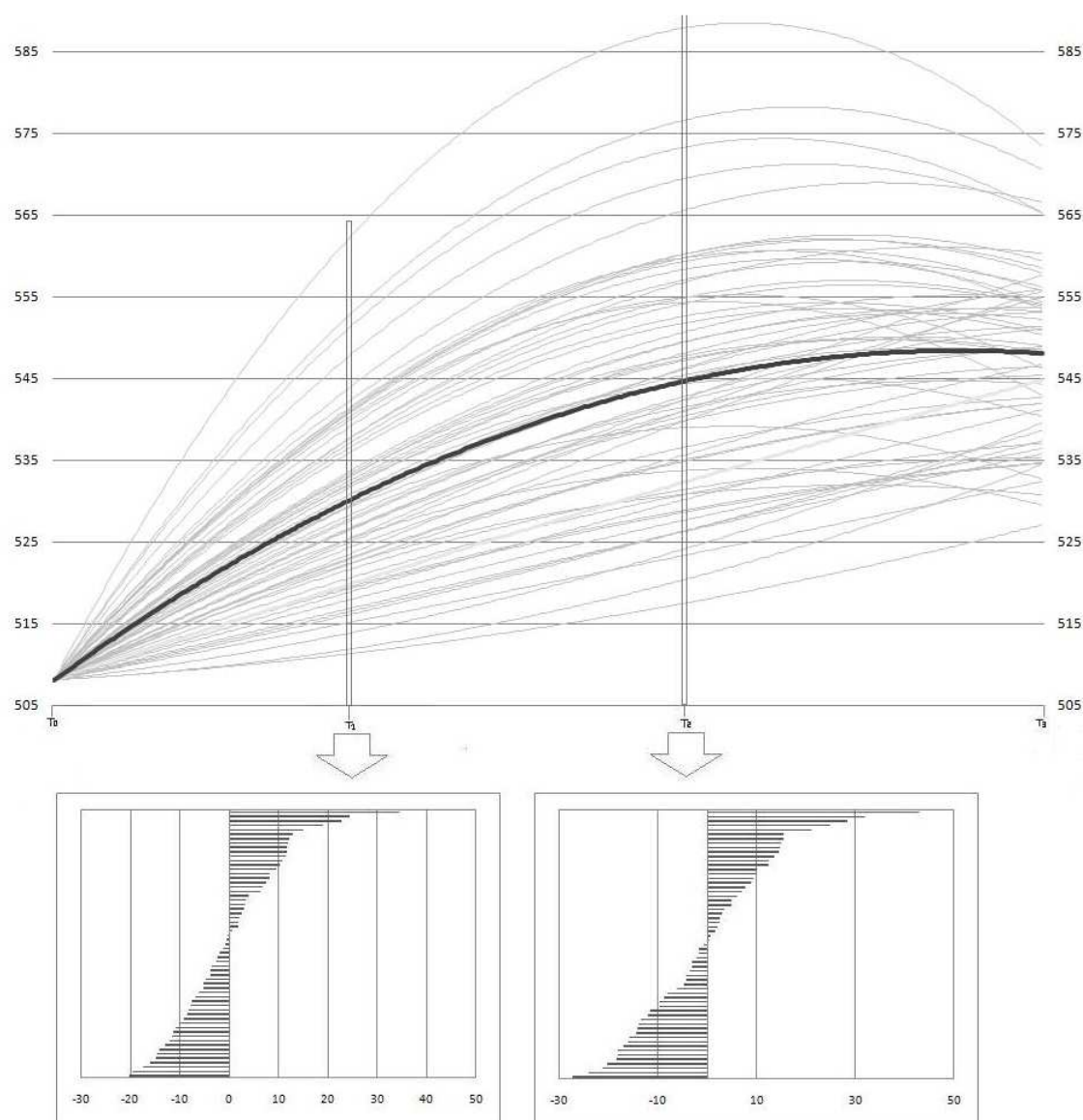


Figura 78: Crecimiento de las escuelas a lo largo del tiempo: Matemáticas 1º y 2º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

La Figura 79 representa el crecimiento de las escuelas en comprensión lectora. En ese caso se observa un crecimiento lineal a lo largo del tiempo, siendo tanto el punto de partida como las tasas de crecimiento diferentes para todas las escuelas.

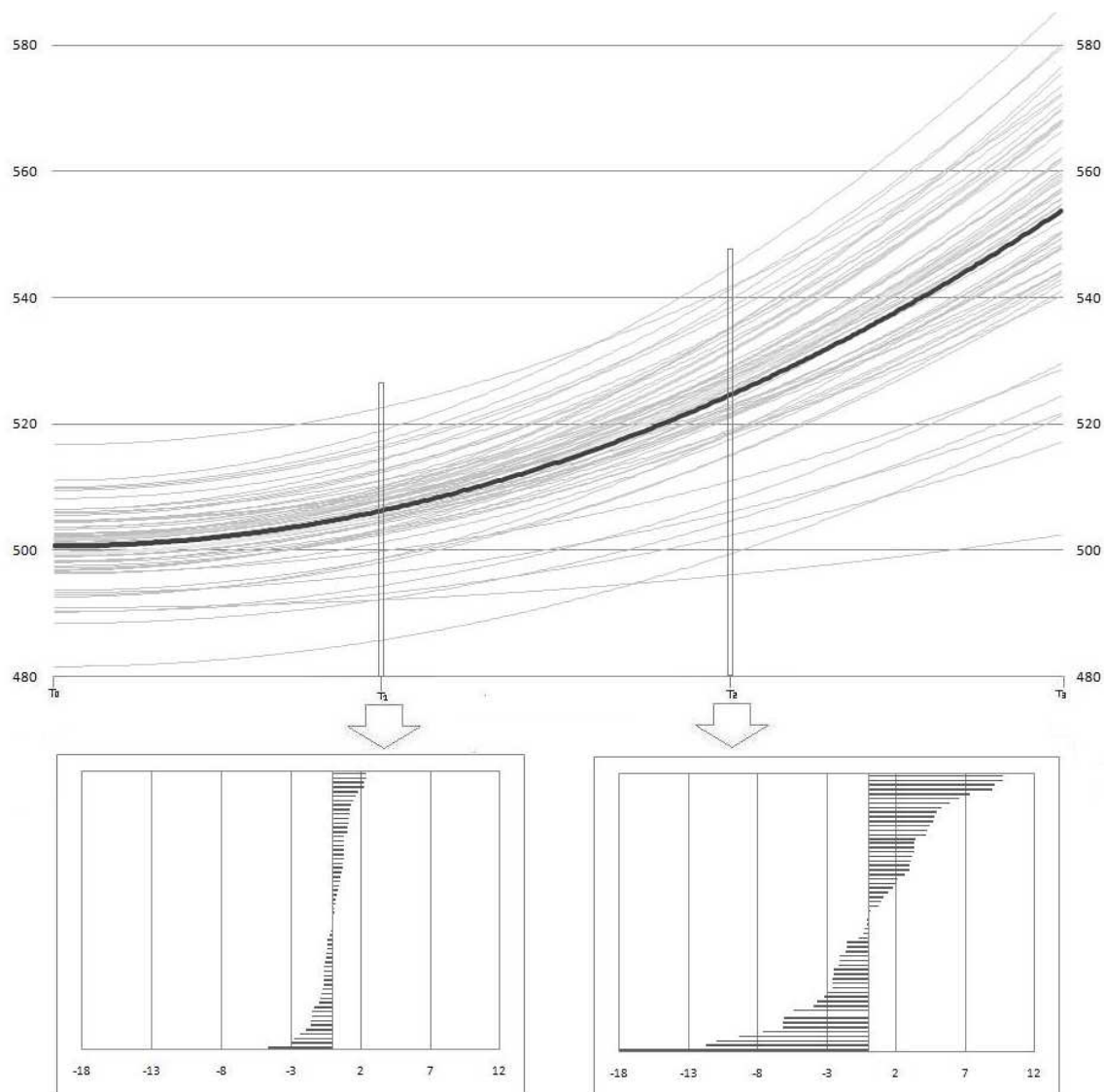


Figura 79: Crecimiento de las escuelas a lo largo del tiempo: CL 1º y 2º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

5.2.3. Modelos de valor añadido contextualizados: 3º y 4º de E.S.O.

Los modelos contextualizados resultantes para la tercera cohorte se presentan en la Tabla 52. Prestando atención al modelo de crecimiento lineal en matemáticas, el rendimiento medio para todas las escuelas en Noviembre de 2005 fue de 514,179 puntos y el incremento por aplicación de 14,162 puntos.

		Matemáticas	Comprensión Lectora
Efectos fijos			
Rendimiento medio de las escuelas en la primera evaluación	$\beta_{0.0}$	514,179 (3,449)	617,930 (2,870)
Tasas de crecimiento (término lineal)	$\beta_{1.0}$	14,162 (1,942)	12,224 (3,870)
Tasas de crecimiento (término cuadrático)	$\beta_{2.0}$		-3,566 (1,156)
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005)	$\beta_{0.1}$	0,880 (0,013)	0,975 (0,013)
Sexo	$\beta_{0.2}$		
Condición de inmigrante (Primera generación)	$\beta_{0.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación)	$\beta_{0.4}$		
Más de 100 libros en casa	$\beta_{0.6}$	8,031 (2,156)	5,204 (2,469)
Conexión a internet	$\beta_{0.7}$		
Nivel educativo del padre	$\beta_{0.8}$	1,343 (0,622)	1,162 (0,580)
Nivel educativo de la madre	$\beta_{0.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno)	$\beta_{0.10}$		
Aspiraciones educativas (Padres)	$\beta_{0.11}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora)	$\beta_{0.12}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	$\beta_{0.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	$\beta_{0.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	$\beta_{0.15}$		
Tiempo dedicado a leer	$\beta_{0.16}$	2,229 (0,861)	
Tiempo dedicado a chatear	$\beta_{0.17}$	-2,852 (0,710)	
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.1}$	-0,216 (0,006)	-0,571 (0,022)
Sexo * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.2}$	-2,531 (0,733)	4,036 (1,119)
Condición de inmigrante (Primera generación) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.4}$		
Más de 100 libros en casa * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.6}$		4,837 (1,858)
Conexión a internet * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.7}$		
Nivel educativo del padre * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.8}$		
Nivel educativo de la madre * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.10}$		
Aspiraciones educativas (Padres) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.11}$	3,421 (0,437)	
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.12}$	2,499 (0,922)	
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas) * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.15}$		
Tiempo dedicado a leer * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.16}$		
Tiempo dedicado a chatear * $(T_1 - T_0)$	$\beta_{1.17}$		
Rendimiento diferencial (Noviembre 2005) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.1}$		0,137 (0,007)
Sexo * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.2}$		
Condición de inmigrante (Primera generación) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.3}$		
Condición de inmigrante (Segunda generación) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.4}$		
Más de 100 libros en casa * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.6}$		
Conexión a internet * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.7}$		
Nivel educativo del padre * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.8}$		
Nivel educativo de la madre * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.9}$		
Aspiraciones educativas (Alumno) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.10}$		
Aspiraciones educativas (Padres) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.11}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Menos de una hora) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.12}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.13}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.14}$		
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas) * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.15}$		
Tiempo dedicado a leer * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.16}$		
Tiempo dedicado a chatear * $(T_1 - T_0)^2$	$\beta_{2.17}$		

Tabla 52: Modelos de valor añadido contextualizados para 3º y 4º de E.S.O.
Error Típico entre paréntesis

		Matemáticas	Comprensión Lectora
Efectos aleatorios			
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	1941,282 (40,016)	1932,132 (38,365)
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	370,582 (32,533)	
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$		366,427 (17,759)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$		
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	170,997 (44,308)	
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	54,528 (12,939)	513,717 (118,191)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$		
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$		57,395 (13,460)
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$		-158,928 (38,362)
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$		
Deviance		67201,66	73568,27
Número de Parámetros		15	15
Diferencia de Desviancias		12450,32	11288,78
Diferencia de Parámetros		8	3
Probabilidad Asociada		0,0000	0,0000

Tabla 52: Modelos de valor añadido contextualizados para 3º y 4º de E.S.O. (Continuación)
Error Típico entre paréntesis

Los predictores que han resultado explicativos de las diferencias entre los sujetos en su rendimiento inicial han sido: el rendimiento diferencial, el poseer más de 100 libros en casa, el nivel educativo del padre, el tiempo dedicado a leer y el tiempo dedicado a chatear. Los alumnos cuyo rendimiento en la primera aplicación fue superior a la media de la población presentan un resultado inicial 0,880 puntos superior por cada punto de rendimiento diferencial. Por su parte, los estudiantes cuya puntuación en noviembre de 2005 era inferior a dicho valor poblacional han visto disminuida su puntuación inicial en la misma proporción. Al igual que se ha podido observar en las otras dos cohortes analizadas, los recursos educativos en el hogar han permitido explicar parte de las diferencias iniciales entre sujetos. Aquellos alumnos que poseen más de 100 libros en casa han obtenido un rendimiento previo 8,031 puntos más que los que no los poseen. El nivel educativo del padre, ha resultado ser un predictor significativo en la explicación de los resultados en matemáticas, de forma que el rendimiento previo se incrementa en 1,343 puntos a medida que lo hace el nivel educativo de sus progenitores. Finalmente, el uso que los estudiantes hacen del tiempo que pasan fuera de la escuela permite explicar las diferencias en su logro académico en la primera aplicación. De esta forma, mientras que los resultados previos incrementan 2,229 puntos por cada hora, aproximadamente, que los estudiantes

dedican a estudiar, disminuyen 2,852 puntos por cada hora, aproximadamente, que éstos destinan a chatear.

Las características individuales y familiares que resultan explicativas de las diferentes tasas de crecimiento entre los sujetos han sido: el rendimiento diferencial, el sexo, las aspiraciones educativas de los padres y el tiempo dedicado a estudiar. El crecimiento experimentado por los alumnos cuya puntuación en la primera aplicación era superior a la media de la población es 0,216 puntos inferior por cada punto de rendimiento diferencial previo. El caso contrario se observa en los alumnos cuyo rendimiento inicial fue inferior a los valores poblacionales, ya que su tasa de crecimiento incrementa en la misma magnitud. El crecimiento a lo largo del tiempo de las chicas que componen esta cohorte es 2,531 puntos inferior que la tasa de crecimiento de sus compañeros. De otro lado, los resultados muestran cómo a medida que se elevan las aspiraciones educativas de los padres la tasa de crecimiento en el rendimiento de sus hijos experimenta un incremento de 3,421 puntos. Finalmente, la tasa de crecimiento de los alumnos que dedica una hora o menos a estudiar es 2,499 puntos mayor que la de los alumnos que no estudian nada o los que estudian más de una hora.

Por su parte, el modelo de crecimiento contextualizado en comprensión lectora muestra cómo el rendimiento inicial medio para todas las escuelas fue de 617,930 puntos; la tasa de crecimiento media de 12,224 puntos; y la desaceleración en el crecimiento general fue igual a 3,566 puntos.

El rendimiento inicial para cada uno de los sujetos que componen la muestra ha variado en función de las siguientes características individuales y familiares: el rendimiento diferencial, el poseer más de 100 libros en casa y el nivel educativo del padre. El rendimiento inicial de los sujetos que presentaban un rendimiento en comprensión lectora superior al de la media de la población en noviembre de 2005 se ha incrementado en 0,975 puntos por cada puntuación diferencial. Por el contrario, los sujetos con un rendimiento previo inferior a los valores poblacionales obtienen una puntuación inicial 0,975 puntos menor por cada puntuación diferencial. Los alumnos que poseían en casa más de 100 libros presentaron un rendimiento previo en

comprensión lectora 5,204 puntos superior. Por último, otra variable que ha explicado las diferencias entre sujetos en su nivel de logro inicial ha sido el nivel educativo del padre. Los resultados previos en comprensión lectora incrementan 1,162 puntos a medida que lo hace el nivel educativo de su padre.

Haciendo referencia a las diferentes tasas de crecimiento lineal entre los alumnos, éstas han variado en función de la puntuación diferencial de los sujetos, el sexo y la posesión de más de 100 libros en el hogar. La tasa de crecimiento de los alumnos que presentaban un rendimiento previo superior a la media de la población es 0,571 puntos menor por cada puntuación diferencial. En la misma proporción aumenta la tasa de crecimiento lineal de aquellos estudiantes cuya puntuación observada en la primera aplicación era inferior a la del conjunto de la población. Atendiendo al género de los sujetos se observa cómo la tasa de crecimiento de las chicas es 4,036 puntos superior. Del mismo modo, el hecho de poseer más de 100 libro en el hogar trae consigo un incremento de la tasa de crecimiento de 4,036 puntos.

Finalmente, la tasa de crecimiento cuadrática ha presentado variaciones en función de rendimiento diferencial en noviembre de 2005 de los sujetos. De esta forma, la desaceleración en la tasa de crecimiento de los alumnos que tenían un rendimiento inicial superior a la media de la población ha sido 0,137 puntos menor por cada puntuación diferencial. De otro lado, la desaceleración en el crecimiento de los estudiantes que partían una puntuación diferencial negativa se ha visto aumentada en la misma proporción.

La representación simultanea de las funciones de crecimiento básica y contextualizada para los alumnos que componen esta cohorte se contempla en la Figura 80 para el área de matemáticas y en la Figura 81 para el área de comprensión lectora. Al comparar las dos funciones que reflejan la evolución del rendimiento en matemáticas se observa cómo, a pesar de introducirse las características individuales y familiares en el modelo, el rendimiento previo estimado las escuelas en ambos modelos muestra valores similares. Por su parte, las pendientes de las rectas permiten identificar diferencias en las tasas de crecimiento a lo largo del tiempo. En este sentido, la incorporación de los predictores de segundo nivel trae consigo una

disminución en la aportación de las escuelas sobre el rendimiento académico de sus alumnos en, aproximadamente, 14 puntos.

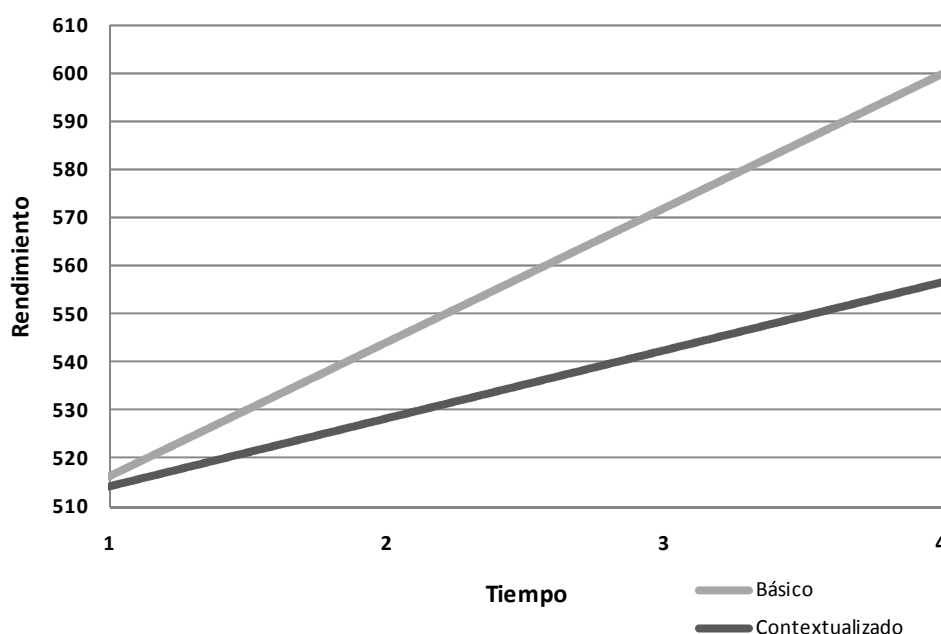


Figura 80: Funciones de crecimiento básica y contextualizada: Matemáticas 3º y 4º de E.S. O.
Fuente: Elaboración propia

Esta misma tendencia se observa al comparar las funciones de crecimiento en comprensión lectora. El rendimiento inicial estimado para todas las escuelas en noviembre de 2005 es ligeramente inferior en el modelo contextualizado, pero la tasa de crecimiento lineal de las escuelas se reduce en casi 8 puntos al introducir los predictores de segundo nivel. Por su parte, las tasas de crecimiento cuadráticas son muy similares con valores de -3,860 puntos para el modelo básico y de -3,566 puntos para el modelo contextualizado.

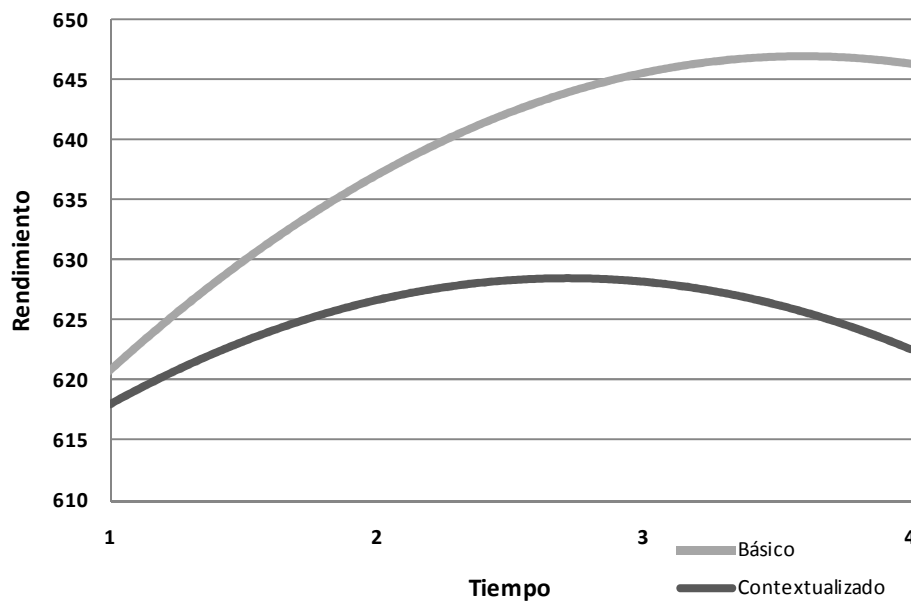


Figura 81: Funciones de crecimiento básica y contextualizada: CL 3º y 4º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Figura 82 representa la función de crecimiento de las escuelas en matemáticas y su valor añadido estimado para la segunda y la tercera aplicación. La Figura 83 hará lo propio para el área de comprensión lectora. En matemáticas, es posible observar cómo el rendimiento medio de las escuelas en noviembre de 2005 no era el mismo, al igual que tampoco lo eran sus tasas de crecimiento. El valor añadido para cada escuela ha venido definido por $v_{1j}(t-t_0)$, es decir, por la distancia entre el crecimiento experimentado por dicha escuela y el crecimiento medio para el conjunto de la población.

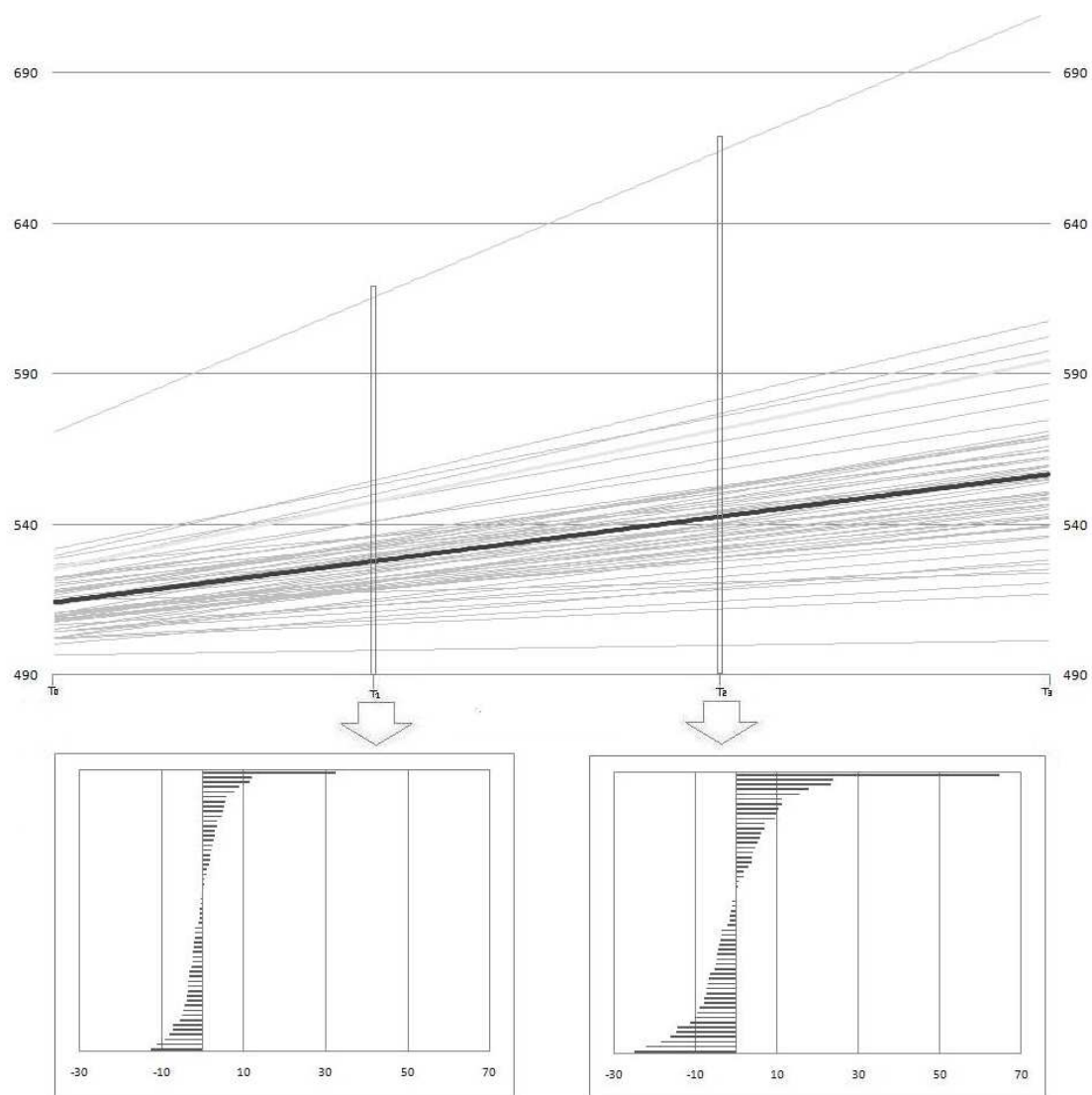


Figura 82: Crecimiento de las escuelas a lo largo del tiempo: Matemáticas 3º y 4º de E.S.O.
Fuente: Elaboración propia

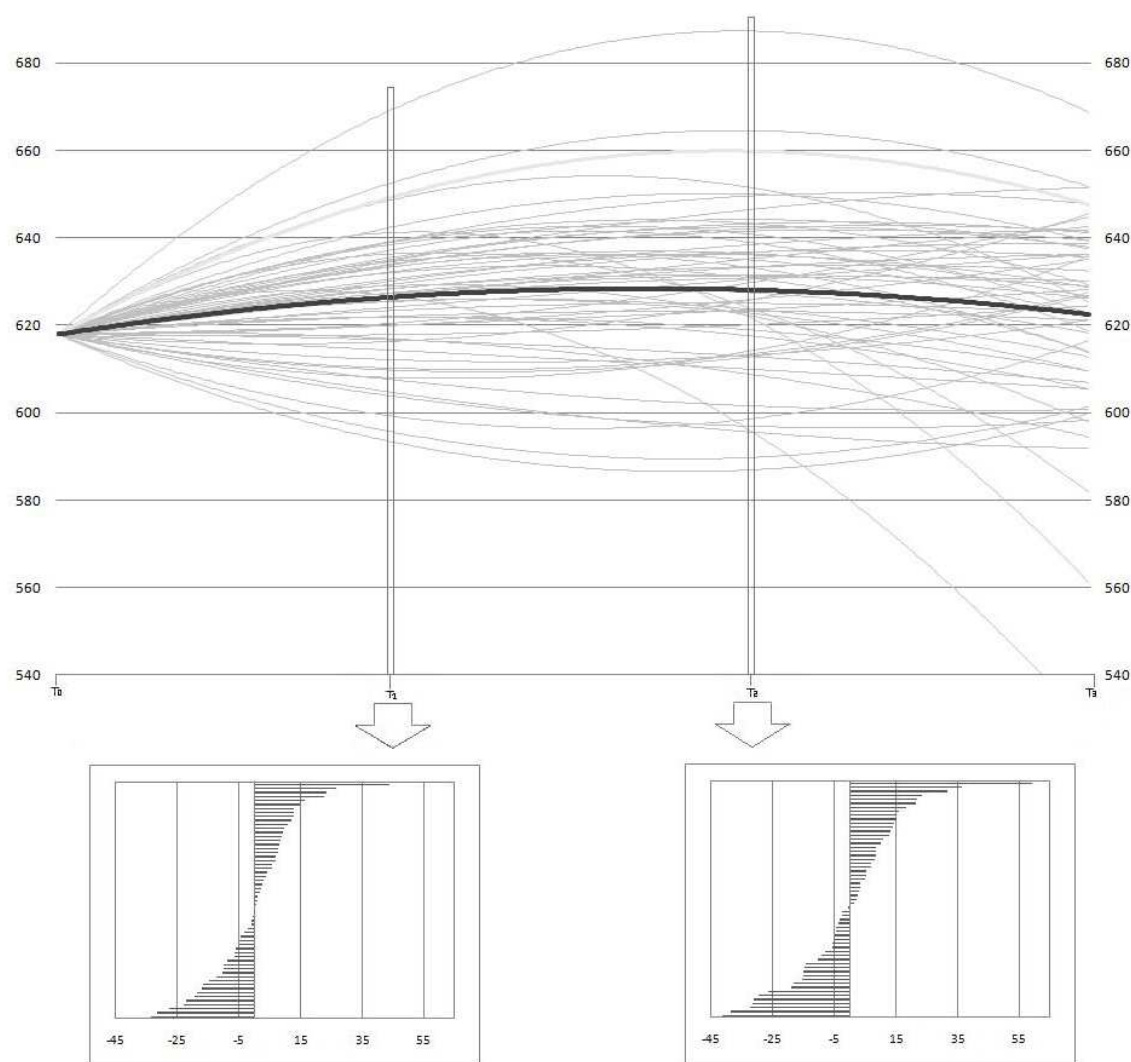


Figura 83: Crecimiento de las escuelas a lo largo del tiempo: CL 3º y 4º de E.S.O.

Fuente: Elaboración propia

Por su parte, en comprensión lectora no se aprecian diferencias en el rendimiento inicial de las escuelas, al contrario que ocurre con las tasas de crecimiento y de desaceleración donde sí se observa variación entre las mismas. En este área el valor añadido de cada escuela ha estado definido por $v_{1j}(t-t_0)+v_{2j}(t-t_0)^2$, es decir, por la distancia entre el crecimiento observado en una escuela y su crecimiento esperado. El análisis de las curvas muestra una trayectoria lineal en el primer curso académico, seguido de una desaceleración en el crecimiento a lo largo de las últimas aplicaciones. Es importante señalar que las escuelas con menores tasas de crecimiento muestran menor desaceleración y las escuelas con mayores tasas de crecimiento tienen una mayor desaceleración, lo cual es debido a la correlación negativa entre v_1 y v_2 . Este hecho ha influido en que el valor añadido estimado para las escuelas

experimente variaciones a lo largo del tiempo, tal y como se observa en el Anexo 6 de forma que algunas escuelas con un rendimiento observado superior al esperado en junio de 2006, en junio de 2007 presenten un rendimiento inferior al esperado, o viceversa.

5.3. DIFERENCIAS EN LA VARIANZA NO EXPLICADA ENTRE LOS MODELOS BÁSICOS Y CONTEXTUALIZADOS

El análisis de la parte aleatoria de los modelos se presenta en esta sección. La Tabla 53 recoge la diferencia en la cantidad de varianza no explicada entre los parámetros aleatorios del modelo básico y los del modelo contextualizado y la Tabla 54 el porcentaje que esta variación supone respecto a los valores iniciales.

Efectos Aleatorios		Matemáticas Cohorte1	CL Cohorte 1	Matemáticas Cohorte2	CL Cohorte 2	Matemáticas Cohorte3	CL Cohorte 3
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	311,442	543,14	316,029	184,258	417,894	828,043
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	5454,547	3455,118	4788,158	2701,947	1780,763	2629,735
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	-54,726	-291,49	-43,884			-282,423
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$	795,8		649,937			
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	934,953	812,301	1137,654	672,639	1725,889	944,235
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	21,653	15,241	-68,94		144,031	43,186
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$	130,461	158,05	135,487		456,505	447,623
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$			-7,403	-0,137		-0,915
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$			-24,833			2,544
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$						105,429

Tabla 53: Diferencias en los efectos aleatorios entre el modelo básico y el modelo contextualizado (valores absolutos)

Nota: Las celdas con valores en negrita reflejan un aumento en la varianza no explicada

Las características familiares e individuales de los sujetos introducidas en el modelo contextualizado han contribuido a reducir parte de la varianza no explicada por el modelo básico.

Considerando los resultados de la primera cohorte, en el área de matemáticas se ha explicado el total de las diferencias existentes en el punto de partida de los alumnos. Del mismo modo, la explicación de la variación del rendimiento de las escuelas en noviembre de 2005 ha sido notable, en concreto de un 93,66%. En contraposición, la varianza en las tasas de crecimiento de los alumnos se ha visto incrementada en un 59,83%. En comprensión lectora, la explicación de las diferencias en el rendimiento previo ha sido de un 100%, tanto para los alumnos como para las escuelas. La varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas ha aumentado 15,241 puntos, lo que supone un 20,53% de incremento sobre la varianza en las tasas de crecimiento inicial. Resulta destacable el aumento de las diferencias en las tasas de crecimiento de los alumnos, en concreto, la varianza incrementa un 869,42%.

Las diferencias en la parte aleatoria de los modelos básicos y contextualizados de la segunda cohorte muestran una reducción de la varianza asociada los niveles de rendimiento previo y un incremento en las diferencias entre las tasas de crecimiento. En matemáticas, la varianza en el nivel de logro inicial de los alumnos y de las escuelas queda explicada totalmente. Respecto a las diferencias en las tasas de crecimiento de los alumnos a lo largo del tiempo éstas incrementan un 35,62%, respecto a las reflejadas en el modelo básico. La varianza en la tasa de crecimiento de las escuelas aumenta un 29,24%, al igual que ocurre con la variación en sus tasas de desaceleración. En comprensión lectora, se explica un 78,85% de las diferencias entre los alumnos en sus niveles de conocimientos previos, y un 90,04% de la varianza entre escuelas en su nivel de logro inicial. Por su parte, la variación en las tasas de crecimiento cuadrático de las escuelas incrementa un 4,51%.

El modelo contextualizado resultante para explicar el crecimiento del rendimiento en matemáticas de los alumnos de 3º y 4º de E.S.O. reduce la varianza no explicada en todos los niveles. Así, la varianza en el rendimiento previo de los alumnos y de las escuelas se reduce un 82,77% y un 90,99%, respectivamente. La explicación de

las diferencias entre las escuelas en sus tasas de crecimiento es de 144,031 puntos, lo que supone un 72,54%. Finalmente, considerando las diferencias entre los modelos básico y contextualizado en comprensión lectora, se observa una explicación total de la varianza entre alumnos y entre escuelas en lo que a su rendimiento previo se refiere. Las diferencias entre los parámetros aleatorios asociados al crecimiento a lo largo del tiempo reflejan un incremento de las diferencias en las tasas de crecimiento de los alumnos del 336,20%. En el caso de las escuelas se observa una reducción de la varianza asociada a la tasa de crecimiento lineal del 7,75% y un incremento de las diferencias entre las tasas de crecimiento cuadrático de las escuelas del 1,62%.

Efectos Aleatorios		Matemáticas Cohorte1	CL Cohorte 1	Matemáticas Cohorte2	CL Cohorte 2	Matemáticas Cohorte3	CL Cohorte 3
Varianza entre los momentos temporales (Nivel 1)	σ^2_{ϵ}	19,02%	19,90%	20,43%	5,51%	17,71%	30,00%
Varianza en el nivel de rendimiento previo de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 0}$	100,00%	100,00%	100,00%	78,85%	82,77%	100,00%
Varianza entre las tasas de crecimientos de los alumnos (Nivel 2)	$\sigma^2_{\mu 1}$	59,83%	869,42%	35,62%			336,20%
Covarianza entre el nivel de rendimiento previo de los alumnos y su tasa de crecimiento (Nivel 2)	$\sigma_{\mu 0 \mu 1}$	100,00%		100,00%			
Varianza en el nivel de rendimiento previo de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 0}$	93,66%	100,00%	100,00%	90,04%	90,99%	100,00%
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (lineal) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 1}$	54,56%	20,53%	29,24%		72,54%	7,75%
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (lineal) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 1}$	100,00%	100,00%	100,00%		100,00%	100,00%
Varianza entre las tasas de crecimiento de las escuelas (cuadrático) (Nivel 3)	$\sigma^2_{v 2}$			42,28%	4,51%		1,62%
Covarianza entre las tasas de crecimiento lineal y las tasas de crecimiento cuadrático (Nivel 3)	$\sigma_{v 1 v 2}$			41,19%			1,58%
Covarianza entre el nivel de rendimiento previos y la tasa de crecimiento (cuadrático) de las escuelas (Nivel 3)	$\sigma_{v 0 v 2}$						100,00%

Tabla 54: Diferencias en los efectos aleatorios entre el modelo básico y el modelo contextualizado (porcentajes)

Nota: Las celdas con valores en negrita reflejan un aumento en la varianza no explicada

En resumen, los modelos contextualizados han contribuido a la explicación de las diferencias en los niveles de rendimiento previo de los alumnos y de las escuelas. Por el contrario, la varianza en las tasas de crecimiento de los alumnos ha

incrementado en todas las cohortes, al igual que ha ocurrido con la variación del crecimiento de las escuelas de la segunda cohorte.

5.4. RECAPITULACIÓN

Título: CÁLCULO DE UNA MEDIDA DE VALOR AÑADIDO EN EDUCACIÓN

Tipo de capítulo: Empírico

Objetivos:

Estimar el valor añadido en matemáticas y en comprensión lectora de los centros que forman parte de la muestra.

Contrastar si el crecimiento a lo largo del tiempo sigue una trayectoria lineal o, por el contrario, se observa un comportamiento cuadrático.

Controlar el efecto de las características individuales y familiares de los alumnos sobre la medida de valor añadido calculada.

Procedimiento:

Para cada cohorte que compone la muestra, y en cada una de las dos materias evaluadas, se estima un modelo en el que el crecimiento a lo largo del tiempo es lineal y otro en el crecimiento sigue una trayectoria cuadrática. De esta forma, se analiza la relación funcional existente entre el rendimiento de los alumnos y la variable tiempo. Identificada cual es esta relación, se estiman los modelos de valor añadido contextualizados, introduciendo las características individuales y familiares de los alumnos como predictores de nivel dos.

Palabras clave: Valor añadido, crecimiento lineal, crecimiento cuadrático, rendimiento en matemáticas, rendimiento en comprensión lectora, características individuales y familiares, Comunidad de Madrid

5.5. ABSTRACT

Title: CALCULATION OF A VALUE-ADDED MEASURE IN EDUCATION

Type of chapter: Empirical

Objectives:

To estimate value added scores in mathematics and reading comprehension of the schools included in the sample.

To determine whether evolution of growth with time follows a linear trajectory or, by contrast, presents a quadratic behaviour.

To control the effect of students' individual and family characteristics on the value-added measure calculated.

Procedure:

For each cohort of the sample and for each of the two subjects assessed, one model has been estimated in which evolution of growth over time is linear and another in which growth follows a quadratic trajectory. This permits the functional relationship between students' achievement and the time variable to be analysed. After establishing the nature of this relationship, contextualised value-added models are estimated by introducing students' individual and family characteristics as level two predictors.

Key words: Value Added, linear growth, quadratic growth, mathematics achievement, reading comprehension achievement, individual and family characteristics, Community of Madrid

CAPÍTULO 6: CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

El modelo de evaluación de la eficiencia propuesto en este trabajo de investigación estima, en un primer momento, el valor añadido de las escuelas para, en una segunda fase, relacionar esta medida de la productividad con los recursos consumidos para obtener dichos resultados. Con el objetivo de aplicar este modelo a la evaluación de los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid, en la sección anterior se presentaron las medidas de valor añadido en matemáticas y comprensión lectora estimadas para cada una de las unidades que forman parte de la muestra. Por su parte, este capítulo recoge los índices de eficiencia calculados tras incorporar como producto del sistema educativo las puntuaciones obtenidas previamente.

El procedimiento metodológico utilizado para el cómputo de la eficiencia ha sido el Análisis Envolvente de Datos. La aplicación de esta técnica requiere la toma de decisiones sobre la orientación del modelo (minimizar los *inputs* o maximizar los

outputs) y sobre los rendimientos de escala con los que operan las unidades de producción (constantes o variables). En este sentido, en primer lugar se ha justificado el modelo utilizado y se ha procedido a estimar la eficiencia de cada una de las instituciones educativas que componen la muestra. En una segunda etapa, se ha aplicado un modelo de regresión censurado (modelo tobit) con el propósito de determinar si los diferentes niveles de eficiencia entre los centros educativos se deben a la influencia de variables asociadas a las escuelas o a los contextos en los que se desarrollan los procesos de enseñanza-aprendizaje, pero que se encuentran fuera del control de los gestores educativos. Finalmente, se ha incluido una tercera sección en la que se ha analizado si la ineficiencia técnica de los centros educativos de la Comunidad de Madrid difiere en función de la Dirección de Área Territorial al que pertenecen o de su titularidad.

El capítulo concluye con la comparación de las puntuaciones de eficiencia obtenidas tras aplicar el modelo propuesto en este trabajo y las resultantes de utilizar otros modelos en los que el nivel de eficiencia de las escuelas lo establecen las tasas de promoción o el rendimiento bruto de los alumnos en un momento determinado, es decir, en los que se introducen los *outputs* tradicionalmente considerados en los estudios de eficiencia llevados a cabo dentro de los niveles educativos no universitarios. Si los niveles de eficiencia calculados a partir de los diferentes planteamientos fuesen similares, resultaría indiferente estimar la eficiencia técnica de los centros educativos introduciendo uno u otro *output* en el modelo. Sin embargo, si se observan diferencias significativas entre los índices de eficiencia obtenidos, sería necesario plantearse hasta qué punto se puede seguir confiando en modelos que consideran que una escuela eficiente es aquella que más tasa de promoción genera, hecho que en ocasiones está condicionado por decisiones que poco tienen que ver con el rendimiento de los alumnos, o aquella en la que los estudiantes muestran un mayor nivel de logro, sin tener en cuenta si cuando entraron ya presentaban esos mejores resultados, o, por el contrario, se debería apostar por introducir como *output* medidas de valor añadido que realmente midan la aportación de los centros educativos al progreso alcanzado por sus alumnos.

6.1. ESTIMACIÓN DE LA EFICIENCIA TÉCNICA TOMANDO COMO *OUTPUT* EL VALOR AÑADIDO DE LAS ESCUELAS

La evaluación de la eficiencia técnica requiere, de un lado, seleccionar los *inputs* y los *outputs* que se introducirán en el análisis y, de otro, elegir el procedimiento metodológico a utilizar.

La elección y justificación de las variables⁶⁵ que se han incluido en el modelo ha sido ampliamente abordada en el capítulo tres de este trabajo. Como resultados del sistema educativo se ha tomado el valor añadido⁶⁶ en matemáticas y comprensión lectora y como insumos se han considerado los años de experiencia del profesorado⁶⁷, el número de alumnos por clase⁶⁸ y el número de actividades extraescolares⁶⁹.

Por su parte, entre las diferentes técnicas aplicadas en la medida de la eficiencia se ha optado por el Análisis Envolvente de Datos. El DEA es la alternativa no paramétrica más utilizada cuando se persigue evaluar la eficiencia en el sector público ya que permite introducir múltiples *inputs* y *outputs*, identifica las fuentes de ineficiencia de las unidades productivas y puede emplearse en aquellos contextos en los que la función de producción es desconocida, entre otros. Sin embargo, desde sus inicios han sido varios los modelos DEA propuestos que se pueden clasificar en función del tipo de medida que proporcionan (radial o no radial), la orientación del modelo (*input* orientado u *output* orientado) y la tipología de los rendimientos de escala que

⁶⁵ Los estadísticos descriptivos de las variables de entrada y de resultado se recogen en el Anexo 7.

⁶⁶ Las medidas de valor añadido estimadas miden la distancia entre la tasa de crecimiento real y su crecimiento esperado. Su valor puede ser negativo si el crecimiento real es inferior al esperado, igual a cero si el crecimiento observado es igual al esperado y positivo si el crecimiento real es superior al esperado. Estas estimaciones han sido transformadas a una escala de 0 a 1, donde el 0 es asignado a la escuela cuya puntuación de valor añadido era la más baja y 1 a la escuela con una puntuación más alta. La fórmula aplicada para ello ha sido $X' = (X - \text{Min}) / (\text{Max} - \text{Min})$.

⁶⁷ Como indicadores de la experiencia del profesorado se han calculado las siguientes variables: el número de profesores con una antigüedad inferior a 5 años entre el número total de alumnos, el número de profesores con una antigüedad de 5 años a 10 años entre el número total de alumnos, el número de profesores con una antigüedad de 10 años a 15 años entre el número total de alumnos, y el número de profesores con una antigüedad superior a 15 años entre el número total de alumnos.

⁶⁸ Dado que un menor número de alumnos por clase se relaciona con unos mejores resultados educativos, se ha calculado la inversa del número de alumnos por clase ($1/\text{número de alumnos}$) con el objetivo que un mayor valor en esta variable se asocie a una mayor productividad, y viceversa.

⁶⁹ Las actividades extraescolares que se realizan en los centros educativos se han dividido entre el número de alumnos.

caracterizan a la tecnología de producción (rendimientos constantes o rendimientos variables). A continuación se justifica la elección del modelo DEA utilizado.

6.1.1. Elección del modelo DEA

La mejora de la calidad del sistema educativo, en un contexto en el que los recursos son limitados, pasa por el aprovechamiento óptimo de los mismos. De esta forma, el análisis de la eficiencia en educación permite tomar conciencia de hasta qué punto los centros educativos utilizan adecuadamente los recursos de que disponen, con vistas a tomar medidas correctivas y de mejora.

Teniendo en cuenta la doble orientación existente en el estudio de la eficiencia, esta mejora puede venir acompañada de una reducción de los *inputs* requeridos para producir una determinada cantidad de *output* (orientación al *input*) o de un aumento de los resultados conseguidos a partir de un conjunto dado de *inputs* (orientación al *output*). No obstante, y entendiendo que una de las principales funciones de la educación es “conducir el desarrollo de la persona en un sentido perfectivo tendente a la plenificación o excelencia personal” (Anaya, 2009, p. 21), las instituciones educativas deben contribuir a este perfeccionamiento y, como tal, en este trabajo se ha considerado que el análisis de la eficiencia en educación debe buscar la maximización del producto educativo. Del mismo modo, otra de las razones que justifican que la evaluación de la eficiencia se oriente a la maximización de los *outputs* es que en el sistema educativo los *inputs* vienen en ocasiones determinados y, por tanto, los gestores de la educación deben focalizar su estrategia a la obtención de los mejores resultados con los recursos de los que se dispone.

La segunda de las cuestiones hace referencia a la naturaleza de los rendimientos de escala que caracterizan la tecnología de producción y que llevará a decidir si las unidades operan bajo rendimientos constantes o variables a escala. Para caracterizar los rendimientos a escala se han considerado los cuatro procedimientos descritos por Martínez Cabrera (2003) y que se detallan a continuación.

1^{er} procedimiento: Regresión de los índices de eficiencia obtenidos bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala sobre el tamaño de las unidades productivas

El primero de los criterios adoptados para evaluar si los centros educativos operan bajo rendimientos constantes o variables a escala ha sido analizar en qué medida el tamaño de las unidades productivas puede considerarse un buen predictor en la explicación de la eficiencia técnica⁷⁰, calculada bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala (Modelo CCR). Como variable *proxy* del tamaño de los centros educativos se ha considerado el número total de alumnos que, en cada centro, han formado parte de la muestra.

		Coeficientes no estandarizados		Coeficientes estandarizados	T	Sig.
		B	Error típico	Beta		
Cohorte 1	(Constante)	0,706	0,065		10,803	0,000
	Sujetos	0,001	0,001	0,068	0,637	0,526
Cohorte 2	(Constante)	0,899	0,070		12,853	0,000
	Sujetos	-0,001	0,001	-0,213	-1,634	0,108
Cohorte 3	(Constante)	0,828	0,074		11,186	0,000
	Sujetos	0,000	0,001	0,060	0,428	0,670

Tabla 55: Regresión de los índices de eficiencia obtenidos bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala sobre el tamaño de las unidades productivas
Fuente: Elaboración propia

Los resultados contemplados en la Tabla 55 revelan cómo en las tres cohortes que componen la muestra, el tamaño de las unidades productivas no ha resultado un predictor significativo en la explicación de los índices de eficiencia y, en consecuencia, se asume que la tecnología de producción ofrece rendimientos constantes a escala.

2º procedimiento: Pruebas de Mann-Whitney y de Kolmogorov-Smirnov

En segundo lugar se han aplicado las pruebas de Mann-Withney y de Kolmogorov-Smirnov para determinar si las puntuaciones de eficiencia obtenidas asumiendo rendimientos constantes a escala (Modelo CCR) y las estimadas bajo rendimientos variables a escala (Modelo BCC) pertenecen a la misma población y tienen la misma distribución.

⁷⁰ El programa utilizado para el cálculo de la eficiencia técnica ha sido el Frontier Analyst en su versión 4.0.

La prueba U de Mann-Whitney es una de las técnicas no paramétricas más adecuadas cuando el principal objetivo es analizar si dos grupos independientes han sido tomados de la misma población (Mafokozi, 2009). En este sentido, la hipótesis nula a contrastar es que las dos estimaciones independientes de la eficiencia técnica de los centros educativos pertenecen a la misma población. Los resultados contemplados en la Tabla 56 muestran cómo la probabilidad asociada a los valores de Z es superior a un valor de alfa igual a 0,05. De esta forma, es posible afirmar que las puntuaciones de eficiencia calculadas asumiendo rendimientos constantes y variables a escalas no difieren significativamente.

	Cohorte 1	Cohorte 2	Cohorte 3
U de Mann-Whitney	3456,5	1408,5	1236,5
W de Wilcoxon	7461,5	3119,5	2667,5
Z	-1,529	-1,627	-1,161
Sig. asintót. (bilateral)	0,126	0,104	0,246

Tabla 56: Prueba de Mann-Whitney

Fuente: Elaboración propia

Por su parte, la prueba de Kolmogorov-Smirnov contrasta la hipótesis nula de que los dos conjuntos de puntuaciones tienen la misma distribución. Como se puede observar en la Tabla 57, la probabilidad asociada a los valores de Z de Kolmogorov-Smirnov es superior a un valor de alfa de 0,01 por lo que, el caso de las tres cohortes, se debe asumir que las funciones de distribución de los índices de eficiencia no difieren significativamente.

	Cohorte 1	Cohorte 2	Cohorte 3
Z de Kolmogorov-Smirnov	0,824	0,743	0,680
Sig. asintót. (bilateral)	0,505	0,639	0,744

Tabla 57: Prueba de Kolmogorov-Smirnov

Fuente: Elaboración propia

3^{er} procedimiento: Correlación entre los índices de eficiencia que se obtiene cuando se asumen rendimientos constantes a escala y cuando se asumen rendimientos variables a escala

Este tercer criterio establece el cálculo de la correlación entre los índices de eficiencia obtenidos cuando se establecen rendimientos constantes a escala (Modelo CCR) y los obtenidos cuando el modelo se define con rendimientos variables a escala

(Modelo BCC). Los coeficientes de correlación contemplados en la Tabla 58 son de 0,902 para la Cohorte 1, de 0,750 para la Cohorte 2 y de 0,964 para la Cohorte 3. Estos valores indican que asumir rendimientos constantes a escala o variables a escala proporcionan ordenaciones muy parecidas.

CCR		Cohorte 1	Cohorte 2	Cohorte 3
		BCC	BCC	BCC
		Pearson	Pearson	Pearson
	Pearson	,902(**)	0,750(**)	0,964(**)
	Sig.	0,000	0,000	0,000

Tabla 58: Correlación entre los índices de eficiencia obtenidos bajo rendimientos constantes a escala los índices obtenidos asumiendo rendimientos variables a escala

** La correlación es significativa ($p < 0,01$)

Fuente: Elaboración propia

4º procedimiento: Análisis de la eficiencia de escala

Finalmente, se propone analizar la eficiencia de escala obtenida como el cociente entre los índices de eficiencia resultantes de aplicar el modelo CCR (rendimientos constantes de escala) y los índices obtenidos por medio del modelo BCC (rendimientos variables de escala). Este procedimiento permite detectar en qué medida las ineficiencias observadas se deben a diferencias en la escala con la que operan las unidades analizadas.

La Tabla 59 recoge la eficiencia de escala de los centros educativos que forman parte de la Cohorte 1. La mayor parte de las escuelas muestran un índice de eficiencia próximo o igual a 1 lo que implica que, en general, los centros educativos operan con una escala eficiente y su ineficiencia, en caso de manifestarse, sería estrictamente técnica. No obstante, algunos centros podrían presentar ineficiencia de escala como son el 11, el 83 ó el 90.

	Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA		Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA		Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA
1	100,00%	100,00%	1,00	38	99,10%	100,00%	0,99	77	67,30%	67,30%	1,00
3	100,00%	100,00%	1,00	40	49,40%	50,50%	0,98	78	38,10%	38,20%	1,00
4	56,00%	62,10%	0,90	41	90,60%	90,60%	1,00	79	100,00%	100,00%	1,00
5	74,90%	93,30%	0,80	42	84,60%	84,90%	1,00	80	58,60%	61,30%	0,96
6	75,00%	75,00%	1,00	44	62,30%	100,00%	0,62	81	100,00%	100,00%	1,00
8	100,00%	100,00%	1,00	45	73,60%	75,20%	0,98	82	100,00%	100,00%	1,00
9	100,00%	100,00%	1,00	46	70,70%	74,00%	0,96	83	46,50%	100,00%	0,47
10	79,30%	82,80%	0,96	47	37,30%	42,40%	0,88	84	52,30%	57,50%	0,91
11	43,40%	100,00%	0,43	49	48,00%	50,20%	0,96	85	100,00%	100,00%	1,00
12	100,00%	100,00%	1,00	50	47,30%	47,30%	1,00	86	100,00%	100,00%	1,00
13	22,80%	35,80%	0,64	51	14,70%	17,60%	0,84	87	47,80%	47,80%	1,00
14	100,00%	100,00%	1,00	52	50,70%	66,90%	0,76	88	100,00%	100,00%	1,00
16	100,00%	100,00%	1,00	53	56,20%	58,30%	0,96	89	100,00%	100,00%	1,00
17	100,00%	100,00%	1,00	56	100,00%	100,00%	1,00	90	57,60%	100,00%	0,58
18	100,00%	100,00%	1,00	58	47,60%	49,50%	0,96	92	63,30%	63,40%	1,00
19	24,90%	25,20%	0,99	60	76,80%	76,80%	1,00	93	95,90%	100,00%	0,96
20	42,50%	43,30%	0,98	61	100,00%	100,00%	1,00	94	100,00%	100,00%	1,00
21	72,10%	75,50%	0,95	62	68,00%	72,30%	0,94	95	85,60%	100,00%	0,86
22	67,80%	67,80%	1,00	63	100,00%	100,00%	1,00	96	100,00%	100,00%	1,00
23	66,30%	66,30%	1,00	65	57,40%	57,40%	1,00	97	91,70%	91,70%	1,00
24	100,00%	100,00%	1,00	66	80,50%	81,00%	0,99	98	51,60%	52,00%	0,99
25	64,10%	69,10%	0,93	68	64,60%	66,10%	0,98	99	100,00%	100,00%	1,00
26	63,80%	63,90%	1,00	69	78,80%	100,00%	0,79	101	100,00%	100,00%	1,00
27	26,40%	32,10%	0,82	70	100,00%	100,00%	1,00	103	100,00%	100,00%	1,00
31	27,10%	28,90%	0,94	71	71,50%	86,90%	0,82	105	100,00%	100,00%	1,00
32	25,20%	36,10%	0,70	72	100,00%	100,00%	1,00	106	100,00%	100,00%	1,00
34	54,60%	65,90%	0,83	73	100,00%	100,00%	1,00	107	68,40%	100,00%	0,68
35	63,20%	69,60%	0,91	74	100,00%	100,00%	1,00	108	87,30%	100,00%	0,87
36	26,40%	28,70%	0,92	75	100,00%	100,00%	1,00	109	100,00%	100,00%	1,00
37	28,80%	35,20%	0,82	76	76,70%	100,00%	0,77				

Tabla 59: Eficiencia de escala: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Las estimaciones de la eficiencia de escala de los centros educativos que componen la Cohorte 2 se incluyen en la Tabla 60. La mayor parte de las unidades productivas operan con una escala eficiente, sin embargo algunos centros como el 110, el 118, ó el 128 podrían presentar ineficiencia de escala.

	Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA		Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA		Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA
110	55,40%	100,00%	0,55	130	46,30%	55,90%	0,83	153	100,00%	100,00%	1,00
111	44,00%	59,50%	0,74	131	100,00%	100,00%	1,00	154	85,70%	100,00%	0,86
112	74,80%	86,00%	0,87	132	91,80%	95,20%	0,96	155	100,00%	100,00%	1,00
113	68,10%	73,10%	0,93	133	55,70%	63,10%	0,88	156	100,00%	100,00%	1,00
114	47,00%	56,30%	0,83	135	94,20%	94,20%	1,00	157	100,00%	100,00%	1,00
115	55,50%	60,70%	0,91	136	100,00%	100,00%	1,00	158	82,60%	100,00%	0,83
116	79,30%	80,40%	0,99	137	100,00%	100,00%	1,00	159	100,00%	100,00%	1,00
117	67,20%	75,60%	0,89	138	100,00%	100,00%	1,00	162	100,00%	100,00%	1,00
118	0,00%	100,00%	0,00	140	100,00%	100,00%	1,00	163	100,00%	100,00%	1,00
119	66,30%	100,00%	0,66	141	79,40%	79,40%	1,00	164	98,20%	99,90%	0,98
120	100,00%	100,00%	1,00	142	100,00%	100,00%	1,00	165	100,00%	100,00%	1,00
121	100,00%	100,00%	1,00	144	24,20%	27,30%	0,89	166	77,40%	77,40%	1,00
122	74,20%	74,20%	1,00	145	100,00%	100,00%	1,00	167	77,40%	100,00%	0,77
123	58,00%	67,10%	0,86	146	100,00%	100,00%	1,00	168	100,00%	100,00%	1,00
124	100,00%	100,00%	1,00	147	68,90%	69,00%	1,00	169	81,30%	90,70%	0,90
125	40,10%	42,50%	0,94	148	100,00%	100,00%	1,00	170	100,00%	100,00%	1,00
126	52,60%	70,10%	0,75	149	100,00%	100,00%	1,00	172	39,10%	39,10%	1,00
127	76,60%	77,50%	0,99	150	38,70%	38,70%	1,00	174	100,00%	100,00%	1,00
128	53,00%	100,00%	0,53	151	100,00%	100,00%	1,00				
129	69,40%	69,40%	1,00	152	100,00%	100,00%	1,00				

Tabla 60: Eficiencia de escala: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Tabla 61 presenta la eficiencia de escala de las unidades que forman parte de la Cohorte 3. Los diferentes centros muestran una escala eficiente, por lo que su ineficiencia, en caso de producirse, sería técnica y no de escala.

Unit name	Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA	Unit name	Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA	Unit name	Modelo VA CCR	Modelo VA BCC	Eficiencia de Escala VA
110	97,70%	100,00%	0,98	129	0,00%	0,00%	1,00	150	100,00%	100,00%	1,00
111	100,00%	100,00%	1,00	131	100,00%	100,00%	1,00	151	95,50%	95,90%	1,00
112	44,70%	52,40%	0,85	132	100,00%	100,00%	1,00	152	100,00%	100,00%	1,00
113	52,20%	61,60%	0,85	133	52,30%	56,40%	0,93	153	100,00%	100,00%	1,00
114	43,20%	49,30%	0,88	134	89,80%	96,50%	0,93	154	100,00%	100,00%	1,00
115	56,00%	71,60%	0,78	135	100,00%	100,00%	1,00	155	83,00%	90,10%	0,92
116	81,20%	89,90%	0,90	136	100,00%	100,00%	1,00	156	83,90%	100,00%	0,84
117	83,80%	94,60%	0,89	137	100,00%	100,00%	1,00	157	100,00%	100,00%	1,00
118	100,00%	100,00%	1,00	138	100,00%	100,00%	1,00	159	100,00%	100,00%	1,00
119	91,50%	91,90%	1,00	140	100,00%	100,00%	1,00	162	98,10%	100,00%	0,98
120	100,00%	100,00%	1,00	141	30,60%	30,60%	1,00	165	98,90%	100,00%	0,99
121	100,00%	100,00%	1,00	142	100,00%	100,00%	1,00	166	71,70%	87,70%	0,82
122	76,40%	76,40%	1,00	143	100,00%	100,00%	1,00	168	100,00%	100,00%	1,00
123	94,20%	97,40%	0,97	144	48,60%	61,50%	0,79	169	71,60%	87,90%	0,81
124	100,00%	100,00%	1,00	145	100,00%	100,00%	1,00	170	100,00%	100,00%	1,00
125	79,90%	81,80%	0,98	146	97,00%	100,00%	0,97	172	100,00%	100,00%	1,00
126	55,10%	82,10%	0,67	147	78,20%	79,20%	0,99	174	100,00%	100,00%	1,00
127	86,80%	100,00%	0,87	148	100,00%	100,00%	1,00				

Tabla 61: Eficiencia de escala: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

Los procedimientos analizados han evidenciado cómo la "tecnología de producción" de los centros educativos de la Comunidad de Madrid que forman parte de la muestra se caracteriza por presentar rendimientos constantes a escala. Por tanto, la técnica aplicada para el cálculo de la eficiencia ha sido el Análisis Envolvente de Datos en su variante CCR (Charnes et al., 1978) orientada al *output*. Desde esta perspectiva, una escuela será considerada más eficiente que otra en la medida en que produzca mayor valor añadido, utilizando para ello la misma cantidad de recursos, es decir, se observa un modelo de evaluación de la eficiencia orientado a maximizar los resultados con los recursos de que se dispone.

6.1.2. Cálculo de la eficiencia técnica

Esta sección contempla los resultados obtenidos tras el análisis de la eficiencia técnica efectuado a los centros educativos considerados este trabajo.

6.1.2.1. Resultados de la cohorte 1

Los índices de eficiencia técnica estimados para cada uno de los colegios de 5º y 6º de Educación Primaria se recogen en la Tabla 62. A la luz de los resultados se observa cómo de los 89 centros educativos que han formado parte de la muestra, tan sólo 33 muestran un comportamiento eficiente. Dentro de este conjunto de unidades eficientes, los índices de supereficiencia calculados indican cómo las escuelas 12, 56 y 86 son las que mejores resultados consiguen con los recursos que utilizan para ello.

DMU	Eficiencia VA	DMU	Eficiencia VA	DMU	Eficiencia VA
1	124,90%	38	99,10%	77	67,30%
3	118,80%	40	49,40%	78	38,10%
4	56,00%	41	90,60%	79	110,90%
5	74,90%	42	84,70%	80	58,60%
6	75,10%	44	62,40%	81	223,90%
8	107,70%	45	73,60%	82	102,70%
9	104,80%	46	70,70%	83	46,50%
10	79,30%	47	37,30%	84	52,30%
11	43,40%	49	48,00%	85	420,50%
12	1000,00%	50	47,30%	86	1000,00%
13	22,80%	51	14,70%	87	47,80%
14	107,50%	52	50,70%	88	137,80%
16	148,90%	53	56,20%	89	183,00%
17	145,60%	56	1000,00%	90	57,60%
18	212,30%	58	47,60%	92	63,30%
19	24,90%	60	76,80%	93	95,90%
20	42,50%	61	118,50%	94	288,60%
21	72,10%	62	68,00%	95	85,60%
22	67,80%	63	545,30%	96	119,00%
23	66,30%	65	57,40%	97	91,70%
24	116,90%	66	80,50%	98	51,60%
25	64,10%	68	64,60%	99	300,30%
26	63,80%	69	78,80%	101	111,90%
27	26,40%	70	221,90%	103	190,00%
31	27,10%	71	71,50%	105	206,10%
32	25,20%	72	163,70%	106	135,40%
34	54,60%	73	261,10%	107	68,40%
35	63,20%	74	107,10%	108	87,30%
36	26,40%	75	153,60%	109	216,60%
37	28,80%	76	76,70%		

Tabla 62: Eficiencia técnica (Índices de supereficiencia): Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

El nivel de ineficiencia medio ha sido del 25,58%. Sin embargo, si se tienen en cuenta exclusivamente las puntuaciones de los centros ineficientes, el nivel medio de ineficiencia incrementa hasta el 40,66%. Dado que el índice de eficiencia estimado es una medida radial, las medidas estimadas hacen referencia al aumento equiproporcional del *output* para que las unidades se sitúen sobre la frontera eficiente.

La Figura 84 representa la distribución de las puntuaciones de eficiencia. Resulta destacable que 19 de las 56 unidades ineficientes presentan un nivel de ineficiencia superior al 50%. Por su parte, 30 de los centros han obtenido valores comprendidos entre 0,51 y 0,80 o, lo que es lo mismo, su nivel de ineficiencia se situaría entre el 49% y el 20%. Finalmente, 7 de las escuelas muestran puntuaciones superiores a 0,81 por lo que su índice de ineficiencia ha sido inferior al 19%.

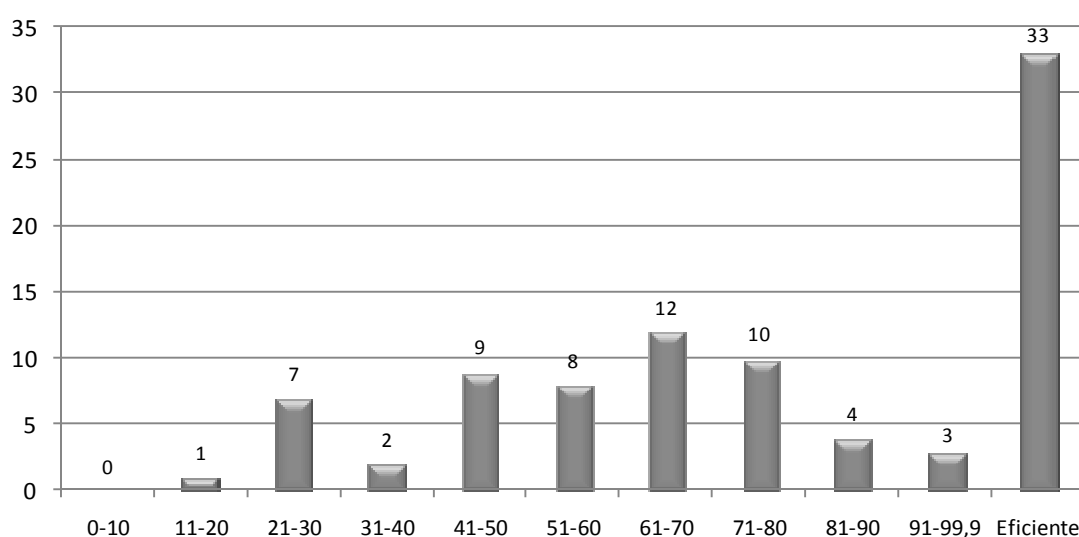


Figura 84: Distribución de los índices de eficiencia: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Mientras que el índice de eficiencia es una medida radial de la distancia de la unidad productiva respecto a la frontera eficiente, el análisis de las variables de holgura permite identificar las ineficiencias no radiales que se deben corregir. El anexo 8 contempla la mejora potencial de cada una de las unidades ineficientes, es decir, el porcentaje de cambio que la unidad debería experimentar con el objetivo de llegar a ser eficiente. Para cada uno de los *inputs* y de los *outputs* se proporcionan tres valores: el valor “actual” que presenta la unidad, el valor “objetivo” para los *inputs* o los *outputs* que se debería lograr, y la “mejora potencial”. Aunque el modelo estimado

busca maximizar los resultados, el análisis de las holguras incluye mejoras referidas tanto a la reducción de los insumos consumidos como al aumento de los productos educativos conseguidos por los centros.

La Tabla 63 proporciona la mejora potencial media⁷¹ que podría efectuarse sobre los valores actuales de los *inputs* y de los *outputs*, lo cual resulta de gran relevancia para conocer hacia dónde deberían dirigirse los objetivos de mejora. En el caso de la cohorte analizada es evidente que los esfuerzos de los centros ineficientes deben focalizarse a aumentar el rendimiento de los alumnos en matemáticas y en comprensión lectora. No obstante, cabe señalar que aunque la información proporcionada ayuda a establecer objetivos de mejora, la posible consecución de los mismos dependerá, en última instancia, de la propia idiosincrasia de los centros educativos.

VARIABLE	TIPO	MEJORA POTENCIAL
Profesores (menos 5 años)	<i>Input</i>	- 17,92%
Profesores (De 5 a 10 años)	<i>Input</i>	- 13,67%
Profesores (De 10 a 15 años)	<i>Input</i>	- 20,27%
Profesores (Más de 15 años)	<i>Input</i>	- 5,00%
Alumnos por aula	<i>Input</i>	- 4,83%
Actividades Extraescolares	<i>Input</i>	- 28,56%
Matemáticas	<i>Output</i>	+ 52,54%
Comprensión Lectora	<i>Output</i>	+ 46,79%

Tabla 63: Total mejoras potenciales: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Junto con el índice de eficiencia y de las variables de holgura, los resultados del análisis efectuado ofrecen información sobre el conjunto de unidades que constituye el grupo de referencia de cada una de las instituciones ineficientes. Dicho grupo está formado por aquellos centros educativos eficientes que tienen una estructura de producción similar y, por tanto, proporcionan ejemplos de buenas prácticas a ser imitadas. Dentro del grupo de referencia no todas las unidades tienen el mismo peso en el establecimiento de los “valores objetivo” que debería alcanzar cada unidad ineficiente para situarse sobre la frontera productiva. Esta mayor o menor importancia viene determinada por los valores de Lambda, ya que un mayor valor de Lambda indica una mayor similitud de los procesos productivos.

⁷¹ Este indicador se ha calculado como el porcentaje que suponen las mejoras potenciales sobre la media actual de *inputs* consumidos y de *outputs* producidos.

La Tabla 6 incluye el grupo de referencia de aquellos colegios que han resultado ineficientes. La identificación de las unidades con una mayor contribución en el establecimiento de los "valores objetivo" es de enorme importancia para que la unidad ineficiente pueda compararse con aquellos centros que son similares a ellas y, por tanto, identifique la naturaleza de su ineficiencia. Por ejemplo, en la cohorte analizada, el grupo de referencia del colegio 4 estaría constituido por los centros 70, 85, 103 y 109, lo cual implica que esas unidades presentan una estructura de producción similar a la de la unidad 4. Dentro de este conjunto de unidades eficientes, la que ha contribuido de mayor manera en el establecimiento de los "valores objetivo" ha sido la unidad 103 y la que menos la unidad 85.

DMU	BENCHMARKS
4	70 (28,8); 85 (5,5); 103 (73,9); 109 (14,1)
5	16 (25,4); 56 (53,8); 70 (15,2); 103 (46,1); 105 (12,7); 109 (3)
6	56 (52,3); 70 (13,5); 85 (17,5); 103 (11,8); 109 (4,8)
10	18 (5,6); 70 (13,4); 73 (1,3); 103 (55,5); 106 (19,3); 109 (14,6)
11	70 (19,7); 75 (11,4); 85 (3,3); 99 (43,4)
13	16 (109,8); 103 (65,1); 105 (11,8)
19	70 (68,7); 85 (3,2); 103 (14,8); 109 (19,1)
20	70 (18,4); 105 (59,1); 106 (11,8); 109 (32,4)
21	56 (3,4); 72 (16,2); 73 (6,6); 94 (71,1); 103 (24,4)
22	9 (13,2); 24 (41,3); 109 (45,6)
23	56 (15,8); 94 (84,2)
25	70 (11,8); 73 (33,9); 85 (14,7); 99 (37,6); 103 (14,3)
26	56 (14,9); 70 (25,5); 73 (43,3); 85 (12,7); 103 (3,5)
27	16 (28,9); 94 (56,8); 103 (76,3)
31	56 (12,1); 70 (28,6); 73 (66,5); 94 (21,3)
32	85 (26,2); 99 (117)
34	16 (37,2); 56 (6,5); 70 (17,5); 73 (17,9); 94 (59,8); 103 (20,1)
35	70 (20,9); 85 (15,8); 99 (30,8); 103 (19,1); 109 (33,6)
36	16 (49,8); 73 (23,5); 99 (43,7)
37	16 (70,7); 70 (31,7); 73 (28,2); 81 (1,9); 106 (10,4)
38	85 (4,8); 99 (33,1); 103 (1,6); 105 (32,9)
40	18 (5,6); 70 (14,2); 73 (14,2); 85 (42,1); 109 (31,2)
41	12 (10,5); 63 (4,9); 72 (84,6)
42	70 (5,1); 73 (8,9); 85 (6,5); 94 (22,9); 99 (8,8); 103 (48,6)
44	16 (28,8); 18 (6,2); 56 (26,8); 70 (2,4); 73 (7)
45	70 (14,5); 81 (12,1); 99 (5,8); 103 (16); 106 (62,4)
46	16 (10,3); 56 (17); 70 (16,1); 73 (16,1); 103 (50,2)
47	70 (57,1); 85 (12); 99 (35,2); 103 (13,4)
49	73 (71,3); 103 (2); 106 (36,7)
50	72 (7,8); 73 (57,4); 85 (34,9)

Tabla 64: Grupo de referencia para cada unidad: Cohorte 1

Nota: Valores de Lambda entre paréntesis

Fuente: Elaboración propia

DMU	BENCHMARKS
51	16 (41,7); 73 (92,6); 99 (2,7)
52	73 (21); 99 (112,5)
53	18 (10,6); 70 (27,2); 103 (48,2); 105 (17); 106 (7,9)
58	73 (10,6); 81 (8,1); 85 (5); 94 (3,1); 99 (82,5)
60	17 (70,9); 73 (24,6); 85 (3,5); 109 (1)
62	18 (13,6); 70 (24,7); 105 (29,5); 106 (51)
65	99 (100)
66	70 (8,5); 85 (27,2); 99 (47,6); 103 (13,9)
68	70 (2,8); 99 (78,2); 103 (17,7)
69	72 (2,7); 73 (9,8); 85 (2,9); 99 (44,4)
71	16 (10,4); 18 (5,2); 70 (35,7); 73 (6); 103 (24,9); 106 (3,8)
76	73 (77); 85 (19,4); 99 (0)
77	17 (4,6); 73 (76,3); 85 (19,1)
78	70 (12); 73 (26,6); 85 (42,2); 99 (2,1); 103 (19)
80	70 (2,4); 85 (16,3); 99 (9,5); 105 (58,1)
83	18 (0); 56 (21,2); 73 (31,7); 85 (39,1); 109 (1,2)
84	16 (13,5); 70 (14,6); 73 (39,5); 81 (8,8); 99 (15,9); 106 (0,4)
87	73 (100)
90	70 (4,1); 73 (19,5); 75 (8); 85 (26,8); 99 (9,5)
92	70 (2,4); 79 (11,9); 85 (19,4); 99 (47,8); 103 (12,6); 105 (9,8)
93	73 (17,6); 75 (2,4); 85 (15); 99 (41)
95	79 (3); 99 (56,8); 103 (20,5)
97	85 (21,2); 89 (29,3); 94 (9); 99 (40,5)
98	63 (15,1); 85 (10,4); 88 (70,6); 103 (0)
107	12 (36); 85 (14,3); 86 (2,4); 88 (31,1); 103 (0,1)
108	12 (2,9); 85 (6); 88 (4,8); 99 (44,4)

Tabla 64: Grupo de referencia para cada unidad: Cohorte 1 (Continuación)

Nota: Valores de Lambda entre paréntesis

Fuente: Elaboración propia

La Figura 85 representa el número de veces que cada una de las unidades eficientes ha formado parte del grupo de referencia de los centros ineficientes. Una mayor frecuencia implicará que dicho colegio exhibe unos procesos productivos usuales y, como consecuencia, sus prácticas de funcionamiento pueden más fácilmente aplicadas a los centros ineficientes. Por su parte, aquellos centros con poca presencia en los grupos de referencia puede que presente una combinación de entradas y resultados poco habitual o específica.

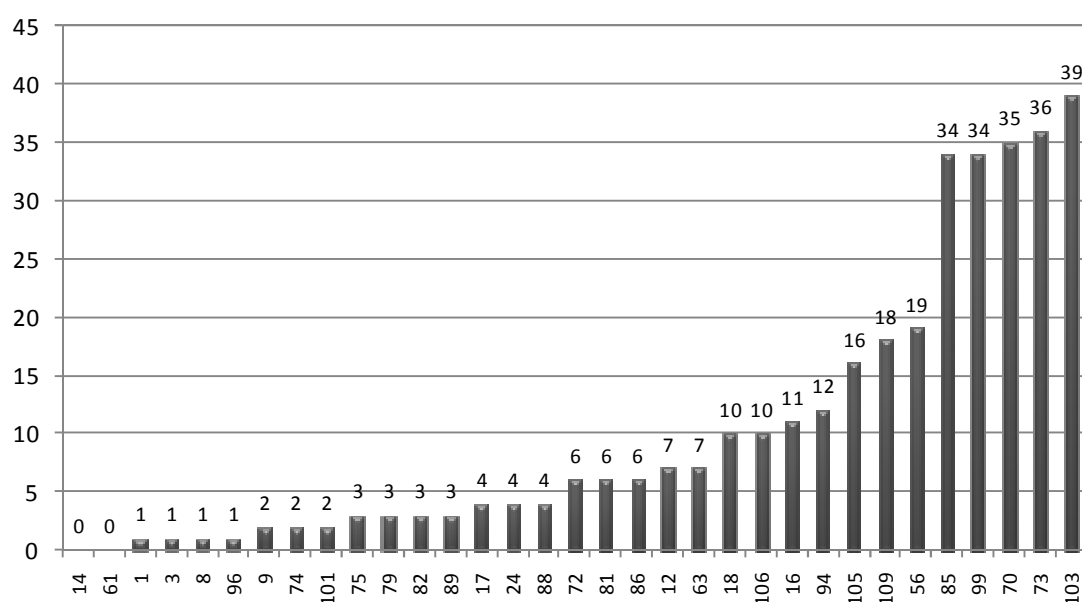


Figura 85: Frecuencia del grupo de referencia: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

6.1.2.2. Resultados de la cohorte 2

Los resultados obtenidos tras calcular los índices de eficiencia técnica de los centros educativos que componen la Cohorte 2 se incluyen en la Tabla 65.

DMU	Eficiencia VA	DMU	Eficiencia VA	DMU	Eficiencia VA
110	55,40%	130	46,30%	153	121,40%
111	44,00%	131	139,80%	154	85,70%
112	74,80%	132	91,80%	155	127,10%
113	68,10%	133	55,70%	156	136,20%
114	47,00%	135	94,20%	157	155,30%
115	55,50%	136	181,20%	158	82,60%
116	79,30%	137	148,90%	159	120,30%
117	67,20%	138	245,10%	162	138,50%
118	0,00%	140	118,20%	163	155,50%
119	66,30%	141	79,40%	164	98,20%
120	143,70%	142	582,10%	165	144,90%
121	181,10%	144	24,20%	166	77,40%
122	74,20%	145	139,40%	167	77,40%
123	58,00%	146	103,70%	168	102,30%
124	503,80%	147	68,90%	169	81,30%
125	40,10%	148	140,20%	170	405,30%
126	52,60%	149	138,60%	172	39,10%
127	76,60%	150	38,70%	174	166,70%
128	53,00%	151	192,30%		
129	69,40%	152	114,90%		

Tabla 65. Eficiencia técnica (Índices de supereficiencia): Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

De las 58 instituciones analizadas, tan sólo 26 se sitúan sobre la frontera productiva. Dentro de estas unidades eficientes destaca el comportamiento de los centros 124, 142 y 170. El índice de ineficiencia medio del conjunto de los institutos y colegios de educación secundaria que forman parte de la muestra es del 20,30 %. Considerando únicamente la media de las unidades ineficientes dicho valor se incrementa hasta el 38,71 %

La distribución por rangos de las puntuaciones de eficiencia se contempla en la Figura 86. En dicha representación se observa cómo 8 de las 32 unidades ineficientes presentan un índice de ineficiencia superior al 50 %, el nivel de ineficiencia de 18 de los centros se sitúan entre el 49% y el 20%, y la ineficiencia de 6 de las instituciones es inferior al 19%.

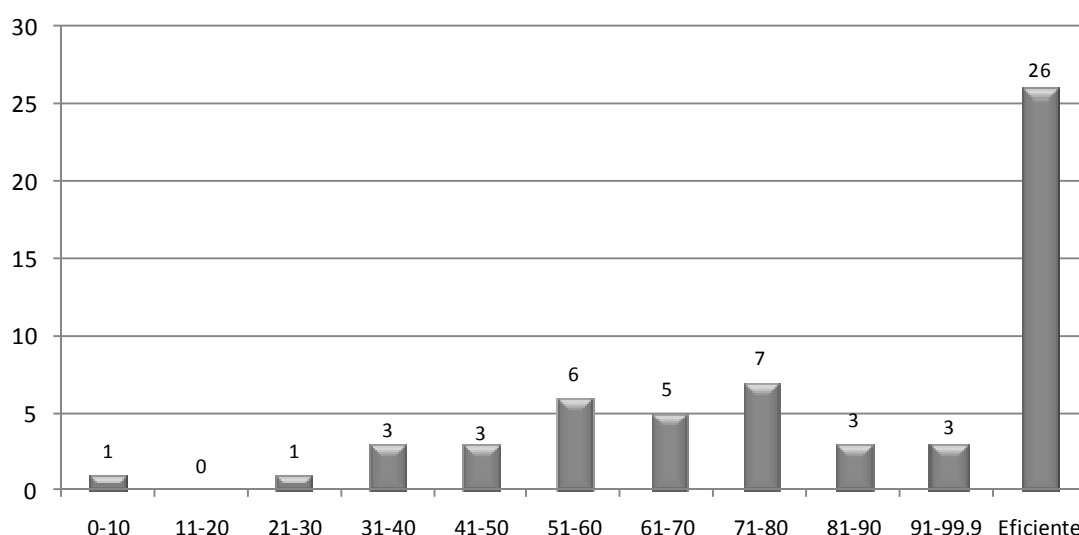


Figura 86: Distribución de los índices de eficiencia: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

El análisis de las variables de holgura ha permitido identificar las ineficiencias no radiales que estas unidades ineficientes deben corregir. Las mejoras potenciales que cada uno de los centros educativos pueden llevar a cabo se recogen en el Anexo 8. Del mismo modo, la Tabla 66 incluye el porcentaje que suponen estas mejoras potenciales a efectuar sobre la cantidad actual de *inputs* consumidos y de *output* producidos. En este sentido, el aumento del rendimiento de los alumnos en matemáticas aparece como una de las principales mejoras a cometer para que los centros puedan situarse sobre la frontera productiva.

VARIABLE	TIPO	MEJORA POTENCIAL
Profesores (menos 5 años)	Input	- 19,93%
Profesores (De 5 a 10 años)	Input	- 31,68%
Profesores (De 10 a 15 años)	Input	- 31,37%
Profesores (Más de 15 años)	Input	- 35,45%
Alumnos por aula	Input	- 1,79%
Actividades Extraescolares	Input	- 45,45%
Matemáticas	Output	+ 39,49%
Comprensión Lectora	Output	+ 31,23%

Tabla 66: Total mejoras potenciales: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 67 proporciona información sobre las unidades eficientes que constituyen el grupo de referencia de las instituciones ineficientes.

DMU	Benchmarks
110	124(19,3); 170(23,4); 174(49,9)
111	124(97,9); 145(42,3); 151(2,9)
112	124(17,7); 145(51,4); 151(44); 159(23,3)
113	124(9,7); 142(0,7); 146(12,2); 149(57,4); 165(36,2)
114	124(1,7); 151(7,8); 159(29); 170(14,8); 174(77,1)
115	124(9,1); 145(21,9); 151(46,3); 165(59,3)
116	124(15,3); 148(17,7); 165(37,6); 174(25,7)
117	124(39,8); 142(34); 145(19,3); 151(0); 165(26,7)
118	121(0,1); 124(71,3); 170(12)
119	142(62,3); 151(154,7)
122	124(60); 170(40)
123	124(19,4); 142(54,9); 165(31); 170(0,8); 174(20,2)
125	124(10,9); 151(18,2); 159(74,1); 170(11,2)
126	124(41,1); 136(19,6); 142(46); 151(61,7)
127	124(64,4); 136(29,5); 151(13,9)
128	124(86); 151(0)
129	124(30,2); 170(69,8)
130	124(22,7); 145(67); 151(29,8); 165(21,7)
132	124(51); 170(39,6); 174(0)
133	124(19,2); 136(18); 151(45,5); 159(46); 170(1,9)
135	124(1,2); 170(98,8)
141	142(100)
144	124(6,4); 151(16,1); 153(8); 159(27,5); 165(52,7); 174(14,6)
147	124(1); 142(30,9); 165(4,4); 174(62)
150	124(64); 151(7,4); 170(23)
154	131(18); 137(12); 140(6,5); 142(56,3)
158	124(36,4); 145(2,3); 162(54,4)
164	131(16,5); 156(11,5); 159(15); 168(48,6)
166	124(45,3); 136(7,6); 151(8,6); 159(36); 170(2,7)
167	124(32,7); 138(7,6); 153(74,9); 170(47,2)
169	124(3,5); 153(110,9); 170(2,4); 174(3,2)
172	124(41,9); 170(58,1)

Tabla 67: Grupo de referencia para cada unidad: Cohorte 2

Nota: Valores de Lambda entre paréntesis

Fuente: Elaboración propia

El análisis de este conjunto de referencia facilitará la identificación de la naturaleza de la ineficiencia y, como consecuencia, el establecimiento de medidas correctivas y de mejora.

La Figura 87 representa el número de veces que cada unidad eficiente ha formado parte del grupo de referencia de las unidades ineficientes. El centro 124 es la institución que más veces ha aparecido como ejemplo de buena práctica operativa, concretamente en 36 ocasiones. Por su parte, la institución 120, aún situándose sobre la frontera eficiente, es probable que presente una combinación inusual de entradas y salidas, difícil de emular por los demás centros educativos.

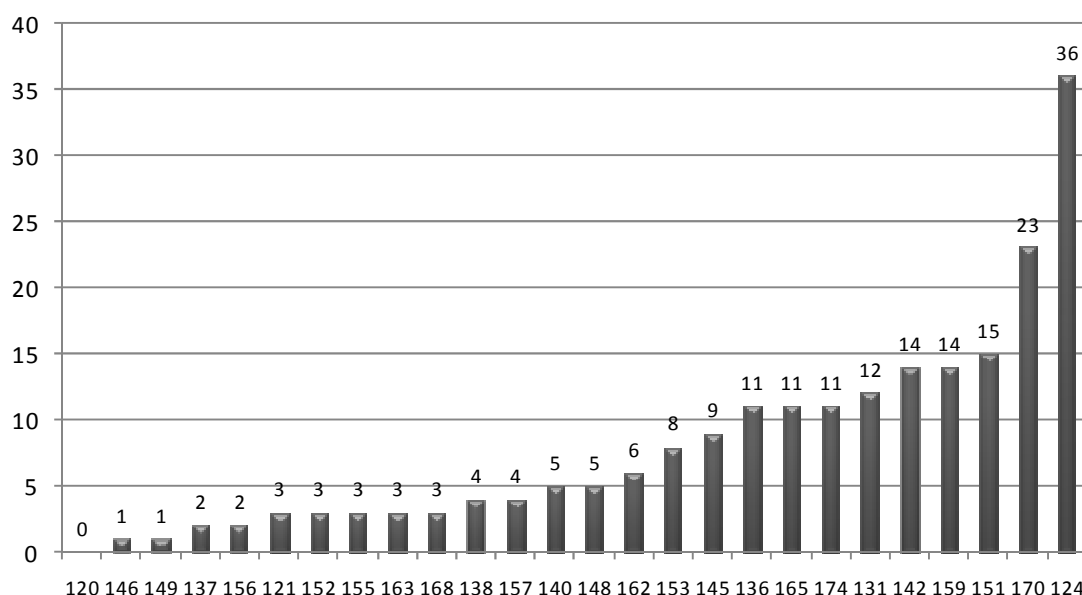


Figura 87: Frecuencia del grupo de referencia: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

6.1.2.3. Resultados de la cohorte 3

Las puntuaciones de eficiencia estimadas para los institutos y colegios de educación secundaria que imparten 3º y 4º de E.S.O. se recogen en la Tabla 68. El análisis de los resultados muestra cómo de los 53 centros que componen esta tercera cohorte, tan sólo 26 unidades se sitúan sobre la frontera productiva. Dentro de este conjunto de unidades eficientes, destaca el comportamiento de los centros 124 y 142. El nivel de ineficiencia medio, considerando la totalidad de los centros, es del 14,30%. Sin embargo, si se tienen en cuenta tan sólo las unidades ineficientes, el nivel de ineficiencia incrementa hasta el 27,58%.

DMU	Eficiencia VA	DMU	Eficiencia VA	DMU	Eficiencia VA
110	97,70%	129	0,00%	150	107,50%
111	104,20%	131	124,90%	151	95,50%
112	44,70%	132	116,80%	152	110,50%
113	52,20%	133	52,30%	153	155,00%
114	43,20%	134	89,80%	154	113,80%
115	56,00%	135	128,50%	155	83,00%
116	81,20%	136	215,90%	156	83,90%
117	83,80%	137	143,40%	157	173,70%
118	121,90%	138	132,90%	159	101,00%
119	91,50%	140	105,30%	162	98,10%
120	241,30%	141	30,60%	165	98,90%
121	215,40%	142	1000,00%	166	71,70%
122	76,40%	143	453,70%	168	129,50%
123	94,20%	144	48,60%	169	71,60%
124	1000,00%	145	138,00%	170	807,20%
125	79,90%	146	97,00%	172	106,30%
126	55,10%	147	78,20%	174	202,20%
127	86,80%	148	134,60%		

Tabla 68: Eficiencia técnica (Índices de supereficiencia): Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

La distribución de las puntuaciones de eficiencia se representa en la Figura 88. De las 27 unidades que no se sitúan sobre la frontera eficiente, 2 presentan un nivel de ineficiencia superior al 60% y 7 un nivel de ineficiencia comprendido entre el 59% y el 40%. Finalmente, el resto de unidades tienen un índice de ineficiencia inferior al 29%.

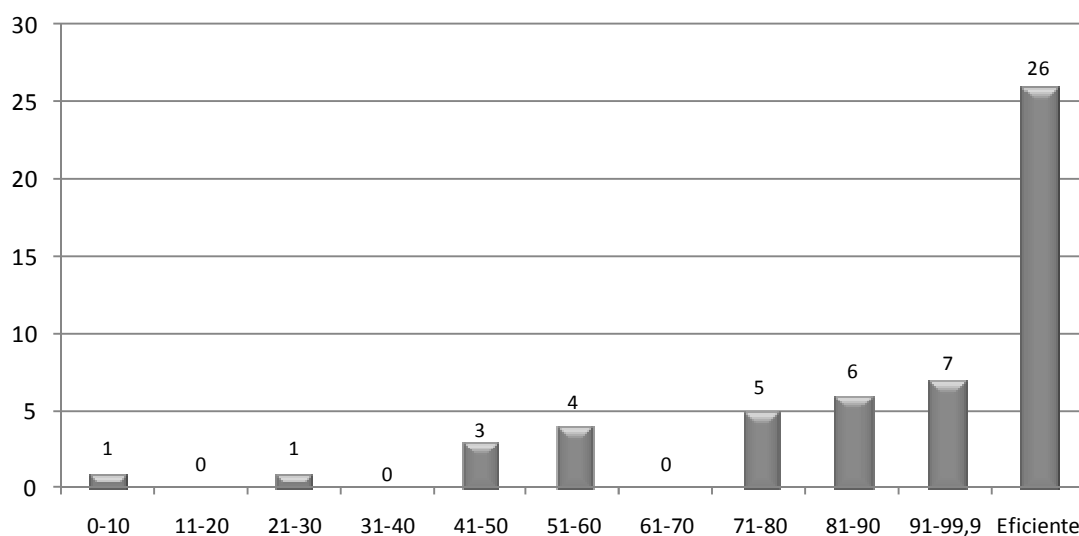


Figura 88: Distribución de los índices de eficiencia: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

La información que facilita el análisis de las holguras sobre las mejoras potenciales que deberían efectuar las unidades ineficientes se recoge en el Anexo 8. A modo de resumen, la Tabla 69 refleja el porcentaje que suponen estas mejoras potenciales sobre la cantidad actual de *inputs* consumidos y de *outputs* producidos. En lo que refiere a la maximización de los resultados, los esfuerzos de las unidades ineficientes deberían ir dirigidos, principalmente, a incrementar el rendimiento en matemáticas de los estudiantes.

VARIABLE	TIPO	MEJORA POTENCIAL
Profesores (menos 5 años)	<i>Input</i>	- 37,02%
Profesores (De 5 a 10 años)	<i>Input</i>	- 24,34%
Profesores (De 10 a 15 años)	<i>Input</i>	- 27,08%
Profesores (Más de 15 años)	<i>Input</i>	- 35,10%
Alumnos por aula	<i>Input</i>	- 2,5%
Actividades Extraescolares	<i>Input</i>	- 47,37%
Matemáticas	<i>Output</i>	+ 40,21%
Comprensión Lectora	<i>Output</i>	+ 20,31%

Tabla 69: Total mejoras potenciales: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

El análisis de las unidades que constituyen el grupo de referencia de las instituciones ineficientes se contemplan en la Tabla 70. Estos centros educativos proporcionan ejemplos de buenas prácticas que podrán ser consideradas a la hora de solventar las ineficiencias detectadas.

DMU	Benchmarks
129	170(100)
141	142(100)
114	153(32,7); 168(12,4); 170(13,8); 174(63,4)
112	153(125,8)
144	153(117,9); 170(0,5); 174(14,3)
113	121(10,1); 124(21,6); 145(15,6); 153(80,3)
133	120(7); 136(17,1); 148(31,6); 153(55,1)
126	148(86,4); 150(0,7); 153(65,8);
115	153(135,5)
169	124(3,5); 143(10,5); 153(111,3); 170(1); 174(2,4)
166	121(47,5); 124(21); 138(43,2); 153(6,1); 170(27,6)
122	170(87,1); 172(12,9)
147	153(97,7); 174(4,7)
125	121(8,1); 148(30,6); 150(23,8); 153(45,9)
116	124(9,3); 153(79,4); 170(15,5); 174(16,1)
155	143(27,2); 148(5,8); 152(75,7); 157(6,1)
117	145(11,9); 152(19,9); 153(83,8)
156	142(3,7); 148(14,1); 168(1,7); 174(50,3)
127	120(74,7); 135(9,6); 148(38,8)
134	136(1,7); 145(58,8); 153(48,6); 168(0,7)
119	153(109,7)
123	153(109,7)
151	148(15); 153(86,8)
146	148(20,6); 153(90,4)
110	124(9); 143(18,5); 170(19,7); 174(49,9)
162	131(3,2); 143(52,8); 145(9,7); 153(7,3); 157(15,5)
165	143(27,8); 153(74,3); 174(1,4)

Tabla 70: Grupo de referencia para cada unidad: Cohorte 3

Nota: Valores de Lambda entre paréntesis

Fuente: Elaboración propia

La Figura 89 presenta el número de veces que cada centro eficiente ha formado parte del grupo de referencia de las unidades ineficientes. De esta forma, la unidad 153 ha sido la institución que más veces ha aparecido como ejemplo de buena práctica operativa, mientras que las unidades 111 y 132 no han formado parte del grupo de referencia de ninguna de las unidades ineficientes.

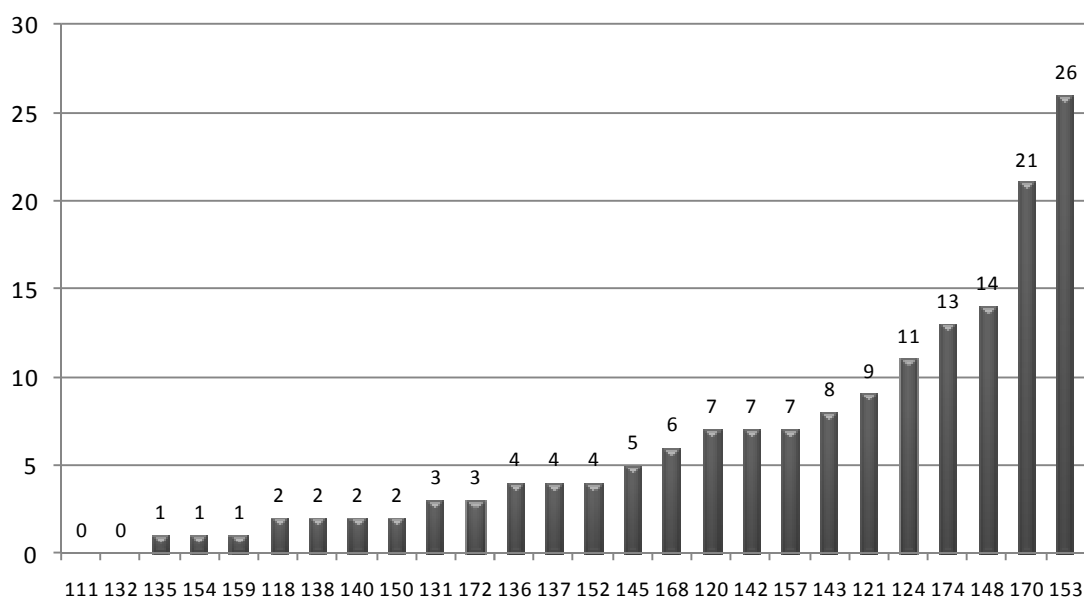


Figura 89: Frecuencia del grupo de referencia: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

6.1.3. Análisis de segunda etapa

En esta segunda etapa se ha perseguido analizar si los diferentes niveles de ineficiencia observados se deben al efecto de los *inputs* no controlables que están fuera del control de las escuelas y que, consecuentemente, no han sido considerados en el DEA efectuado anteriormente. Para ello, el índice radial estimado se incluye como variable dependiente en un modelo de regresión en el que las variables ambientales se introducen como predictores. Entre las ventajas que trae consigo el aplicar este procedimiento metodológico, frente a otra de las alternativas utilizadas para controlar el efecto de los *inputs* no controlables, destaca el hecho de que el efecto de las variables ambientales es probado en términos de significatividad y signo. Del mismo modo, permite considerar un número elevado de variables. Atendiendo a los inconvenientes, se debe señalar que sólo se tiene en cuenta el componente radial de la ineficiencia, ignorándose la información proporcionada por el análisis de las holguras (Fried, Schmidt y Yaisawarng, 1999; Codero, et al., 2005).

Entre los métodos principalmente utilizados para estimar los coeficientes de regresión en esta segunda etapa se encuentran el método de los mínimos cuadrados ordinarios (MCO) y el método Tobit⁷². En el presente trabajo se ha optado por el

⁷² Hoff (2007) y McDonald (2009) comparan el método de MCO y el método de regresión Tobit cuando se utilizan en análisis de segunda etapa.

modelo de regresión censurado (modelo Tobit) ya que las puntuaciones de eficiencia están limitadas al rango [0; 100]. Este método toma este aspecto en consideración de forma que el modelo puede ser escrito como:

$$\begin{aligned}
 y_i^* &= \beta X_i + \mu_i \\
 y_i &= 0; \quad y_i^* < 0 \\
 y_i &= y_i^*; \quad 0 \leq y_i^* \leq 100 \\
 y_i &= 100; \quad y_i^* > 100
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

Donde X_i es el vector de variables ambientales; β es el vector de coeficientes a ser estimados; y_i^* es una variable latente que representa la eficiencia técnica de las escuelas; y μ_i sigue una distribución normal con media cero y varianza $\sigma_{\mu_i}^2$.

Los indicadores introducidos en el análisis han sido: la tasa de desempleo⁷³, el precio de la vivienda⁷⁴, la tasa de inmigración⁷⁵, las etapas educativas que se imparten en el centro⁷⁶, la tasa de alumnos con necesidades educativas especiales⁷⁷, el absentismo escolar⁷⁸, las horas de clase no impartidas⁷⁹, la percepción del clima escolar⁸⁰, el acoso entre los alumnos⁸¹ y las agresiones al profesorado⁸².

⁷³ Se ha incluido la tasa de paro en cada una de las localidades o, en el caso de Madrid Capital, en cada uno de los distritos.

⁷⁴ En cada localidad se ha considerado el precio real del m² de vivienda proporcionado por la Sociedad de Tasación para el año 2006. En Madrid capital este valor ha variado en función de los distritos.

⁷⁵ Incluye la proporción de la población inmigrante empadronada en cada localidad, o en cada distrito de Madrid Capital.

⁷⁶ El indicador etapas educativas proporciona información de si el centro imparte exclusivamente una etapa educativa (primaria o secundaria) o las dos (primaria y secundaria).

⁷⁷ Se ha considerado la proporción que representa el alumnado con NEE respecto a la totalidad de alumnos del centro.

⁷⁸ Como medida del absentismo escolar se ha dividido el número total de faltas registradas por el centro durante el curso entre el número de alumnos.

⁷⁹ Se ha definido como el número de horas de clase no impartidas entre el número de alumnos.

⁸⁰ Percepción del clima escolar por parte del Equipo Directivo. Toma los siguientes valores: 0: Malo; 1:Mejorable; 2: Bueno; 3: Muy bueno

⁸¹ Mide si ha habido algún caso de acoso entre estudiantes en los últimos tres años. Toma dos valores: 0: No; 1: Sí.

⁸² Mide si ha habido algún caso de agresión hacia el profesorado en los últimos tres años. Toma dos valores: 0: No; 1: Sí.

Los resultados obtenidos tras el análisis de regresión efectuado para las escuelas que componen la cohorte 1 se contemplan en la Tabla 71. De las 89 observaciones introducidas han sido censuradas 33 debido a que presentaban un índice de eficiencia igual o superior a la unidad y, por tanto, un comportamiento eficiente. La probabilidad asociada a la razón de verosimilitud de Chi-Cuadrado (Likelihood Ratio Chi-Square) lleva a aceptar la hipótesis nula que afirma que todos los coeficientes de regresión son simultáneamente iguales a cero (LR $\chi^2 = 13,19$; grados de libertad = 10; $p = 0,2130$), es decir, el modelo en su conjunto no ajusta mejor que el modelo vacío (sin predictores). Este hecho se pone también de manifiesto al considerar la probabilidad asociada al estadístico de t que acompaña a cada uno de los coeficientes de regresión ya que, a excepción de en el caso de la constante, dicha probabilidad es superior a un valor de alfa igual a 0,01.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
Tasa de desempleo	-0,097	0,053	-1,81	0,073
Precio de la vivienda	0,000	0,000	0,79	0,434
Tasa de inmigración	0,004	0,011	0,37	0,710
Etapas	0,173	0,106	1,63	0,107
Alumnado con NEE	-0,332	0,455	-0,73	0,468
Tasas de absentismo	-0,004	0,007	-0,56	0,580
Horas de clase no impartidas	0,037	0,026	1,41	0,162
Clima	0,029	0,077	0,38	0,704
Acoso entre alumnos	0,106	0,239	0,44	0,658
Agresión al profesorado	0,144	0,202	0,71	0,479
Constante	0,950	0,283	3,36	0,001

Tabla 71: Regresión Tobit Cohorte 1: Modelo VA

Fuente: Elaboración propia

Por su parte, en el modelo estimado para la cohorte 2 se observa cómo al menos alguno de los coeficientes de regresión es significativamente diferente de cero (LR $\chi^2 = 25,19$; grados de libertad = 10; $p = 0,0050$). Sin embargo, si se analiza la Tabla 72, el único coeficiente que resulta significativo es la constante, es decir, ninguno de los predictores introducidos ha resultado significativo en la explicación de la ineficiencia de los centros. Cabe señalar que de las 58 observaciones introducidas en este segundo modelo, 26 han sido censuradas a la derecha por presentar un nivel de eficiencia igual o superior a 1, y una de las unidades ha sido censurada a la izquierda.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
Tasa de desempleo	0,056	0,062	0,91	0,370
Precio de la vivienda	0,000	0,000	-1,70	0,096
Tasa de inmigración	0,003	0,010	0,34	0,738
Etapas	0,065	0,124	0,53	0,602
Alumnado con NEE	-0,230	0,615	-0,37	0,711
Tasas de absentismo	-0,002	0,002	-0,96	0,343
Horas de clase no impartidas	-0,158	0,081	-1,95	0,057
Clima	0,020	0,081	0,24	0,811
Acoso entre alumnos	0,017	0,123	0,14	0,890
Agresión al profesorado	-0,119	0,128	-0,93	0,356
Constante	0,888	0,353	2,51	0,015

Tabla 72: Regresión Tobit Cohorte 2: Modelo VA

Fuente: Elaboración propia

Los resultados del modelo de regresión estimado para las escuelas de la Cohorte 3 se recogen en la Tabla 73.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
Tasa de desempleo	-0,102	0,080	-1,28	0,207
Precio de la vivienda	0,000	0,000	0,66	0,513
Tasa de inmigración	-0,013	0,011	-1,10	0,275
Etapas	0,198	0,154	1,28	0,206
Alumnado con NEE	0,695	1,214	0,57	0,570
Tasas de absentismo	0,000	0,002	-0,09	0,932
Horas de clase no impartidas	-0,032	0,093	-0,34	0,736
Clima	-0,078	0,104	-0,75	0,459
Acoso entre estudiantes	0,256	0,158	1,62	0,112
Agresión al profesorado	-0,264	0,153	-1,73	0,091
Constante	1,587	0,459	3,45	0,001

Tabla 73: Regresión Tobit Cohorte 3: Modelo VA

Fuente: Elaboración propia

En este último modelo, 26 de las 53 observaciones introducidas han sido censuradas a la derecha (eficiencia ≥ 1) y una de las unidades ha sido censurada a la izquierda (eficiencia = 0). La probabilidad asociada a la razón de verosimilitud de Chi-Cuadrado (Likelihood Ratio Chi-Square) muestra cómo los coeficientes de regresión no son significativamente diferentes de cero (LR chi2 =12,28; grados de libertad = 10; p. = 0,2668). Por su parte, la probabilidad asociada al estadístico de t que acompaña a cada uno de los coeficientes de regresión indica que ninguno de los predictores considerados en el modelo resulta significativo.

6.1.4. Análisis de las puntuaciones de eficiencia

En este último apartado se ha buscado analizar si los índices de eficiencia estimados varían en función del DAT y la titularidad de los centros educativos.

Analizando los resultados para las escuelas de educación primaria, la Figura 90 muestra cómo mientras que las escuelas del DAT “Madrid Oeste” son las más que utilizan sus recursos de manera más eficiente, los colegios del DAT “Madrid Sur, en promedio, son los que presentan un índice de ineficiencia más elevado (37,19%), seguidas de los centros del DAT “Madrid Este” (34,47%).

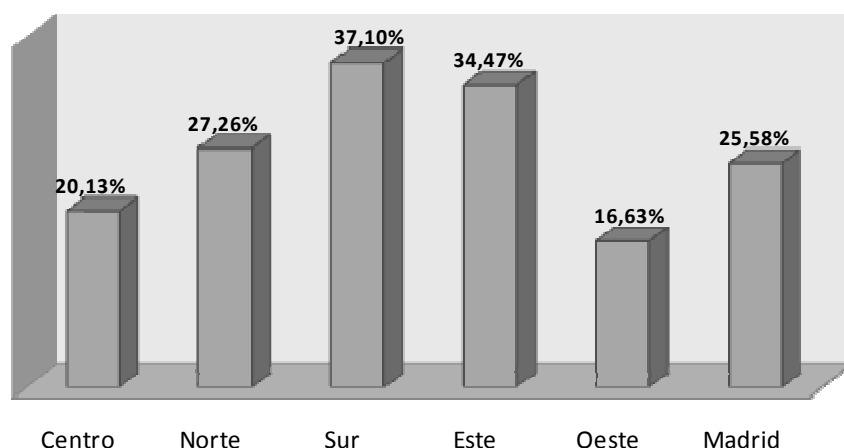


Figura 90: Diferencias en la ineficiencia de los centros educativos en función del DAT: Cohorte1

Fuente: Elaboración propia

A pesar de las diferencias observadas, los resultados del Análisis de Varianza efectuado indica que las ineficiencias medias de los cinco DATs considerados no difieren significativamente ($F = 2,16$; $p. = 0,080$) y, por tanto, se debe afirmar que la ineficiencia media de los colegios de educación primaria no varían en función del DAT.

Si se analiza la ineficiencia media de los colegios que componen la cohorte 1 en función de la titularidad (Figura 91), se evidencia cómo, de media, los centros más ineficientes son los públicos (33,03%), seguidos de los centros concertados (18,58%) y de los privados (10,10%), siendo estos últimos los que muestran un índice de ineficiencia menor. Los resultados del análisis factorial efectuado muestra cómo esas diferencias observadas son significativas ($F = 5,601$; $p. = 0,005$).

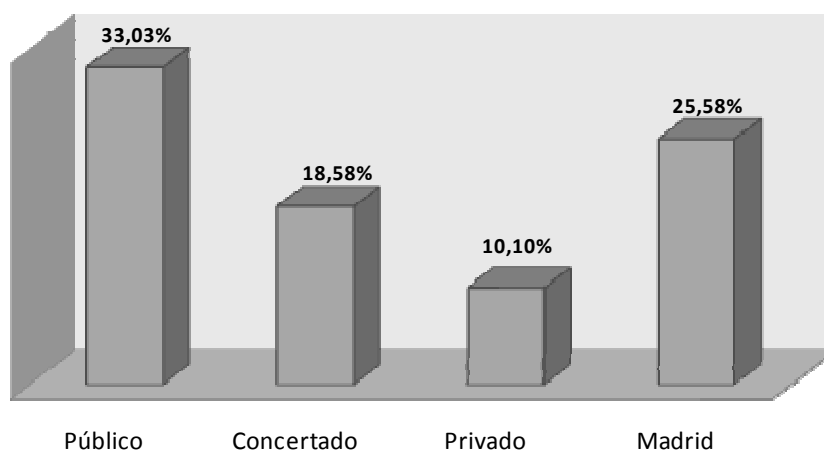


Figura 91: Diferencias en la ineficiencia de los centros educativos en función de la titularidad: Cohorte1
Fuente: Elaboración propia

Una vez que se ha concluido que la media de ineficiencia de las escuelas difiere en función de la titularidad de las mismas, se ha procedido a determinar entre qué pares de medias se observan esas diferencias. Los contrastes posteriores de Scheffé que se incluyen en la Tabla 74 permiten observar cómo el nivel de ineficiencia de los centros públicos difiere significativamente del índice estimado para los colegios concertados y privados. Sin embargo, entre estos dos últimos tipos de centros las diferencias observadas no resultan significativas.

	Público	Concertado	Privado
Público		-0,144 (p = 0,041)	-0,229 (p = 0,028)
Concertado	0,144 (p = 0,041)		-0,0848 (p = 0,633)
Privado	0,229 (p = 0,028)	0,0848 (p = 0,633)	

Tabla 74: Comparaciones múltiples. Diferencias en la ineficiencia media por titularidad: Cohorte 1
Fuente: Elaboración propia

Analizando los resultados de los centros educativos que componen la Cohorte 2 se evidencia cómo, si se compara el nivel de ineficiencia de las instituciones en función del DAT (Figura 92), los centros del DAT “Madrid Sur” son los que muestran un índice de ineficiencia mayor (24,91 %). Por su parte, las instituciones del DAT “Madrid Oeste” (18,17%) y las de DAT “Madrid Centro” (18,60%) son las que, de media, estarían más cerca de la frontera eficiente. A pesar de estas discrepancias, el análisis de varianza realizado lleva a concluir que las diferencias observadas en el nivel de ineficiencia

medio en función del DAT no son significativas y, por tanto, podrían deberse a efectos aleatorios ($F = 0,149$; $p = 0,963$).

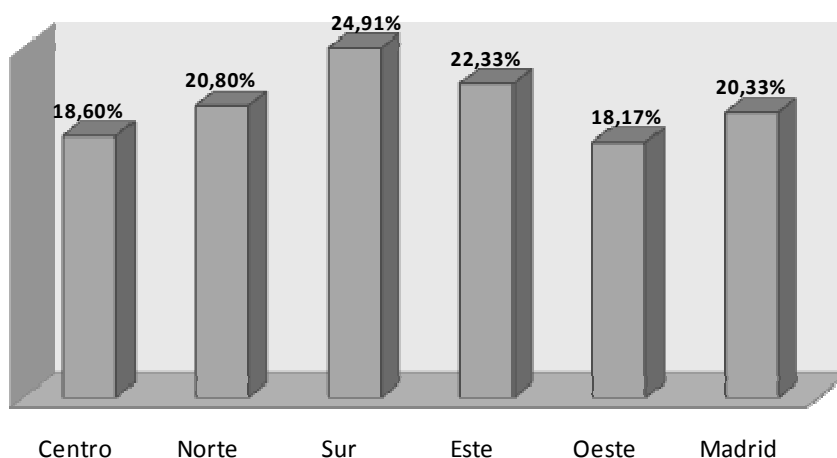


Figura 92: Diferencias en la ineficiencia de los centros educativos en función del DAT: Cohorte2

Fuente: Elaboración propia

Atendiendo a la ineficiencia de los centros en función de su titularidad, la Figura 93 permite observar cómo para esta cohorte los centros más eficientes son aquellos de titularidad concertada (8,88%), mientras que en el extremo opuesto se situarían las instituciones de titularidad pública (33,24%).

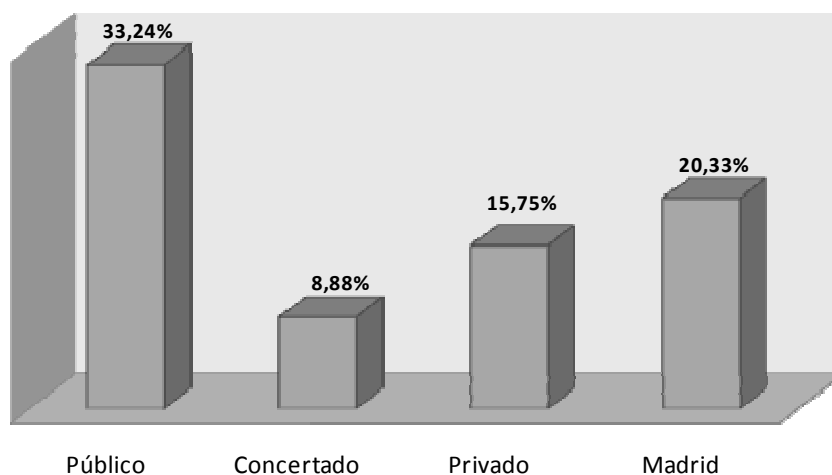


Figura 93: Diferencias en la ineficiencia de los centros educativos en función de la titularidad: Cohorte2

Fuente: Elaboración propia

Estas discrepancias en el índice de ineficiencia medio en función de la titularidad han resultado significativas a un nivel de confianza de 99% ($F = 8,023$; $p = 0,0008$). Las comparaciones múltiples proporcionadas por la prueba de Scheffé (Tabla

75) indican que, al igual que ocurría con las escuelas que componían la cohorte 1, la ineficiencia media de los centros públicos diere significativamente del nivel de ineficiencia de las instituciones de titularidad concertada o privada, pero entre estos dos últimos tipos de centros las diferencias observadas no resultan significativas.

	Público	Concertado	Privado
Público		-0,244 (p = 0,001)	-0,175 (p = 0,151)
Concertado	0,244 (p = 0,001)		-0,069 (p = 0,741)
Privado	0,175 (p = 0,151)	0,069 (p = 0,741)	

Tabla 75: Comparaciones múltiples. Diferencias en la ineficiencia media por titularidad: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Figura 94 representa la ineficiencia media de los centros de la tercera cohorte en función del DAT. Como se evidenciaba en las dos cohortes anteriores, los centros del DAT “Madrid Sur” son los que muestran un nivel de ineficiencia más elevado. Sin embargo, dentro de este conjunto de unidades, las instituciones más próximas a la frontera eficiente son las unidades del DAT “Madrid Este”. Independientemente de estas diferencias, los resultados del análisis factorial reflejan que las posibles variaciones en el nivel de ineficiencia medio de los centros educativos en función del área territorial se deben a efectos aleatorios ($F = 0,556$; $p = 0,695$).

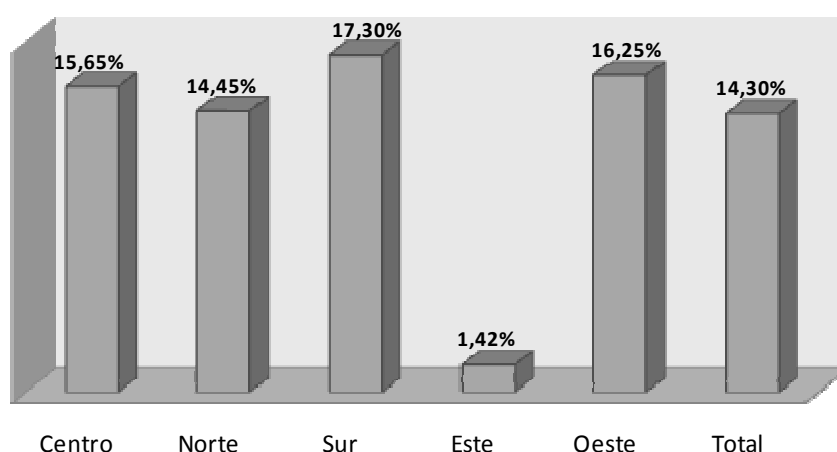


Figura 94: Diferencias en la ineficiencia de los centros educativos en función del DAT: Cohorte3

Fuente: Elaboración propia

Centrando el análisis en la ineficiencia de las instituciones en función de la titularidad se observa que, aunque los centros de titularidad pública son los que

presentan un mayor nivel de ineficiencia, la diferencias no resultan significativas ($F = 2,365$; $p. 0,104$).

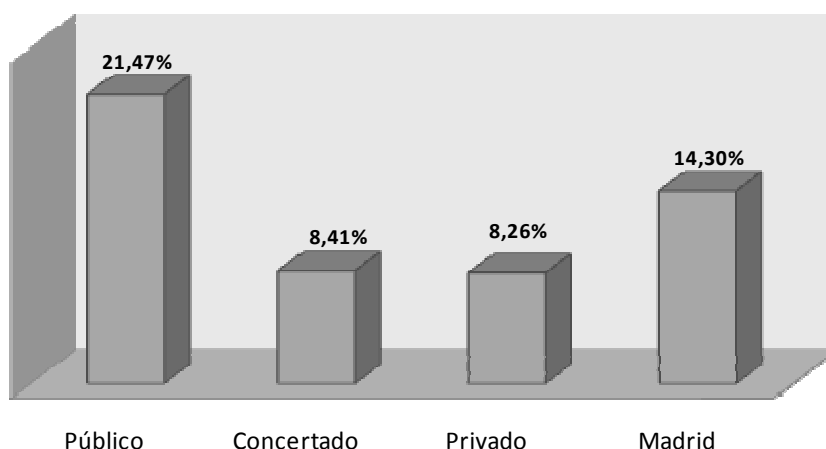


Figura 95: Diferencias en la ineficiencia de los centros educativos en función de la titularidad: Cohorte 3
Fuente: Elaboración propia

6.2. CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TOMANDO COMO *OUTPUT* LAS TASAS DE PROMOCIÓN

Analizados los resultados obtenidos tras evaluar la eficiencia técnica de los centros educativos de la Comunidad de Madrid tomando como *output* el valor añadido de las escuelas, se ha estimado otro modelo que ha incorporado como resultado educativo las tasas de promoción. Este indicador representa la proporción de alumnos que superan un determinado nivel educativo en función de los que estaban inicialmente matriculados. El objetivo de calcular la eficiencia bajo esta nueva función de producción es determinar en qué medida los índices calculados pueden verse afectados si se considera, en lugar del valor añadido, uno de los *outputs* tradicionalmente utilizados en el análisis de la eficiencia. Desde esta perspectiva, la eficiencia de las escuelas vendrá determinada por las tasas de graduación que generen en función de los recursos consumidos para ello.

6.2.1. Resultados de la cohorte 1

Los resultados obtenidos tras estimar el modelo que incorpora como resultado del sistema educativo las tasas de promoción de las escuelas se presentan en la Tabla

76. El coeficiente de correlación de Spearman, entre las puntuaciones de eficiencia calculadas tomando como *output* las medidas de valor añadido y el que considera las tasas de promoción, es igual a 0,65 ($p < 0,01$), lo cual indica una relación significativa y positiva entre los índices obtenidos por los diferentes modelos. No obstante, cabe señalar que el valor del coeficiente de correlación está lejos de reflejar una relación perfecta entre ambas variables.

DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción	DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción	DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción
1	100,00%	100,00%	38	99,10%	100,00%	77	67,30%	91,60%
3	100,00%	97,20%	40	49,40%	38,00%	78	38,10%	79,20%
4	56,00%	67,30%	41	90,60%	100,00%	79	100,00%	100,00%
5	74,90%	63,90%	42	84,70%	82,00%	80	58,60%	88,40%
6	75,10%	86,50%	44	62,40%	100,00%	81	100,00%	100,00%
8	100,00%	61,80%	45	73,60%	75,50%	82	100,00%	94,60%
9	100,00%	97,60%	46	70,70%	80,50%	83	46,50%	97,40%
10	79,30%	37,60%	47	37,30%	59,00%	84	52,30%	48,00%
11	43,40%	90,50%	49	48,00%	85,70%	85	100,00%	100,00%
12	100,00%	100,00%	50	47,30%	94,60%	86	100,00%	100,00%
13	22,80%	50,00%	51	14,70%	65,90%	87	47,80%	100,00%
14	100,00%	100,00%	52	50,70%	58,70%	88	100,00%	100,00%
16	100,00%	94,50%	53	56,20%	77,40%	89	100,00%	100,00%
17	100,00%	39,20%	56	100,00%		90	57,60%	100,00%
18	100,00%	100,00%	58	47,60%	79,80%	92	63,30%	82,70%
19	24,90%	70,80%	60	76,80%	98,20%	93	95,90%	98,50%
20	42,50%	72,90%	61	100,00%	100,00%	94	100,00%	100,00%
21	72,10%	82,30%	62	68,00%	80,80%	95	85,60%	100,00%
22	67,80%	100,00%	63	100,00%	100,00%	96	100,00%	100,00%
23	66,30%	100,00%	65	57,40%	87,70%	97	91,70%	88,80%
24	100,00%	100,00%	66	80,50%	72,20%	98	51,60%	99,50%
25	64,10%	69,00%	68	64,60%	45,30%	99	100,00%	100,00%
26	63,80%	76,20%	69	78,80%	100,00%	101	100,00%	100,00%
27	26,40%	56,50%	70	100,00%	100,00%	103	100,00%	100,00%
31	27,10%	73,20%	71	71,50%	94,70%	105	100,00%	100,00%
32	25,20%	58,70%	72	100,00%	100,00%	106	100,00%	100,00%
34	54,60%	52,20%	73	100,00%	100,00%	107	68,40%	100,00%
35	63,20%	66,30%	74	100,00%	96,40%	108	87,30%	100,00%
36	26,40%	75,90%	75	100,00%	100,00%	109	100,00%	100,00%
37	28,80%	30,00%	76	76,70%	89,80%	MEDIA	74,42%	84,28%
						Unidades		
						Eficientes	33	36

Tabla 76: Índices de eficiencia: modelo de valor añadido vs. modelo promoción: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

El número de centros educativos clasificados como eficientes en el modelo “Eficiencia VA” ha sido de 33, mientras que en el modelo “Eficiencia promoción” las unidades eficientes ascienden a 36. Igualmente, la eficiencia media en el modelo que

incorpora la tasa de promoción es, aproximadamente, un 10% superior que la media del modelo “Eficiencia VA”.

Dado que en el modelo “Eficiencia promoción” no se controló el efecto que las características individuales y familiares de los alumnos pueden ejercer sobre los resultados educativos, se ha calculado un modelo de regresión censurado (modelo Tobit) en el que el índice radial estimado en el modelo “Eficiencia promoción” se incluye como variable dependiente y los factores individuales se introducen como predictores. De esta forma, se ha pretendido determinar si las diferencias observadas en las puntuaciones de eficiencia resultantes de aplicar ambos modelos se deben a la posible influencia de estos *inputs* no controlables sobre el segundo modelo.

Los *inputs* no controlables que se han considerado, para cada uno de los centros educativos, han sido: el porcentaje de chicas; el porcentaje de alumnado inmigrante de primera generación; el porcentaje de alumnado inmigrante de segunda generación; el porcentaje de alumnos que poseen más de 100 libros en el hogar; el nivel medio de estudios de los padres; el nivel medio de estudios de la madre; el nivel medio de aspiraciones educativas de los hijos; el nivel medio de aspiraciones educativas de los padres; el tiempo medio dedicado a estudiar; el tiempo medio dedicado a leer; y el tiempo medio dedicado a chatear. Como el número de predictores a introducir en el modelo es elevado, se ha optado por resumir la información contenida en los mismos a través de un análisis de componentes principales.

El índice de Kaiser-Meyer-Olkin (KMO), con un valor de 0,737, y la prueba de de esfericidad de Bartlett ($\chi^2 = 408,720$; sig. = 0,000) muestran cómo las correlaciones entre las variables que se han introducido en el análisis son adecuadas para ser analizadas factorialmente. Por su parte, el análisis de componentes principales efectuado ha permitido seleccionar los cuatro factores cuyo autovalor era superior a uno y que explicaban, conjuntamente, un 67,272% de la varianza. Con el objetivo de facilitar la interpretación de los resultados, se ha llevado a cabo una rotación ortogonal Varimax que ha minimizado el número de variables con saturaciones altas en cada uno

de los componentes obtenidos inicialmente. La matriz de componentes rotados se recoge en la Tabla 77.

	CP1	CP2	CP3	CP4
Sexo		0,570		
Inmigrante 1ª Generación	-0,579			0,481
Inmigrante 2ª Generación		-0,779	0,331	
Más de 100 libros	0,871			
Nivel educativo padre	0,857			
Nivel educativo madre	0,878			
Aspiraciones educativas (alumno)	0,788			
Aspiraciones educativas (padres)	0,603		0,377	
Tiempo estudiar		0,601	0,384	
Tiempo leer				0,870
Tiempo Chatear			-0,870	

Tabla 77: Análisis de componentes principales: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Las puntuaciones de las escuelas en cada componente se han introducido en un modelo de regresión Tobit cuyos resultados se presentan en la Tabla 78 , y en el que los índices estimados en el modelo “Eficiencia promoción” se han incluido como variable dependiente.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
CP1	10,554	3,013	3,50	0,001
CP2	-0,885	2,976	-0,30	0,767
CP3	0,651	2,954	0,22	0,826
CP4	0,106	2,991	0,04	0,972
Constante	93,458	3,163	29,54	0,000

Tabla 78: Regresión Tobit Cohorte 1: Modelo promoción

Fuente: Elaboración propia

De las 88 observaciones consideradas han sido censuradas las 36 unidades que presentaban un índice de eficiencia igual o superior a 100. La probabilidad asociada a la razón de verosimilitud de Chi-Cuadrado permite rechazar la hipótesis nula que afirma que todos los coeficientes de regresión son simultáneamente iguales a cero (LR $\chi^2 = 11,94$; grados de libertad = 4; $p = 0,0178$). La probabilidad asociada al estadístico de t que acompaña a los coeficientes de regresión muestra cómo el primer

componente ha resultado ser un factor explicativo de los índices de ineficiencia observados en el modelo “Eficiencia promoción”.

Tras analizar cuáles son los *inputs* no controlables que podría estar incidiendo sobre los índices de eficiencia calculados, se ha procedido a ajustar dichas puntuaciones con la finalidad de controlar el efecto de las características individuales y familiares de los alumnos. A la hora de efectuar el ajuste (Ray, 1991; Noulas y Ketkar, 1998; Cordero, 2006), en primer lugar, se ha estimado el nivel de eficiencia de cada una de las unidades objeto de análisis ($y'_i = \beta X_i$). En segundo lugar, se han calculado los residuos ($\mu_i = y_i - y_i^*$). Posteriormente, el residuo positivo mayor ($\text{Max}(\mu_i)$) se ha sumado a la puntuación estimada anteriormente ($y''_i = y'_i + \text{Max}(\mu_i)$). De esta forma, $y''_i - y_i$ representa la ineficiencia atribuible al control de los gestores educativos y $[(1 - y_i) - (y''_i - y_i) = 1 - y''_i]$ es la parte de la ineficiencia debida a los factores no controlables.

Ajustados los índices de ineficiencia, se observa cómo las unidades clasificadas como eficientes e ineficientes siguen siendo las mismas, pero el nivel de ineficiencia se reduce en, aproximadamente, un 1%, es decir, el índice de eficiencia medio de los centros analizados ha pasado de un 84,28% a un 85,32%.

La Tabla 79 contempla el número de centros clasificados como eficientes e ineficientes en función del modelo calculado (“Eficiencia VA” y “Eficiencia promoción”). Sobre la diagonal principal se sitúan los centros que ambos modelos han catalogado como ineficientes o como eficientes. Por su parte, en la esquina superior derecha se incluyen 11 centros que el modelo “Eficiencia VA” consideraba ineficientes y el modelo “Eficiencia promoción” ha situado sobre la frontera productiva. Del mismo modo, la esquina inferior izquierda refleja 7 escuelas que el modelo “Eficiencia VA” clasificaba como eficientes y, por el contrario, el modelo “Eficiencia promoción” ha indicado que son ineficientes. Las diferencias observadas en la distribución de las unidades eficientes e ineficientes en función del modelo son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 28,811 con 1 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiente Promoción		Total
		Ineficiente	Eficiente	
Eficiencia VA	Ineficiente	45	11	56
	Eficiente	7	25	32
Total		52	36	88

Tabla 79: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo promoción: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Nota: La discrepancia entre el número de unidades eficientes que se recogen en esta tabla y las que se contemplan en la Tabla 76 se debe a la presencia de una unidad eficiente en función del modelo “Eficiencia VA” a la que no se le ha estimado su eficiencia en el modelo “Eficiencia promoción”, por no tener información sobre su tasa de promoción.

Por su parte la Tabla 80 clasifica a las unidades no sólo por el modelo de eficiencia utilizado sino que también tiene en cuenta su titularidad. Al igual que ocurría en el caso anterior, las diferencias observadas en la distribución de las unidades eficientes e ineficientes en función del modelo y de la titularidad son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 258,821 con 25 grado de libertad, $p < 0,01$). Una observación interesante es que el modelo “Eficiencia promoción” favorece a los centros concertados (14 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 16 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia promoción”) y a los privados (6 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 8 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia promoción”).

		Eficiencia Promoción						Total
		PU INE	PU EF	CN INE	CN EF	PR INE	PR EF	
Eficiencia VA	PU INE	31	5	0	0	0	0	36
	PU EF	5	7	0	0	0	0	12
	CN INE	0	0	12	4	0	0	16
	CN EF	0	0	2	12	0	0	14
	PR INE	0	0	0	0	2	2	4
	PR EF	0	0	0	0	0	6	6
Total		36	12	14	16	2	8	88

Tabla 80: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo promoción y titularidad: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Nota: La discrepancia entre el número de unidades eficientes que se recogen en esta tabla y las que se contemplan en la Tabla 76 se debe a la presencia de una unidad eficiente en función del modelo “Eficiencia VA” a la que no se le ha estimado su eficiencia en el modelo “Eficiencia promoción”, por no tener información sobre su tasa de promoción.

6.2.2. Resultados de la cohorte 2

La comparación de los índices obtenidos bajo el modelo de medida de eficiencia que toma como *output* el valor añadido de las escuelas y el que incluye como resultado del sistema educativo las tasas de promoción se recoge en la Tabla 81. Los resultados indican que, aunque el número de unidades que se sitúan sobre la frontera eficiente es superior en el modelo “Eficiencia VA” (26 unidades eficientes frente a 22 unidades en el modelo “Eficiencia promoción”), la ineficiencia media en ese caso también es mayor (la ineficiencia media es del 20,30% frente a un 16,77% en el modelo “Eficiencia promoción”). El coeficiente de correlación de Spearman es igual a 0,685 ($p < 0,01$), por lo que la relación entre los índices de eficiencia estimados por ambos modelos es positiva, a la vez que imperfecta.

DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción	DMU	Eficiencia a VA	Eficiencia Promoción	DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción
110	55,40%	53,30%	130	46,30%	54,70%	152	100,00%	83,10%
111	44,00%	59,80%	131	100,00%	100,00%	153	100,00%	100,00%
112	74,80%	61,70%	132	91,80%	79,70%	154	85,70%	100,00%
113	68,10%	69,40%	133	55,70%	61,10%	155	100,00%	74,60%
114	47,00%	55,60%	135	94,20%	69,90%	156	100,00%	100,00%
115	55,50%	61,90%	136	100,00%	93,20%	157	100,00%	100,00%
116	79,30%	75,80%	137	100,00%	100,00%	158	82,60%	99,50%
117	67,20%	53,90%	138	100,00%	100,00%	159	100,00%	81,80%
118	0,00%	96,60%	140	100,00%	79,10%	162	100,00%	100,00%
119	66,30%	40,50%	141	79,40%	91,60%	163	100,00%	100,00%
120	100,00%	100,00%	142	100,00%	100,00%	164	98,20%	100,00%
121	100,00%	100,00%	143		100,00%	165	100,00%	95,40%
122	74,20%	67,40%	144	24,20%	73,70%	166	77,40%	88,20%
123	58,00%	56,60%	145	100,00%	100,00%	167	77,40%	66,10%
124	100,00%	100,00%	146	100,00%	75,50%	168	100,00%	99,60%
125	40,10%	67,70%	147	68,90%	86,30%	169	81,30%	78,30%
126	52,60%	44,10%	148	100,00%	100,00%	170	100,00%	100,00%
127	76,60%	57,70%	149	100,00%	100,00%	172	39,10%	94,90%
128	53,00%	100,00%	150	38,70%	91,50%	174	100,00%	100,00%
129	69,40%	70,50%	151	100,00%	100,00%	MEDIA	79,70%	83,23%
							Unidades Eficientes	
								26 22

Tabla 81: Índices de eficiencia: modelo de valor añadido vs. modelo promoción: Cohorte 2
Fuente: Elaboración propia

Con la finalidad de controlar el efecto que los *inputs* no controlables de primer nivel ejercen sobre las estimaciones proporcionadas por el modelo “Eficiencia promoción”, se ha llevado a cabo un modelo de regresión Tobit, en el que las características individuales y familiares de los alumnos han pasado a ser los predictores del modelo y los índices de eficiencia observados la variable a explicar.

El número de indicadores a introducir en el modelo se ha reducido a partir de un análisis de componentes principales. El índice KMO (0,770) y la prueba de esfericidad de Bartlett ($\chi^2 = 367,865$; sig. = 0,000) informan de la idoneidad de la matriz de correlaciones entre las variables para ser analizadas factorialmente. El análisis de componentes principales ha permitido identificar tres componentes cuyo autovalor es superior a la unidad y que explican el 67,42% de la varianza. Los resultados de la matriz de componentes rotados (rotación ortogonal Varimax) se presentan en la Tabla 82.

	CP1	CP2	CP3
Sexo		,775	
Inmigrante 1ª Generación		,675	
Inmigrante 2ª Generación		,380	,706
Más de 100 libros	,800	-,311	
Nivel educativo padre	,855		
Nivel educativo madre	,832	-,312	
Aspiraciones educativas (alumno)	,877		
Aspiraciones educativas (padres)	,845		
Tiempo estudiar	,669		-,446
Tiempo leer	,633		-,480
Tiempo Chatear			,655

Tabla 82: Análisis de componentes principales: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

Los resultados del modelo de regresión censurado para la cohorte 2 se recogen en la Tabla 83. En este caso, la probabilidad asociada a la razón de verosimilitud de Chi-Cuadrado (LR $\chi^2 = 9,70$; grados de libertad = 3; p. = 0,0213) muestra cómo el modelo ha resultado significativo, es decir, se debe rechazar la hipótesis nula que afirma que todos los coeficientes de regresión son simultáneamente iguales a cero. Concretamente, los coeficientes asociados al término constante y al Componente Principal 1 son estadísticamente significativos.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
CP1	9,586	3,161	3,03	0,004
CP2	-1,811	3,203	-0,57	0,574
CP3	-2,745	3,023	-0,91	0,368
Constante	88,737	3,352	26,47	0,000

Tabla 83: Regresión Tobit Cohorte 2: Modelo promoción

Fuente: Elaboración propia

Una vez que se han ajustado los índices de eficiencia a partir de los coeficientes proporcionados por el análisis de regresión, se observa cómo las unidades clasificadas como eficientes e ineficientes no varían. No obstante, el nivel de ineficiencia se reduce en un 0,28%, es decir, el índice de eficiencia medio de los centros analizados pasa de un 83,23% a un 83,50%.

El número de centros considerados eficientes e ineficientes en cada uno de los modelos estimados (“Eficiencia VA” y “Eficiencia promoción”) se recoge en la Tabla 84. Los resultados muestran una coincidencia entre la clasificación otorgada por los dos modelos en aproximadamente el 80% de los casos. A pesar de esta concordancia, las diferencias observadas en la distribución de las unidades en función del *output* considerado son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 22,251 con 1 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiente Promoción		Total
		Ineficiente	Eficiente	
Eficiencia VA	Ineficiente	29	3	32
	Eficiente	8	18	26
Total		37	21	58

Tabla 84: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo promoción: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

Nota: La discrepancia entre el número de unidades eficientes que se recogen en esta tabla y las que se contemplan en la Tabla 81 se debe a la presencia de una unidad eficiente en el modelo “Eficiencia promoción” a la que no se le ha estimado su eficiencia en el modelo “Eficiencia VA”, por falta de medida de VA.

Del mismo modo, la Tabla 85 compara la distribución de unidades eficientes e ineficientes a partir del modelo utilizado y la titularidad de los centros educativos. Los resultados muestran cómo, aunque la coincidencia en la clasificación de los centros educativos es elevada sobre todo en el caso de los centros públicos, el número de unidades eficientes es superior en modelo “Eficiencia VA”. Este hecho es

especialmente llamativo en el caso de los centros concertados (18 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 14 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia promoción”) y en los colegios de titularidad privada, dónde llega a duplicarse el número de unidades situadas sobre la frontera eficiente (4 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 2 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia promoción”). Estas diferencias observadas son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 186,411 con 25 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiencia Promoción						Total
		PU INE	PU EF	CN INE	CN EF	PR INE	PR EF	
Eficiencia VA	PU INE	20	1	0	0	0	0	21
	PU EF	0	4	0	0	0	0	4
	CN INE	0	0	5	2	0	0	7
	CN EF	0	0	6	12	0	0	18
	PR INE	0	0	0	0	4	0	4
	PR EF	0	0	0	0	2	2	4
Total		20	5	11	14	6	2	58

Tabla 85: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo promoción y titularidad: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

Nota: La discrepancia entre el número de unidades eficientes que se recogen en esta tabla y las que se contemplan en la Tabla 81 se debe a la presencia de una unidad eficiente en el modelo “Eficiencia promoción” a la que no se le ha estimado su eficiencia en el modelo “Eficiencia VA”, por falta de medida de VA.

6.2.3. Resultados de la cohorte 3

Junto con la estimación de la eficiencia a partir del modelo que toma como *output* el valor añadido de las escuelas, para esta tercera cohorte también se ha estimado la eficiencia incluyendo como resultado del sistema educativo las tasas de promoción. Los resultados obtenidos se recogen en la Tabla 86. El número de unidades situadas sobre la frontera eficiente ha sido superior en el modelo “Eficiencia VA” (26 unidades eficientes frente a 20 unidades en el modelo “Eficiencia promoción”). Consecuentemente, el nivel de ineficiencia medio ha resultado menor en dicho modelo (la ineficiencia media es del 14,30% frente a un 16,25% en el modelo “Eficiencia promoción”). La relación entre ambos índices de eficiencia es imperfecta y positiva, tal y como se deriva de un coeficiente de correlación de Spearman igual a 0,746 ($p < 0,01$).

DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción	DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción	DMU	Eficiencia VA	Eficiencia Promoción
110	97,70%	52,20%	131	100,00%	100,00%	152	100,00%	93,00%
111	100,00%	61,10%	132	100,00%	73,10%	153	100,00%	100,00%
112	44,70%	61,90%	133	52,30%	69,40%	154	100,00%	100,00%
113	52,20%	73,60%	134	89,80%	77,20%	155	83,00%	85,60%
114	43,20%	50,20%	135	100,00%	71,50%	156	83,90%	98,80%
115	56,00%	56,50%	136	100,00%	100,00%	157	100,00%	100,00%
116	81,20%	69,80%	137	100,00%	100,00%	159	100,00%	92,40%
117	83,80%	50,90%	138	100,00%	100,00%	162	98,10%	100,00%
118	100,00%	99,90%	140	100,00%	86,80%	165	98,90%	100,00%
119	91,50%	70,50%	141	30,60%	100,00%	166	71,70%	87,40%
120	100,00%	100,00%	142	100,00%	100,00%	167		94,70%
121	100,00%	100,00%	143	100,00%	100,00%	168	100,00%	98,30%
122	76,40%	65,90%	144	48,60%	67,10%	169	71,60%	85,70%
123	94,20%	75,00%	145	100,00%	100,00%	170	100,00%	100,00%
124	100,00%	100,00%	146	97,00%	80,90%	172	100,00%	74,50%
125	79,90%	62,20%	147	78,20%	66,60%	174	100,00%	100,00%
126	55,10%	47,70%	148	100,00%	100,00%	MEDIA		85,70% 83,75%
127	86,80%	63,00%	150	100,00%	100,00%	Unidades Eficientes		26 20
129	0,00%	73,40%	151	95,50%	85,60%			

Tabla 86: Índices de eficiencia: modelo de valor añadido vs. modelo promoción: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

Con el objetivo de controlar el efecto que las características individuales y familiares de los alumnos pueden ejercer sobre los índices de eficiencia proporcionados por el modelo “Eficiencia promoción”, se ha procedido a calcular un modelo de regresión censurado, en el que los índices de ineficiencia se han introducido como variable dependiente y los indicadores individuales como predictores. El número de *inputs* no controlables a incluir en el modelo se ha reducido mediante un análisis de componentes principales.

La idoneidad de la matriz de correlaciones para ser analizada factorialmente ha estado determinada por el índice KMO (0,659) y la prueba de de esfericidad de Bartlett ($\chi^2 = 282,536$; sig. = 0,000). El análisis de componentes principales llevado a cabo ha permitido seleccionar los cuatro factores cuyo autovalor era superior a uno y que explicaban, conjuntamente, el 71,81% de la varianza. Para facilitar la interpretación de los resultados se ha efectuado una rotación ortogonal Varimax. La matriz de componentes rotados se recoge en la Tabla 87.

	CP1	CP2	CP3	CP4
Sexo				-0,740
Inmigrante 1ª Generación			-0,898	
Inmigrante 2ª Generación				0,764
Más de 100 libros	0,666		0,497	
Nivel educativo padre	0,845			
Nivel educativo madre	0,838			
Aspiraciones educativas (alumno)	0,802			
Aspiraciones educativas (padres)	0,879			
Tiempo estudiar	0,341	0,721		
Tiempo leer		0,827		
Tiempo Chatear		-0,565	0,446	

Tabla 87: Análisis de componentes principales: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 88 presenta los resultados del análisis de regresión Tobit para las escuelas que componen esta tercera cohorte. De las 54 observaciones consideradas han sido censuradas las 20 unidades que se situaban sobre la frontera eficiente. La probabilidad asociada a la razón de verosimilitud de Chi-Cuadrado lleva a rechazar la hipótesis nula que afirma que todos los coeficientes de regresión son simultáneamente iguales a cero (LR chi2 =29,27; grados de libertad = 4; p. = 0,0000). En este sentido, se observa cómo los coeficientes de regresión asociados al término constante, al Componente Principal 1 y al Componente Principal 3 son estadísticamente significativos.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
CP1	11,978	2,662	4,50	0,000
CP2	3,107	2,468	1,26	0,214
CP3	9,269	2,459	3,77	0,000
CP4	1,430	2,522	0,57	0,573
Constante	89,312	2,714	32,91	0,000

Tabla 88: Regresión Tobit Cohorte 3: Modelo promoción

Fuente: Elaboración propia

Tras analizar en qué medida los índices de eficiencia estimados podrían verse influidos por los *inputs* no controlables por los gestores educativos, se ha procedido a ajustar dichas puntuaciones a partir de los coeficientes de regresión que han resultado significativos. Ajustadas las puntuaciones, se observa cómo las unidades clasificadas como eficientes e ineficientes siguen siendo las mismas, pero el nivel de ineficiencia se

reduce en, aproximadamente, un 1%, es decir, el índice de eficiencia medio de los centros analizados pasa de un 83,75% a un 84,78%.

La Tabla 89 recoge el número de unidades eficientes e ineficientes en función de cada uno de los modelos estimados. Aunque ambas estimaciones coinciden en clasificar 24 unidades como ineficientes y 17 unidades como eficientes, se observa cómo nueve de las instituciones situadas sobre la frontera productiva en el modelo “Eficiencia VA”, son catalogadas ineficientes en el modelo “Eficiencia promoción”. Hecho contrario, se pone de manifiesto en el caso de tres centros ineficiente según el modelo “Eficiente VA”, que son considerados eficientes en el modelo “Eficiencia promoción”. Cabe señalar que estas diferencias observadas son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 16,605 con 1 grado de libertad, $p > 0,01$).

		Eficiente Promoción		Total
		Ineficiente	Eficiente	
Eficiencia VA	Ineficiente	24	3	27
	Eficiente	9	17	26
Total		33	20	53

Tabla 89: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo promoción: Cohorte 3
Fuente: Elaboración propia

Finalmente, la Tabla 90 compara la distribución de unidades eficientes e ineficientes en función del modelo utilizado y la titularidad de los centros educativos. En los diferentes tipos de centros considerados, el número unidades eficientes es superior en el modelo “Eficiencia VA”. No obstante, este hecho es especialmente evidente en el caso de los centros públicos donde llegan a duplicarse los centros que se sitúan sobre la frontera productiva (8 unidades eficientes en función del modelo “Eficiencia VA” frente a 4 unidades eficientes según el modelo “Eficiencia promoción”). Estas diferencias observadas son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 143,232 con 25 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiencia Promoción						Total
		PU INE	PU EF	CN INE	CN EF	PR INE	PR EF	
Eficiencia VA	PU INE	16	0	0	0	0	0	16
	PU EF	4	4	0	0	0	0	8
	CN INE	0	0	6	2	0	0	8
	CN EF	0	0	3	11	0	0	14
	PR INE	0	0	0	0	2	1	3
	PR EF	0	0	0	0	2	2	4
Total		20	4	9	13	4	3	53

Tabla 90: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo promoción y la titularidad: Cohorte 3
Fuente: Elaboración propia

6.3. CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TOMANDO COMO *OUTPUT* EL RENDIMIENTO BRUTO

En este tercer modelo se estima la eficiencia incluyendo como resultado del sistema educativo el rendimiento de los alumnos en un momento temporal determinado, concretamente en junio de 2007. A continuación, se presentan los resultados comparándolos con las estimaciones proporcionadas por el modelo que toma como *output* el valor añadido de las escuelas.

6.3.1. Resultados de la cohorte 1

Los índices de eficiencia estimados bajo este nuevo contexto productivo se presentan en la Tabla 91 para los colegios de Educación Primaria. El coeficiente de correlación de Spearman entre las puntuaciones resultantes en este último modelo y las que se obtuvieron en el modelo “Eficiencia VA” es igual a 0,80 ($p < 0,01$), lo cual implica una relación imperfecta y positiva entre ambas medidas.

En el modelo “Eficiencia rendimiento” se observan 41 centros eficientes, frente a las 33 unidades que se situaban sobre la frontera productiva en el modelo “Eficiencia VA”. Del mismo modo, la media de la eficiencia en el modelo que incorpora el rendimiento bruto de los alumnos es un 15% superior.

DMU	VA	Rendimiento	DMU	VA	Rendimiento	DMU	VA	Rendimiento
1	100,00%	100,00%	38	99,10%	100,00%	77	67,30%	92,40%
3	100,00%	100,00%	40	49,40%	76,10%	78	38,10%	81,97%
4	56,00%	70,01%	41	90,60%	95,64%	79	100,00%	100,00%
5	74,90%	63,21%	42	84,70%	83,12%	80	58,60%	96,89%
6	75,10%	92,66%	44	62,40%	100,00%	81	100,00%	100,00%
8	100,00%	100,00%	45	73,60%	75,59%	82	100,00%	100,00%
9	100,00%	98,47%	46	70,70%	83,70%	83	46,50%	100,00%
10	79,30%	81,83%	47	37,30%	56,07%	84	52,30%	91,46%
11	43,40%	97,25%	49	48,00%	80,40%	85	100,00%	100,00%
12	100,00%	100,00%	50	47,30%	88,67%	86	100,00%	100,00%
13	22,80%	46,92%	51	14,70%	61,60%	87	47,80%	88,65%
14	100,00%	100,00%	52	50,70%	67,04%	88	100,00%	100,00%
16	100,00%	99,88%	53	56,20%	77,18%	89	100,00%	100,00%
17	100,00%	100,00%	56	100,00%	100,00%	90	57,60%	100,00%
18	100,00%	100,00%	58	47,60%	84,52%	92	63,30%	84,91%
19	24,90%	66,34%	60	76,80%	95,82%	93	95,90%	100,00%
20	42,50%	74,96%	61	100,00%	100,00%	94	100,00%	100,00%
21	72,10%	81,54%	62	68,00%	79,98%	95	85,60%	100,00%
22	67,80%	92,56%	63	100,00%	100,00%	96	100,00%	100,00%
23	66,30%	98,38%	65	57,40%	87,48%	97	91,70%	91,73%
24	100,00%	100,00%	66	80,50%	93,78%	98	51,60%	100,00%
25	64,10%	77,72%	68	64,60%	97,92%	99	100,00%	100,00%
26	63,80%	85,27%	69	78,80%	100,00%	101	100,00%	100,00%
27	26,40%	45,18%	70	100,00%	100,00%	103	100,00%	100,00%
31	27,10%	66,27%	71	71,50%	93,95%	105	100,00%	100,00%
32	25,20%	57,15%	72	100,00%	100,00%	106	100,00%	100,00%
34	54,60%	56,24%	73	100,00%	100,00%	107	68,40%	100,00%
35	63,20%	71,61%	74	100,00%	100,00%	108	87,30%	100,00%
36	26,40%	74,83%	75	100,00%	100,00%	109	100,00%	100,00%
37	28,80%	57,69%	76	76,70%	99,36%	MEDIA		
						Unidades		
						Eficientes		
						33		
						41		

Tabla 91: Índices de eficiencia: modelo de valor añadido vs. modelo rendimiento: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

Con la finalidad de determinar si las diferencias observadas entre los índices de eficiencia estimados se deben a que en el modelo "Eficiencia VA" se controla el efecto de las características individuales y familiares de los alumnos, la Tabla 92 recoge el modelo de regresión Tobit calculado para esta primera cohorte, en el que los índices de eficiencia obtenidos en el modelo "Eficiencia rendimiento" se incluyen como variable dependiente y los cuatro componentes principales presentados en la Tabla 77 se introducen como predictores.

De las 89 observaciones consideradas en el análisis han sido censuradas las 41 unidades eficientes. Los resultados muestran cómo el modelo calculado ha resultado significativo (LR $\chi^2 = 20,28$; grados de libertad = 4; $p = 0,0004$). La probabilidad asociada al estadístico de t que acompaña a cada uno de los coeficientes de regresión pone de manifiesto cómo los coeficientes asociados al término constante y al Componente Principal 1 son significativos.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
CP1	10,975	2,478	4,43	0,000
CP2	1,741	2,353	0,74	0,461
CP3	0,155	2,368	0,07	0,948
CP4	1,835	2,395	0,77	0,446
Constante	97,569	2,611	37,37	0,000

Tabla 92: Regresión Tobit Cohorte 1: Modelo Rendimiento Bruto

Fuente: Elaboración propia

Tras ajustar los índices de eficiencia en función de los coeficientes de regresión que resultaron significativos, la ineficiencia media de los centros analizados disminuye un 0,10%, es decir, el nivel de eficiencia medio pasa de un 89,45% a un 89,55%. La clasificación de las unidades como eficientes o ineficientes no sufre variación alguna.

La Tabla 93 presenta el número de centros eficientes e ineficientes en función de los modelos “Eficiencia VA” y “Eficiencia rendimiento”. La diagonal principal recoge los centros que ambos modelos consideran eficientes o ineficientes. Dicha coincidencia es del 86,51%. En la esquina superior derecha se contemplan 10 centros que el modelo “Eficiencia VA” considera ineficientes y el modelo “Eficiencia rendimiento” sitúa sobre la frontera productiva. Por su parte, la esquina inferior izquierda refleja dos escuelas eficientes en el modelo “Eficiencia VA” e ineficientes en el modelo “Eficiencia rendimiento”. Las diferencias observadas en la distribución de las unidades eficientes e ineficientes en función del modelo calculado son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 48,376 con 1 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiente Rendimiento		Total
		Ineficiente	Eficiente	
Eficiencia VA	Ineficiente	46	10	56
	Eficiente	2	31	33
Total		48	41	89

Tabla 93: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo rendimiento: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 94 diferencia las unidades eficientes e ineficientes en función del modelo de eficiencia utilizado y de su titularidad. Los resultados muestran cómo el modelo “Eficiencia rendimiento” favorece a los centros de titularidad privada, bien estos sean concertados (14 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” y 19 centros eficientes en el modelo “Eficiencia rendimiento”) o sin concierto (6 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 9 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia rendimiento”). Las diferencias observadas en la distribución de dichas unidades son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 293,548 con 25 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiencia rendimiento						Total
		PU INE	PU EF	CN INE	CN EF	PR INE	PR EF	
Eficiencia VA	PU INE	34	2	0	0	0	0	36
	PU EF	2	11	0	0	0	0	13
	CN INE	0	0	11	5	0	0	16
	CN EF	0	0	0	14	0	0	14
	PR INE	0	0	0	0	1	3	4
	PR EF	0	0	0	0	0	6	6
Total		36	13	11	19	1	9	89

Tabla 94: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo rendimiento y titularidad: Cohorte 1

Fuente: Elaboración propia

6.3.2. Resultados de la cohorte 2

La Tabla 95 presenta los índices de eficiencia obtenidos a partir del modelo que toma como *output* el rendimiento bruto de los alumnos, y los proporcionados por el modelo “Eficiencia VA”. Los resultados muestran cómo tanto el número de unidades eficientes (26 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 27 unidades en el modelo “Eficiencia rendimiento”) como la eficiencia media (la ineficiencia media es del 20,30% en el modelo “Eficiencia VA” frente a un 12,26% en el modelo “Eficiencia rendimiento”) es superior en el modelo “Eficiencia rendimiento”. El coeficiente de

correlación de Spearman es igual a 0,779 ($p < 0,01$), por lo que la relación entre los índices de eficiencia estimados por ambos modelos es imperfecta y positiva.

DMU	VA	Rendimiento	DMU	VA	Rendimiento	DMU	VA	Rendimiento
110	55,40%	95,87%	130	46,30%	69,63%	153	100,00%	100,00%
111	44,00%	66,74%	131	100,00%	100,00%	154	85,70%	100,00%
112	74,80%	71,48%	132	91,80%	92,48%	155	100,00%	95,28%
113	68,10%	75,54%	133	55,70%	59,59%	156	100,00%	100,00%
114	47,00%	67,24%	135	94,20%	92,52%	157	100,00%	100,00%
115	55,50%	65,05%	136	100,00%	100,00%	158	82,60%	100,00%
116	79,30%	84,54%	137	100,00%	100,00%	159	100,00%	100,00%
117	67,20%	71,18%	138	100,00%	100,00%	162	100,00%	100,00%
118	0,00%	86,61%	140	100,00%	100,00%	163	100,00%	100,00%
119	66,30%	32,94%	141	79,40%	100,00%	164	98,20%	99,31%
120	100,00%	100,00%	142	100,00%	100,00%	165	100,00%	100,00%
121	100,00%	100,00%	144	24,20%	66,11%	166	77,40%	84,19%
122	74,20%	92,85%	145	100,00%	100,00%	167	77,40%	65,93%
123	58,00%	54,71%	146	100,00%	77,12%	168	100,00%	93,23%
124	100,00%	100,00%	147	68,90%	74,47%	169	81,30%	82,51%
125	40,10%	75,15%	148	100,00%	100,00%	170	100,00%	100,00%
126	52,60%	48,96%	149	100,00%	100,00%	172	39,10%	91,99%
127	76,60%	73,97%	150	38,70%	88,42%	174	100,00%	100,00%
128	53,00%	100,00%	151	100,00%	100,00%	MEDIA		
129	69,40%	93,40%	152	100,00%	100,00%	Unidades Eficientes		
							26	27

Tabla 95: Índices de eficiencia: modelo de valor añadido vs. modelo rendimiento bruto: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

Con el objetivo de controlar el efecto que las características individuales y familiares de los alumnos pueden ejercer sobre los índices de eficiencia estimados, se ha procedido a calcular un modelo de regresión censurado (modelo Tobit) en el que el índice radial proporcionado por el modelo “Eficiencia rendimiento” se incluye como variable dependiente y los tres componentes principales presentados en la Tabla 82 se introducen como predictores.

La Tabla 96 resume el modelo de regresión Tobit calculado para esta segunda cohorte. De las 58 observaciones consideradas en el análisis han sido censuradas a la derecha 27 unidades. Los resultados muestran cómo algunos de los coeficientes de regresión son significativamente diferentes de cero (LR $\chi^2=9,54$; grados de libertad =3; $p=0,022$). Concretamente, los coeficientes asociados al término constante y al Componente Principal 1 han resultado significativos.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
CP1	9,032	3,436	2,63	0,011
CP2	-0,005	3,519	0,00	0,999
CP3	-5,509	3,255	-1,69	0,096
Constante	96,982	3,812	25,44	0,000

Tabla 96: Regresión Tobit Cohorte 2: Modelo Rendimiento Bruto

Fuente: Elaboración propia

Una vez que se han ajustado los índices de eficiencia a partir de los coeficientes proporcionados por el análisis de regresión, se observa cómo el número de unidades eficientes incrementa en una unidad y el nivel de ineficiencia media se reduce en un 0,13%, es decir, el índice de eficiencia medio de los centros analizados pasa de un 87,74% a un 87,87%.

La Tabla 97 contempla el número de centros eficientes e ineficientes en función de cada uno de los modelos estimados. La coincidencia en la clasificación proporcionada por ambos modelos es elevada, concretamente del 86% de los casos. Sin embargo, las diferencias observadas en la distribución de las unidades en función del *output* considerado son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 30,477 con 1 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiencia Rendimiento		Total
		Ineficiente	Eficiente	
Eficiencia VA	Ineficiente	27	5	32
	Eficiente	3	23	26
Total		30	28	58

Tabla 97: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo rendimiento: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

La Tabla 98 compara la distribución de unidades eficientes e ineficientes en función del modelo utilizado y la titularidad de los centros educativos. Los resultados muestran cómo las diferencias observadas son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 199,368 con 25 grado de libertad, $p > 0,01$). En el caso de los centros públicos y concertados, el número de unidades eficientes es superior en modelo “Eficiencia rendimiento”. Por el contrario, si se consideran los centros de titularidad

privada, el número de unidades situadas sobre la frontera eficiente es mayor en el modelo “Eficiencia VA”.

		Eficiencia Rendimiento						Total
		PU INE	PU EF	CN INE	CN EF	PR INE	PR EF	
Eficiencia VA	PU INE	19	2	0	0	0	0	21
	PU EF	0	4	0	0	0	0	4
	CN INE	0	0	4	3	0	0	7
	CN EF	0	0	2	16	0	0	18
	PR INE	0	0	0	0	4	0	4
	PR EF	0	0	0	0	1	3	4
Total		19	6	6	19	5	3	58

Tabla 98: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo rendimiento y titularidad: Cohorte 2

Fuente: Elaboración propia

6.3.3. Resultados de la cohorte 3

Los resultados obtenidos tras estimar la eficiencia a partir del modelo que toma como *output* el rendimiento bruto de los alumnos y el que incluye el valor añadido de las escuelas se recogen en la Tabla 99.

DMU	VA	Rendimiento	DMU	VA	Rendimiento	DMU	VA	Rendimiento
110	97,70%	88,16%	131	100,00%	100,00%	152	100,00%	97,47%
111	100,00%	61,26%	132	100,00%	100,00%	153	100,00%	100,00%
112	44,70%	68,70%	133	52,30%	75,24%	154	100,00%	100,00%
113	52,20%	72,83%	134	89,80%	91,32%	155	83,00%	83,44%
114	43,20%	70,95%	135	100,00%	100,00%	156	83,90%	100,00%
115	56,00%	68,75%	136	100,00%	100,00%	157	100,00%	100,00%
116	81,20%	82,59%	137	100,00%	100,00%	159	100,00%	100,00%
117	83,80%	76,53%	138	100,00%	100,00%	162	98,10%	100,00%
118	100,00%	100,00%	140	100,00%	100,00%	165	98,90%	99,47%
119	91,50%	87,16%	141	30,60%	93,34%	166	71,70%	73,12%
120	100,00%	100,00%	142	100,00%	100,00%	167		89,07%
121	100,00%	100,00%	143	100,00%	100,00%	168	100,00%	90,71%
122	76,40%	93,43%	144	48,60%	68,52%	169	71,60%	77,12%
123	94,20%	86,87%	145	100,00%	100,00%	170	100,00%	100,00%
124	100,00%	100,00%	146	97,00%	85,85%	172	100,00%	97,28%
125	79,90%	89,21%	147	78,20%	83,74%	174	100,00%	100,00%
126	55,10%	60,30%	148	100,00%	100,00%	MEDIA		85,70%
						Unidades		
127	86,80%	77,14%	150	100,00%	100,00%	Eficientes		26
								24
129	0,00%	89,04%	151	95,50%	99,43%			

Tabla 99: índices de eficiencia: modelo de valor añadido vs. modelo tasas de graduación: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

El número de unidades situadas sobre la frontera eficiente ha sido superior en el modelo “Eficiencia VA” (26 unidades eficientes frente a 24 unidades en el modelo “Eficiencia rendimiento”), mientras que el nivel de eficiencia media de los centros ha resultado menor en ese modelo (la eficiencia media es del 85,70% frente a un 90,33% en el modelo “Eficiencia rendimiento”). La relación entre ambos índices de eficiencia es imperfecta y positiva, tal y como se deduce de un coeficiente de correlación de Spearman igual a 0,799 ($p < 0,01$).

Con la finalidad de analizar en qué medida las características individuales y familiares de los alumnos podrían estar condicionando los índices de eficiencia observados, se ha procedido calculado un modelo de regresión censurado en el que el índice radial estimado en el modelo “Eficiencia rendimiento” se incluye como variable dependiente y los cuatro componentes principales presentados en la Tabla 87 se introducen como predictores.

La Tabla 100 presenta los resultados del modelo de regresión estimado. De las 54 observaciones consideradas han sido censuradas las 24 eficientes. La probabilidad asociada a la razón de verosimilitud de Chi-Cuadrado permite rechazar la hipótesis nula que afirma que todos los coeficientes de regresión son iguales a cero (LR $\chi^2 = 11,61$; grados de libertad = 4; $p = 0,0205$). La probabilidad asociada al estadístico de t que acompaña a los coeficientes de regresión muestra cómo el Componente Principal 3 es un factor explicativo de los índices de ineficiencia observados en el modelo “Eficiencia rendimiento”.

	Coef.	Std. Err.	T	P> t
CP1	3,114709	2,444292	1,27	0,208
CP2	1,690343	2,340246	0,72	0,473
CP3	7,337238	2,35799	3,11	0,003
CP4	1,543547	2,366191	0,65	0,517
Constante	96,38257	2,663548	36,19	0,000

Tabla 100: Regresión Tobit Cohorte 3: Modelo Rendimiento Bruto

Fuente: Elaboración propia

Ajustados los índices de eficiencia a partir de los coeficientes proporcionados por el análisis de regresión, se observa cómo las unidades clasificadas como eficientes

e ineficientes no varían. No obstante, el nivel de ineficiencia se reduce en un 0,66%, es decir, el índice de eficiencia medio de los centros analizados pasa de un 90,33% a un 91,00%.

La Tabla 101 recoge el número de centros eficientes e ineficientes en cada uno de los modelos estimados. Aunque ambos modelos clasifican 25 unidades como ineficientes y 22 unidades como eficientes, cuatro de las instituciones situadas sobre la frontera productiva en el modelo “Eficiencia VA”, son catalogadas ineficientes en el modelo “Eficiencia rendimiento”. Hecho contrario, se pone de manifiesto en el caso de dos centros ineficiente según el modelo “Eficiente VA”, que son considerados eficientes en el modelo “Eficiencia Rendimiento”. Cabe señalar que estas diferencias observadas son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 31,866 con 1 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiencia Rendimiento		Total
		Ineficiente	Eficiente	
Eficiencia VA	Ineficiente	25	2	27
	Eficiente	4	22	26
Total		29	24	53

Tabla 101: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo rendimiento: Cohorte 3

Fuente: Elaboración propia

Por su parte, la Tabla 102 muestra la distribución de unidades eficientes e ineficientes en función del modelo utilizado y la titularidad de los centros educativos. En los diferentes tipos de centros considerados, el número unidades eficientes es superior en el modelo “Eficiencia VA”. Este hecho es especialmente llamativo en el caso de los centros privados donde se suplica el número de centros que se sitúan sobre la frontera productiva en función del modelo utilizado (4 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia VA” frente a 2 unidades eficientes en el modelo “Eficiencia rendimiento”). Estas diferencias observadas son estadísticamente significativas (Chi-cuadrado = 191,578 con 25 grado de libertad, $p < 0,01$).

		Eficiencia Rendimiento						Total
		PU INE	PU EF	CN INE	CN EF	PR INE	PR EF	
Eficiencia VA	PU INE	16	0	0	0	0	0	16
	PU EF	1	7	0	0	0	0	8
	CN INE	0	0	6	2	0	0	8
	CN EF	0	0	1	13	0	0	14
	PR INE	0	0	0	0	3	0	3
	PR EF	0	0	0	0	2	2	4
Total		17	7	7	15	5	2	53

Tabla 102: Comparación unidades eficientes Modelo VA vs. Modelo rendimiento y titularidad: Cohorte 3
Fuente: Elaboración propia

6.4. VALORACIÓN GENERAL DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

Antes de esbozar los principales resultados derivados de la aplicación del modelo de evaluación de la eficiencia técnica a los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid, es necesario señalar que, dado que los índices de eficiencia son relativos y, por tanto, dependen de las unidades que están siendo analizadas, la valoración general que se presenta en este apartado hace referencia, exclusivamente, a las instituciones que han formado parte de la muestra.

En primer lugar, centrando el análisis en la naturaleza de los rendimientos de escala que caracteriza a la tecnología de producción, la aplicación de los cuatro procedimientos propuestos por Martínez Cabrera (2003) muestra cómo, a pesar de que los centros educativos varían en tamaño, no se observa una gran repercusión de la eficiencia de escala. En general, los centros operan con una escala eficiente y su ineficiencia, en caso de producirse, sería estrictamente técnica.

Considerando los colegios de 5º y 6º de Educación Primaria, de las 89 unidades analizadas, tan sólo 33 presentan un comportamiento eficiente, siendo el nivel de ineficiencia medio para el resto de instituciones del 40,66%. Por su parte, en la segunda cohorte, de los 58 centros evaluados, 26 unidades se sitúan sobre la frontera productiva y el índice de ineficiencia medio de las 32 instituciones ineficientes es del 38,71%. Por último, de los 53 centros que componen la tercera cohorte se observan 26 unidades eficientes, y el nivel de ineficiencia medio del resto de unidades se sitúa en el 27,58%.

El análisis de las mejoras potenciales, facilitado para cada una de las unidades ineficientes, resulta de vital importancia para conocer hacia donde deben dirigirse los objetivos de mejora, en vistas a incrementar su nivel de eficiencia. En líneas generales, los centros de la primera cohorte podrían aumentar, de media, un 52,54% el progreso de sus estudiantes en matemáticas y un 46,79% los logros en comprensión lectora, con los recursos que actualmente destinan para llevar a cabo su cometido. Las unidades que componen la segunda cohorte podrían incrementar en un 39,49% el valor añadido en matemáticas y en un 31,23% el valor añadido en comprensión lectora. En el caso de los centros de la tercera cohorte, el aumento medio sobre los resultados que podrían efectuar es del 40,21% para matemáticas y del 20,31% para comprensión lectora. Para lograr maximizar sus resultados, se facilita información sobre el conjunto de unidades que constituye el grupo de referencia de cada institución ineficiente. Este grupo de referencia o unidades de *benchmarking* pueden proporcionar ejemplos de buenas prácticas a ser imitadas por los centros ineficientes al presentar estructuras de producción muy similares.

En relación a los análisis de segunda etapa efectuados, los resultados muestran cómo las variables no controlables asociadas a la escuela y a su contexto no han resultado predictores explicativos de los índices de eficiencia estimados, en ninguna de las etapas educativas consideradas.

Posteriormente, la comparación de los niveles de ineficiencia de los centros en función del DAT lleva a concluir que, en las tres cohortes analizadas, no se observan diferencias significativas en el nivel de ineficiencia medio asociadas al área territorial al que pertenecen los centros. Atendiendo a la titularidad educativa, en la primera y en la segunda cohorte la ineficiencia de los centros públicos es superior que la de los privados o concertados. Sin embargo, en la tercera cohorte las diferencias observadas en el nivel medio de ineficiencia de los centros en función de la titularidad no resultan significativas.

Junto con el modelo de evaluación de la eficiencia propuesto, se han estimado otros dos modelos que toman como resultado del sistema educativo los *outputs* tradicionalmente considerados en los análisis de eficiencia llevados a cabo dentro del

sistema educativo no universitario, es decir, las tasas de promoción de las escuelas y el rendimiento bruto de los alumnos.

Cuando se introducen las tasas de promoción, las unidades eficientes varían respecto a las estimaciones iniciales. Este hecho pone de manifiesto cómo las medidas de eficiencia son relativas y dependen de los *inputs* y los *outputs* que se introducen en el análisis. Considerando las escuelas de educación primaria, el incorporar como resultado las tasas de promoción trae consigo un incremento del número de unidades eficientes. Del mismo modo, se observa cómo este último modelo favorece a los centros concertados y privados. Por su parte, el número de unidades eficientes en los centros de educación secundaria es superior en el modelo "Eficiencia VA". Estas discrepancias, en la segunda cohorte, son más evidentes en el caso de los centros privados (con o sin concierto), que se ven perjudicados cuando se consideran las tasas de promoción. En la tercera cohorte se aprecia un incremento de las unidades eficientes si se utiliza el valor añadido en educación, que resulta especialmente significativo en los centros de titularidad pública.

Si se considera como resultado educativo el rendimiento bruto de los alumnos, se observan diferencias, con respecto al modelo "Eficiencia VA", en el número y las unidades clasificadas como eficientes, y en el nivel de ineficiencia medio. Respecto a los colegios de Educación Primaria, el número de centros concertados y privados que se sitúan sobre la frontera eficiente es superior en el modelo "Eficiencia rendimiento". En la cohorte 2, aunque las diferencias en el número de unidades eficientes en función del modelo calculado no sea muy elevada, el modelo "Eficiencia rendimiento" favorece a los centros públicos y el modelo "Eficiencia VA" a los colegios de titularidad privada (con o sin concierto). Finalmente, en la tercera cohorte se observa mayor número de unidades eficientes en el modelo "Eficiencia VA", sobre todo en el caso de los centros de titularidad privada, donde las unidades situadas sobre la frontera eficiente llega a duplicarse.

En resumen, a pesar de que la coincidencia entre las estimaciones proporcionadas por los diferentes modelos es elevada, las diferencias son estadísticamente significativas. Este hecho informa de la sensibilidad de los resultados

ante los outputs considerados y, consecuentemente, de la necesidad de introducir en los modelos de eficiencia outputs precisos que informen de la verdadera aportación de las escuelas al progreso de los estudiantes.

6.4. RECAPITULACIÓN

Título: CÁLCULO DE LA EFICIENCIA TÉCNICA DE LOS CENTROS EDUCATIVOS DE LA COMUNIDAD DE MADRID

Tipo de capítulo: Empírico

Objetivos:

Estimar la eficiencia de los centros educativos de la Comunidad de Madrid, tomando como *outputs* las medidas de valor añadido calculadas en el capítulo anterior.

Comparar los índices de eficiencia obtenidos, con los resultantes de aplicar otros modelos que utilicen los indicadores de resultado tradicionalmente considerados en el análisis de la eficiencia dentro de sistema educativo no universitario (tasas de graduación y el rendimiento bruto de los alumnos).

Analizar la influencia de las variables no controlables, asociadas a la escuela y su contexto, sobre las puntuaciones de eficiencia estimadas.

Examinar variaciones en el nivel de eficiencia de los centros educativos en función del área territorial al que pertenece y de su titularidad.

Procedimiento:

Este capítulo aplica el modelo de evaluación de la eficiencia introducido en la presente tesis doctoral a los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid. Para ello, en un primer momento, se analiza la naturaleza de los rendimientos de escala que caracterizan a las unidades productivas y, a continuación, se estiman los índices de eficiencia de cada una de las unidades que forman parte de la muestra. Posteriormente, se calcula un modelo de regresión censurado con la finalidad de analizar en qué medida las variables no controlables asociadas a la escuela y su contexto resultan predictores (explicativos) de los índices de eficiencia. Finalmente, se estudia si el nivel de eficiencia varía en función del área territorial al que pertenecen o de su titularidad. Junto con el modelo propuesto, se estiman dos modelos en los que en lugar de introducir como resultado del sistema educativo las medidas de valor añadido, se utilizan las tasas de promoción y el rendimiento bruto de los alumnos.

Palabras clave: Eficiencia de escala, eficiencia técnica, DEA, regresión Tobit, *inputs* no controlables.

6.5. ABSTRACT

Title: CALCULATION OF THE TECHNICAL EFFICIENCY OF SCHOOLS OF THE COMMUNITY OF MADRID

Type of chapter: Empirical

Objectives:

To estimate the efficiency of schools of the Community of Madrid, considering the value-added measures calculated in the previous chapter as outputs.

To compare the efficiency indices obtained here with those obtained after applying other models that use outcome indicators traditionally used for efficiency analysis in the non-university education system (graduation rates, and students' gross achievement).

To analyse the influence of non-discretionary variables, associated with the school and its context on estimated efficiency scores.

To examine variations in the levels of efficiency of schools in relation to the territorial area to which they belong and the ownership.

Procedure:

This chapter applied the efficiency evaluation model introduced in this doctoral thesis to primary and secondary schools of the Community of Madrid. The first stage in this process consisted in studying the nature of the returns to scale that characterize the production units and, then, estimating the efficiency indices of each of the units in the sample. After that, a censored regression model was calculated with the purpose of analysing the extent to which the non-discretionary variables associated with the school and its context were predictors (explanatory) of the efficiency indices. Finally, the levels of efficiency were studied in relation to the territorial area to which the schools belong and their ownership. In addition to the model proposed here, two others were estimated in which students' promotion rates and gross achievement were introduced as outcomes of the education system, instead of the value-added measures.

Key words: Scale efficiency, technical efficiency, DEA, Tobit's regression, non-discretionary inputs.

CONCLUSIONES, LIMITACIONES Y PROSPECTIVA

Este apartado sintetiza las conclusiones derivadas de la presente tesis doctoral, que ha perseguido proponer y aplicar un modelo de evaluación de la eficiencia técnica que introduzca como resultado del sistema educativo el valor añadido de las escuelas. Del mismo modo, se recogen las principales limitaciones encontradas y las futuras líneas de estudio que quedan abiertas tras este trabajo de investigación.

Conclusiones específicas

Con la finalidad de ser coherentes con los interrogantes inicialmente planteados, a continuación se ha dado respuesta a los diferentes problemas específicos objeto de estudio.

¿Cuáles son las principales razones que justifican el análisis de la eficiencia dentro del sector educativo?

El primero de los motivos que justifica el uso eficiente de los recursos dentro del sector público, en general, y del sistema educativo, en particular, emana del análisis de la Constitución Española. El mandato constitucional en sus artículos 27.4 y

27.5 indica que la educación básica debe ser obligatoria y gratuita, y que son los poderes públicos los encargados de garantizar el derecho de los ciudadanos a la educación. Este intervencionismo por parte del estado en materia educativa se fundamenta, entre otros, en la idea más o menos generalizada de que el desarrollo de un país depende, en gran medida, de los conocimientos y habilidades que poseen sus ciudadanos. La preocupación creciente por parte de la sociedad por invertir en educación, ha llevado a que durante los últimos años se hayan alcanzado cotas máximas de escolarización en los niveles obligatorios, así como a una masificación de la educación superior.

Las Administraciones Educativas, al igual que el resto de Administraciones Públicas, para llevar a cabo su cometido, requieren de una serie de recursos humanos y materiales y, por tanto, de una asignación presupuestaria que en España durante los últimos años ha supuesto, aproximadamente, el 4,5% del Producto Interior Bruto. Aunque esta cifra es reseñable, la asignación presupuestaria en nuestro país se sitúa por debajo de la media Europea, que toma valores cercanos al 5%.

Partiendo de esta situación, el sistema educativo sólo puede dar respuesta a las demandas de la sociedad en materia educativa, a través de un uso eficiente de los recursos públicos que se destinan a educación. Esta necesidad de mejorar la eficiencia del gasto público queda explícita en el artículo 30.2 del dicho texto constitucional que señala que la programación y la ejecución del gasto público en educación deben responder a criterios de eficiencia y economía.

Del mismo modo, la legislación educativa que actualmente rige las enseñanzas universitarias y no universitarias ha reflejado esta necesidad de incrementar la eficiencia del sistema educativo. Así, la LOE (2006) aboga por una mayor eficacia y eficiencia dentro del sector público, defendiendo la utilización eficiente de los recursos públicos que se asignan a la educación. Por su parte, la LOU (2001) y la ley que modifica la LOU (Ley Orgánica 4/2007) han puesto de manifiesto la necesidad de que las universidades aumenten su nivel de eficiencia, estableciendo medidas para contribuir a dicho incremento.

En resumen, la gestión eficiente de las partidas presupuestarias destinadas a sufragar el gasto del sistema educativo responde a un mandato constitucional y, a la necesidad de dar respuesta a las demandas sociales de una educación de calidad utilizando, para ello, cuantías monetarias, que durante los últimos años han permanecido invariables.

¿Qué variables se han introducido tradicionalmente en el análisis de la eficiencia educativa?

El análisis efectuado de los trabajos empíricos que han perseguido evaluar la eficiencia educativa, ha permitido observar cómo los *inputs* y *outputs* utilizados varían en función del nivel educativo objeto de estudio.

En los estudios llevados a cabo en los niveles educativos no universitarios, los principales *inputs* considerados han sido las variables que relacionan el número de profesores y el número de estudiantes. Del mismo modo, se observa cierta tendencia a introducir factores relativos al profesorado (horas de docencia a la semana, nivel educativo, experiencia,..., etc.) e indicadores del coste educativo como son el gasto por alumno o el gasto en funcionamiento, excluyendo los sueldos en personal. Con una presencia menor, estos trabajos utilizan información sobre los recursos materiales de los que disponen los centros y sus instalaciones.

Además de los *inputs* controlables por las unidades productivas, estas aportaciones han incluido otro conjunto de factores que, aún no estando bajo el control de los centros educativos, pueden influir sobre el índice de eficiencia estimado. Entre estas variables destacan las características individuales y familiares de los estudiantes (nivel socioeconómico, actitudes hacia el estudio, clima académico en el hogar,..., etc.). Junto con estos indicadores, algunos trabajos han utilizado *inputs* no controlables asociados a los centros educativos como son su titularidad, el porcentaje de alumnos con discapacidad, las tasas de absentismo o las tasas de alumnos superdotados.

Atendiendo a los *outputs* se observa un mayor consenso. Las aportaciones empíricas analizadas introducen, fundamentalmente, indicadores del rendimiento

académico. Para ello se tiende a recurrir a las puntuaciones obtenidas por los alumnos en las evaluaciones nacionales e internacionales. En el caso español, gran parte de los trabajos han considerado los resultados de las pruebas de acceso a la universidad. No obstante, la participación española en evaluaciones internacionales, como TIMSS o PISA, ha traído consigo un incremento de los estudios de eficiencia que incorporan los resultados de los estudiantes en dichas evaluaciones. Del mismo modo, es elevado el número de trabajos que establecen como *output* del sistema educativo las tasas de promoción o de graduación.

Dentro del sistema educativo universitario, los *inputs* utilizados varían en función del estudio analizado. No obstante, un insumo que se incluye de manera generalizada es el número de personas dedicadas a tareas de docencia y de investigación. Al contrario de lo que acontecía en los niveles no universitarios, es frecuente observar indicadores de entrada que informan de la inversión en recursos materiales y humanos (gasto de la universidad excluyendo salarios, presupuesto departamental, coste administrativo, gasto de biblioteca, recursos financieros,..., etc.).

Por su parte, las variables de resultado consideradas se pueden diferenciar en indicadores de docencia e indicadores de investigación. Dentro del primer tipo de *outputs* se introducen, principalmente, el número de alumnos matriculados en estudios de grado y de postgrado o el número de títulos conseguidos. Los *outputs* referidos a la producción científica aluden al número y tipo de las publicaciones de carácter científico, a la tecnología transferida a otros negocios, o al dinero recibido por subvenciones o contratos de investigación.

¿Cuál es la alternativa metodológica más adecuada para la medida de la eficiencia en el campo de la educación?

El discurso mantenido en el capítulo dos de esta memoria, lleva a concluir que la alternativa metodológica más adecuada para la medida de la eficiencia educativa es el Análisis Envolvente de Datos.

Al no requerir una especificación previa de la relación entre los *inputs* y los *outputs*, el Análisis Envolvente de Datos se adapta mejor que las técnicas

paramétricas, como son los Modelos de Fronteras Estocásticas, al análisis de la eficiencia en contextos en los que la forma exacta de la función de producción es desconocida, como es el caso del sistema educativo. Del mismo modo, este procedimiento permite introducir múltiples variables de entrada y de resultados, lo cual resulta de gran relevancia en el campo de la educación dada la multidimensionalidad del *output* educativo. Finalmente, cabe señalar que han sido varios los modelos basados en la metodología DEA que se han desarrollado, con el objetivo de controlar el efecto que los *inputs* no controlables por las unidades objeto de estudio pueden ejercer sobre los índices de eficiencia estimados.

¿Cuáles son los principales inputs no controlables que influyen sobre los resultados que alcanza la escuela?

Las variables no controlables que influyen sobre los resultados que consiguen las escuelas son numerosas y pueden hacer referencia a las características individuales y familiares de los estudiantes, a los propios centros educativos o, incluso, al contexto en el que se ubican estas instituciones. Cuando se toma la decisión de introducir este conjunto de indicadores en los estudios de eficiencia es porque, de una u otra forma, se ha comprobado la relación existente entre dichas variables y los logros escolares. En este sentido, la revisión de estudios empíricos llevada a cabo a lo largo del capítulo tres ha analizado la relación o influencia de, sin ser los únicos, algunos de estos factores sobre los resultados del sistema educativo.

Dentro de las características individuales y familiares se ha evidenciado el efecto del rendimiento previo, el sexo, la condición del inmigrante, las aspiraciones educativas del alumno, la gestión del tiempo, el nivel socioeconómico y cultural de las familias y las aspiraciones educativas de los padres, sobre el rendimiento inicial de los alumnos y sobre sus tasas de crecimiento. Atendiendo al contexto en que se desarrolla el proceso de enseñanza-aprendizaje, las variables consideradas han sido las tasas de desempleo, el precio de la vivienda y la tasa de inmigración. Entre las características que forman parte de la propia identidad de las unidades productivas se ha visto oportuno incluir la titularidad, las etapas educativas, las horas de clase no impartidas, el clima del centro y las tasas de absentismo.

Aunque no todos los *inputs* considerados habían sido introducidos anteriormente en estudios dirigidos a evaluar la eficiencia educativa, se ha visto necesario controlar el efecto que ejercen estas variables sobre los resultados del sistema educativo y, por tanto, sobre los índices de eficiencia estimados.

¿La utilización de medidas de valor añadido permite controlar el efecto que los factores asociados a las características individuales y familiares de los alumnos ejercen sobre los resultados educativos?

Tal y como se ha señalado en este trabajo, el principal objetivo de los modelos de valor añadido es aislar la contribución de las escuelas al desarrollo académico de sus alumnos, midiendo, exclusivamente, el efecto que los factores asociados a la escuela, sus programas o profesores ejercen sobre el crecimiento académico.

En este tipo de modelos, el control de las características individuales y familiares de los estudiantes sobre su progreso académico podría ser garantizado, al considerar las puntuaciones de los sujetos en varios momentos temporales. El evaluar el nivel de logro de los alumnos en, al menos, dos ocasiones puede llevar a pensar que, tal y como han defendido algunos autores (Ballou et al., 2004; Zvoch y Stevens, 2008), los factores individuales quedan aislados, al suponer que dichas variables influyen tanto en los resultados del pre-test como en los del post-test.

Sin embargo, para lograr un mayor control del efecto de estos indicadores individuales y familiares, se puede estimar un modelo de valor añadido contextualizado que incluya estas variables como predictores de nivel dos, de forma que quede controlado el efecto de dichas características sobre el rendimiento inicial y sobre las tasas de crecimiento de las escuelas.

Estas propiedades de las medidas de valor añadido hacen que sean consideradas un *output* de precisión en los modelos de eficiencia, en primer lugar porque, tal y como se ha indicado, controlan el efecto de las características individuales y familiares de los alumnos sobre su progreso académico y, en segundo lugar, porque las medidas brutas del rendimiento académico hacen referencia a la

acumulación de conocimientos a lo largo de su vida mientras que, en un modelo de eficiencia, los *inputs* informan de los recursos utilizados en un momento temporal concreto. De esta forma, coincidiendo con Seijas (2004), se ve necesario controlar el nivel de conocimientos que el alumnado presentaba en el momento inicial al que hacen referencia los recursos.

¿La eficiencia técnica de las escuelas varía en función de los outputs considerados en el modelo?

Las medidas obtenidas tras aplicar un modelo de evaluación de la eficiencia son sólo indicadores relativos del nivel de eficiencia de esas unidades, que dependerán tanto de los *inputs* y de los *outputs* introducidos en el modelo como del conjunto de unidades que están siendo comparadas.

En este sentido, cuando se persigue evaluar la eficiencia, una de las decisiones más importantes a tomar es la elección de los insumos y resultados que se introducirán en el modelo, ya que de dicha decisión dependerán los índices obtenidos. En el caso concreto del sistema educativo, esta cuestión adquiere aún más importancia si se tiene en cuenta que la función de producción educativa es desconocida y el *output* educativo puede ser de muy diversa índole.

En este trabajo se ha presentado un modelo de evaluación de la eficiencia orientado a maximizar el *output*, en el que los centros serán más o menos eficientes en función de que produzcan mayor o menor *output*, a partir uno mismo nivel de *input*. Desde esta perspectiva, y considerando que son varios los *outputs* que puede llegar a producir un sistema educativo, las escuelas serán más o menos eficientes dependiendo de los *outputs* considerados en el análisis. Por este motivo, si se introduce como indicador de los resultados educativos las medidas de valor añadido, una escuela eficiente será aquella que contribuya en mayor medida al progreso de sus estudiantes, utilizando para ello la misma cantidad de recursos que el resto de unidades con las que está siendo comparada. De esta forma, se pretende dejar atrás aquellos modelos que han considerado que la eficiencia de las escuelas está determinada por las tasas de promoción o por medidas de rendimiento bruto.

¿Es posible aplicar este modelo en la evaluación de la eficiencia de los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid?

La aplicación del modelo de evaluación de la eficiencia propuesto, a los centros educativos de primaria y secundaria de la Comunidad de Madrid, ha sido abordada a lo largo de los tres últimos capítulos. Esta aportación empírica se ha enmarcado dentro del proyecto de I+D titulado “El valor añadido en educación y la función de producción educativa: un estudio longitudinal”, llevado a cabo durante los cursos académicos 2005-2006 y 2006-2007.

Dadas las tres fases de que consta el modelo, en primer lugar, el propósito ha estado dirigido a encontrar una medida de valor añadido que cuantificase la contribución de las escuelas al rendimiento de los estudiantes en dos materias instrumentales, como son matemáticas y comprensión lectora. Para ello, la técnica utilizada ha sido el análisis multinivel. Este procedimiento ha permitido respetar la estructura anidada de los datos educativos y modelizar el crecimiento de los alumnos a lo largo del tiempo, cuando éste no sigue una trayectoria lineal. Concretamente, se ha observado cómo mientras que el crecimiento del rendimiento en matemáticas de los sujetos matriculados en el último ciclo de primaria y en el último ciclo de educación secundaria obligatoria era lineal, el progreso de los estudiantes que formaban parte de la segunda cohorte seguía una trayectoria cuadrática. En el área de comprensión lectora, se ha observado un crecimiento lineal para los alumnos del último ciclo de educación primaria. Por el contrario, en las otras dos cohortes, referidas a las dos etapas de Educación Secundaria obligatoria, el crecimiento a través de las diferentes aplicaciones es cuadrático.

Con el objetivo de calcular unas medidas de valor añadido que controlasen el efecto que las características individuales y familiares de los estudiantes pueden ejercer sobre los resultados que consigue la escuela, las medidas de valor añadido inicialmente calculadas han sido ajustadas introduciendo estos indicadores individuales como covariables en el modelo. El considerar dichos indicadores ha permitido observar la influencia que estos factores individuales ejercen sobre el rendimiento inicial de las escuelas y sobre sus tasas de crecimiento.

Consecuentemente, se ha contribuido a la explicación de las diferencias entre las escuelas y entre los sujetos en su nivel de rendimiento previo, llegando incluso a desaparecer. Por su parte, la varianza en las tasas de crecimiento de los alumnos y de las escuelas se ha visto incrementada.

En esta primera fase del modelo, las medidas de valor añadido para cada centro se han calculado como la distancia entre su crecimiento observado y su crecimiento esperado en un momento determinado. De esta forma, ha sido posible observar, de un lado, cómo aunque el crecimiento de una escuela sea positivo su valor añadido puede ser negativo y, de otro, la importancia que tiene modelizar adecuadamente el crecimiento de las escuelas si se persigue evaluar su valor añadido mediante el uso de los modelos jerárquicos lineales. Así, mientras que si se asume un crecimiento lineal el valor añadido incrementa o disminuye a lo largo del tiempo de manera constante, si el crecimiento a lo largo del tiempo responde a un modelo no lineal se puede llegar a reflejar mejor las posibles variaciones que experimentan los centros educativos a lo largo del tiempo.

Tomando como resultado del sistema educativo las medidas de valor añadido estimadas anteriormente, en una segunda etapa se ha calculado la eficiencia de cada uno de los centros educativos que forman parte de la muestra. La alternativa metodológica utilizada ha sido el Análisis Envolvente de Datos, en su orientación al *output* y asumiendo rendimientos constantes a escala. Los resultados proporcionan para cada institución evaluada su índice de eficiencia. Del mismo modo, se facilita el análisis de las mejoras potenciales que las unidades ineficientes deberían efectuar para situarse sobre la frontera eficiente, es decir, se proporciona información de hacia dónde deben dirigirse los objetivos de mejora. Igualmente, se indica cuál es el grupo de referencia o unidades de *benchmarking* para cada centro ineficiente, que pueden proporcionar ejemplos de buenas prácticas a ser imitadas.

Calculados los índices de eficiencia de las unidades evaluadas, el modelo propuesto incorpora una tercera fase en la que se aplica un modelo de regresión censurada (modelo Tobit), con el objetivo de analizar si las variables no controlables, asociadas a la escuela y su contexto, influyen sobre las medidas de eficiencia

estimadas. En el caso concreto de la región de Madrid, se ha puesto de relieve cómo estos *inputs* no controlables no han resultado variables explicativas de los índices de eficiencia estimados, en ninguna de las etapas educativas consideradas.

De esta forma, se evidencia la necesidad de considerar en los modelos de eficiencia, principalmente, los *inputs* no controlables relativos a las características individuales y familiares de los estudiantes ya que, como se ha podido observar, estos factores influyen significativamente sobre los resultados que consiguen los centros educativos. Por su parte, los *inputs* no controlables relativos a la escuela y a su contexto parece que no tienen tanta importancia en la explicación de la ineficiencia de los centros educativos de la Comunidad de Madrid.

En último lugar, el análisis de los resultados obtenidos ha mostrado cómo el nivel de ineficiencia de los centros educativos no difiere en función de la dirección territorial a la que pertenecen (Centro, Norte, Sur, Este y Oeste). El caso contrario se contempla cuando se estudia el nivel de ineficiencia de las instituciones en función de la titularidad. En la primera y en la segunda cohorte, la ineficiencia de los centros públicos es superior que la de los privados o concertados, coincidiendo con las conclusiones derivadas de diferentes trabajos que han indicado una mayor eficiencia de los centros privados frente a los públicos (Coleman, Hoffer y Kilgore, 1982; Jiménez, Loochheed y Paqueo, 1991; Kingdon, 1996; Sampaio y Guimarães, 2009). El caso contrario acontece en la tercera cohorte, donde las diferencias observadas en el nivel medio de ineficiencia de los centros en función de la titularidad no resultan significativas. Este resultado es acorde a los estudios que señalan cómo, tras eliminar el efecto de las variables externas a la escuela, la mayor eficiencia en la gestión de los recursos por parte de las instituciones privadas desaparece (Calero y Escardíbul, 2007; Mancebón y Muñiz, 2008; Cherchye, De Witte, Ooghe y Nicaise, 2010; Perelman y Santín, 2011).

Con la finalidad de conocer en qué medida podrían variar los índices de eficiencia calculados en función de los *outputs* introducidos en el modelo, se han presentado las estimaciones obtenidas tras aplicar un modelo que toma como producto educativo las tasas de promoción de las escuelas y otro en el que se

introduce como resultado del sistema educativo el rendimiento bruto de los alumnos en un momento determinado, concretamente en junio de 2007.

Los resultados muestran cómo, aunque la correlación entre los índices de eficiencia proporcionados por los diferentes modelos es positiva, las diferencias en la clasificación de los centros como eficientes o ineficientes según se considere un producto educativo u otro resultan estadísticamente significativas. En este sentido, se pone de relieve cómo los centros en los que los alumnos progresan más no tienen por qué ser las instituciones con mayores tasas de promoción o en las que los estudiantes obtienen las mayores puntuaciones en las pruebas de rendimiento. Esta falta de coincidencia se pone de manifiesto tanto en primaria como en secundaria. En líneas generales, el incorporar como *output* las tasas de promoción incrementa el número de unidades eficientes cuando se evalúan los colegios de educación primaria. El introducir el rendimiento bruto de los alumnos trae consigo un aumento del número de centros eficientes cuando se analiza la eficiencia en el último ciclo de educación primaria y en el primer ciclo de educación secundaria. Por el contrario, el número de centros que se sitúan sobre la frontera productiva en el último ciclo de educación secundaria es superior en el modelo "Eficiencia VA".

En definitiva, la cuestión pasa por plantearse qué es una escuela eficiente, ¿la que más tasas de promoción genera?, ¿aquella en la que los estudiantes muestran un mayor nivel de competencia, sin tener en cuenta si cuando entraron a la escuela ya presentaban esos mejores resultados? o, por el contrario, ¿la que más hace progresar a los alumnos?.

Conclusiones generales

A continuación se ha buscado dar respuesta al principal interrogante formulado en este trabajo de investigación:

¿La introducción de las medidas de valor añadido en los modelos de evaluación de la eficiencia permite obtener índices precisos, fiables y objetivos de la eficiencia de las escuelas, a la vez que solventa algunas de las principales limitaciones puestas de

manifiesto por las aportaciones que han buscado evaluar la eficiencia en el campo de la educación?

Una consideración que ha de tenerse en cuenta cuando se busca evaluar la eficiencia, entendida como la relación entre las entradas del sistema educativo y los resultados que allí se consiguen, es la influencia que sobre dichos resultados pueden ejercer todas aquellas variables que se encuentran fuera del control de las escuelas.

La principal aportación de este trabajo ha sido evidenciar cómo la introducción de las medidas del valor añadido contextualizadas, como *outputs* en los modelos de valor añadido, facilita el control de las variables que más efecto pueden ejercer sobre los resultados educativos como son las características individuales y familiares de los estudiantes. Igualmente, se ha puesto de manifiesto cómo la aplicación de los modelos jerárquicos lineales en la estimación de estas medidas de valor añadido, trae consigo numerosas ventajas respecto a la aplicación de otro tipo de procedimientos, ya que se respeta la estructura anidada de los datos, se permite modelizar crecimientos no lineales y se controla el efecto que los factores individuales pueden ejercer sobre el progreso de los estudiantes a lo largo del tiempo, entre otros.

De esta forma, las estimaciones de valor añadido constituyen medidas precisas de los resultados que consiguen las escuelas que, posteriormente, se pueden introducir en los modelos de evaluación de la eficiencia, de la eficacia o de la funcionalidad. En el caso concreto del análisis de la eficiencia educativa, el no utilizar medidas de valor añadido puede traer consigo estimaciones sesgadas de la eficiencia de las escuelas, ya que cualquier otro *output* educativo estará, en mayor o menor medida, condicionado por las características individuales y familiares de los estudiantes. Este hecho es especialmente importante, en los casos en que los centros ejercen algún tipo de control en el proceso de selección de los alumnos en función de alguna de estas características individuales (por ejemplo, su rendimiento previo). Aunque estos *inputs* no controlables se pudiesen considerar en una segunda fase, como han propuesto diferentes autores, no parece el procedimiento más adecuado ya que se introducen estas características como variables agregadas, al intentar controlar en el "nivel escuela" el efecto de variables que pertenecen al "nivel alumno".

El modelo de evaluación propuesto ha perseguido cumplir las dos funciones básicas de todo proceso de evaluación: informar y mejorar. De esta forma, se informa del nivel de eficiencia actual de los centros educativos, es decir, se proporciona a la sociedad, en general, y a las Administraciones Educativas, en particular, información fiable acerca de cómo las diferentes instituciones utilizan sus recursos. Del mismo modo, se establecen los objetivos de mejora para los centros ineficientes, identificándose, a su vez, cuáles son las unidades eficientes que pueden proporcionar ejemplos de buenas prácticas a ser imitadas.

Limitaciones y prospectiva

La introducción de medidas de valor añadido en los procesos de evaluación de la calidad educativa, bien ésta se centre en el análisis de la dimensión de eficacia, de eficiencia o de funcionalidad pone de manifiesto una de las principales debilidades de la evaluación del sistema educativo en España, como es la falta de un seguimiento del progreso de los alumnos a lo largo del tiempo. El modelo de evaluación de la eficiencia planteado requiere de diseños longitudinales, por lo que su aplicación en el sistema educativo español sólo es viable en contextos como el de la investigación en la que se enmarca esta tesis doctoral.

Otra posible limitación de este trabajo hace referencia a los *inputs* introducidos en el análisis ya que, aunque en su mayor parte coinciden con los considerados en otros estudios que han perseguido evaluar la eficiencia educativa en los niveles no universitarios, sería interesante incorporar en el modelo variables que proporcionen información de otros recursos que consumen los centros educativos (gasto por alumno, gastos de funcionamiento, gastos en salarios de los profesores,..., etc.). En este sentido, un verdadero sistema de rendición de cuentas debería proporcionar información detallada del modo en que los centros educativos emplean los recursos de que disponen.

En relación a los *inputs* no controlables, son muchas las variables que pueden influir sobre los resultados que alcanza el sistema educativo y su control es esencial para poder obtener medidas de eficiencia precisas. Es por ello, que en futuras

aplicaciones de este modelo se debería decidir cuáles son los indicadores no controlables asociados a los alumnos, a los propios centros o a su contexto que conviene introducir con la finalidad de lograr buenas estimaciones de la eficiencia educativa.

Finalmente, a pesar de las enormes ventajas que ofrece el Análisis Envolvente de Datos en la evaluación de la eficiencia dentro del sector educativo, el índice de eficiencia que se obtiene a partir de esta técnica es relativo y depende de las unidades que se están comparando. Consecuentemente, los resultados deben hacerse extensivos únicamente a las unidades que forman parte de la muestra.

Del mismo modo, una de las limitaciones de esta técnica es que considera que toda la desviación de la unidad de producción respecto a la frontera productiva es atribuible a la ineficiencia de la unidad y, por tanto, dentro de este planteamiento no tiene cabida posibles efectos aleatorios fuera del control del productor que pueden afectar al *output*. Esta limitación se pretende solventar en futuros trabajos aplicando el método Stochastic Nonparametric Envelopment of Data (Kuosmanen, 2006, 2007; Kuosmanen y Kortelainen, 2007), ya que comparte las ventajas del DEA, a la vez que descompone la desviación de las unidades respecto a la frontera eficiente en un componente de ineficiencia y un componente de ruido aleatorio.

BIBLIOGRAFÍA

- Abbott, M., & Doucouliagos, C. (2003). The efficiency of Australian universities: a data envelopment analysis. *Economics of Education Review*, 22(1), 89-97.
- Afonso, A., & St. Aubyn, M. (2006). Cross-country efficiency of secondary education provision: a semi-parametric analysis with non-discretionary inputs. *Economic Modelling*, 23 (3), 476-491.
- Afriat, S. N. (1972). Efficiency estimation of production functions. *International Economic Review*, 13 (3), 568-598.
- Aigner, D. J., & Chu, S. F. (1968). On estimating the Industry Production Function. *American Economic Review*, 58 (4), pp. 826-839.
- Aigner, D. J., Lovell, C. A. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of Stochastic Frontier Production Function Models. *Journal of Econometrics*, 6 (1), 21-37.
- Al Otaiba, S., Petscher, Y., Pappamihel, N. E., Williams, R. S., Dyrland, A. K., & Connor, C. (2009). Modeling oral fluency development in Latino students: a longitudinal study across second and third grade. *Journal of Educational Psychology*, 101, 2, 315-329.
- Albi, E., González-Páramo, J. M., & Zubiri, I. (2000). *Economía pública I: Fundamentos, Presupuesto y Gasto, Aspectos Macroeconómicos*. Barcelona: Ariel.
- Álvarez Pinilla, A. (2001). Concepto y medición de la eficiencia productiva. En A. Álvarez Pinilla (Coord.), *La medición de la eficiencia y la productividad*. Madrid: Pirámide.
- Anaya Nieto, D. (2009). *Bases del aprendizaje y educación*. Madrid: Sanz y Torres.
- Andrade, M., Miranda, C., & Freixas, I. (2000). Rendimiento académico y variables modificables en alumnos de 2do medio de liceos municipales de la Comuna de Santiago. *Revista de Psicología Educativa* 2000, 6(2), 28-36.
- Arnau, J., & Balluerka, N. (2004). Análisis de datos longitudinales y curvas de crecimiento. Enfoque clásico y propuestas actuales. *Psicothema*, 16(1), 156-162.

- Aroz M. (2005). La eficiencia en el sistema educativo. *Economistas*, 23(105), 138-144.
- Athanassopoulos, A. D., & Shale, E. (1997). Assessing the comparative efficiency of higher education in the UK by means of Data Envelopment Analysis. *Education Economics*, 5(2), 117-134.
- Ballou, D., Sanders, W., & Wright, P. (2004). Controlling for student background in value-added assessment of Teacher. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 29(1), 37-65.
- Banker, R. D., Charnes, A., & Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9), 1078-1092.
- Barrow, M., & Wagstaff, A. (1989). Efficiency measurement in the public sector: an appraisal. *Fiscal Studies*, 10(1), 73-97.
- Becker, G. S. (1964). *Human capital: a theoretical and empirical analysis, with special reference to education*. New York, NY: National Bureau of Economic Research.
- Becker, G. S. (1976). *The economic approach to human behaviour*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Becker, G. S., & Chiswick, B. R. (1966). Education and the distribution of earnings. *American Economic Review*, 56(1-2), 358-369.
- Boaduo, N.A.P., Milondzo, K.S., & Adjei, A. (2009). Parent-community involvement in school governance and its effects on teacher effectiveness and improvement of learner performance: A study of selected primary and secondary schools in Botswana. *Educational Research and Review*, 4 (3), pp. 96-105.
- Borland, M. V., & Howsen, R. M. (1998). Effect of student attendance on performance: Comment on Lamdin. *Journal of Educational Research*, 91(4), 195-197.
- Bowen, N. K., & Bowen, G. L. (1999). Effects of crime and violence in neighborhoods and schools on the school behavior and performance of adolescents. *Journal of Adolescent Research*, 14(3), 319-324.

- Bradley, S., Johnes, G., & Millington, J. (2001). The effect of competition on the efficiency of secondary schools in England. *European Journal of Operational Research*, 135(3), 545-568.
- Buchmann, C., & Dalton, B. (2002). Interpersonal influences and educational aspirations in 12 countries: The importance of institutional context. *Sociology of Education*, 75(2), 99-122.
- Burton, J. M., & Marshall, L. A. (2005). Protective factor for youth considered at risk of criminal behaviour: does participation in extracurricular activities help? *Criminal Behaviour & Mental Health*, 15(1), 46-64.
- Calero, J., Choi, A., & Waisgrais, S. (2009). Determinantes del rendimiento educativo del alumnado de origen nacional e inmigrante en PISA-2006. *Cuadernos Económicos del ICE*, 78(2), 281-310.
- Calero, J., & Escardíbul, J. (2007). Evaluación de servicios educativos: el rendimiento en los centros públicos y privados medido en PISA-2003. *Hacienda Pública Española*, 183(4/2007), 33-66.
- Calero, J., & Fernández, M. (2009). Programas de gasto destinado a la educación inclusiva de personas con discapacidad: descripción y estimación del coste de nuevas medidas. En M. A. Casanova & M. A. Cabra, *Educación y personas con discapacidad: Presente y Futuro*. Madrid: Fundación ONCE
- Callahan, R. E. (1962). *Education and the cult of efficiency: A study of the social forces that have shaped the administration of the public schools*. Chicago, IL: University of Chicago Press.
- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1963). *Experimental and quasi-experimental designs for research*. Boston, MA: Houghton-Mifflin.
- Cansino Muñoz-Repiso, J. M. (1999). *La eficiencia del sector público: métodos de evaluación y organismos responsables. El caso de España*. Madrid: Instituto de Estudios Fiscales.

- Carman, C. A., & Taylor, D. K. (2010). Socioeconomic status effects on using the Naglieri Nonverbal Ability Test (NNAT) to identify the gifted/talented. *Gifted Child Quarterly*, 54(2), 75-84.
- Castro, M., & Gaviria, J. L. (2009). La evaluación educativa desde la perspectiva del valor añadido. *Estudios sobre Educación*, 16(1), 147-166.
- Castro, M., Ruíz, C., & López, E. (2009). Forma básica del crecimiento en los modelos de valor añadido: Vías para la supresión de efecto de regresión. *Revista de Educación*, 348(1), 111-136.
- Casu, B., & Thanassoulis, E. (2006). Evaluating cost efficiency in central administrative services in UK universities. *OMEGA: the International Journal of Management Science*, 34(5), 417-426.
- Celik, O., & Ecer, A. (2009). Efficiency in accounting education: evidence from Turkish Universities. *Critical Perspectives on Accounting*, 20(5), pp. 614-634.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Golany, B., Seiford, L., & Stutz, J. (1985). Foundations of Data Envelopment Analysis for Pareto-Koopmans efficient empirical production functions. *Journal of Econometrics*, 30(1/2), 91-107.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Seiford, L., & Stutz, J. (1982). A multiplicative model for efficiency analysis. *Socio-Economic Planning Sciences*, 16(5), 223-224.
- Charnes, A., Cooper, W. W., Seiford, L., & Stutz, J. (1983). Invariant multiplicative efficiency and piecewise Cobb-Douglas envelopments. *Operations Research Letters*, 2(3), 101-103.
- Charnes, A., Cooper, W., Lewin, A. Y., & Seiford, L. M. (1994). *Data Envelopment Analysis. Theory, methodology and applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers.
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision-making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6), 429-444.

- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1979). Short communication: Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 3(4), 339.
- Chen, S. Y., & Fu, Y. C. (2009). Internet use and academic achievement: gender differences in early adolescence. *Adolescence*, 44(176), 797-812.
- Cherchye, L., De Witte, K., Ooghe, E., & Nicaise, I. (2010). Efficiency and equity in private and public education: A nonparametric comparison. *European Journal of Operational Research*, 202(2), 563-573.
- Cherchye, L., Kuosmanen, T., & Post, T. (2000). What is the economic meaning of FDH? A reply to Thall. *Journal of Productivity Analysis*, 13(3), 263-267.
- Cherchye, L., Kuosmanen, T., & Post, T. (2001). FDH Directional Distance Functions with an application to European commercial banks. *Journal of Productivity Analysis*, 15 (3), 201-215
- Cherchye, L., Kuosmanen, T., & Post, T. (2002). Non-parametric production analysis in non-competitive environments. *International Journal of Production Economics*, 80(3), 279-294.
- Choi, K., & Seltzer, M. (2005). *Modeling heterogeneity in relationships between initial status and rates of change: Latent variable regression in a three-Level hierarchical model*. Los Angeles, CA: Center for the Study of Evaluation National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing. Recuperado el 10 de enero de 2009 de http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/1b/b4/ac.pdf
- Choi, K., & Seltzer, M. (2010). Modeling heterogeneity in relationships between initial status and rates of change: Treating latent variable regression coefficients as random coefficients in a three-level hierarchical model. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 35(1), 54-91.

- Clotfelter, C. T., Ladd, H. F., & Vigdor, J. L. (2009). Are teacher absences worth worrying about in the United States? *Education Finance and Policy*, 4(2), 115-149.
- Coelli, T., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis (2nd Edition)*. New York, NY: Springer.
- Cohn, E., & Geske, T. G. (1990). *The economics of education*. New York, NY: Pergamon Press.
- Cohn, E., & Johnes, G. (1994). *Recent developments in the economics of education*. United Kingdom: Elgar Publishing.
- Cohen, J. (2006). Social, emotional, ethical and academic education: Creating a climate for learning, participation in democracy and well-being. *Harvard Educational Review*, 76(2), 201-237.
- Cohen, J., McCabe, L., Michelli, N. M., & Pickeral, T. (2009). School climate: Research, policy, teacher education and practice. *Teachers College Record*, 111(1), 180-213.
- Coleman, J. S., Campbell, E. Q., Hobson, C. J., McPartland, J., Mood, A. M., Weinfeld, F. D., & York, R. L. (1966). *Equality of educational opportunity (2 vols.)*. Washington, DC: US Government Printing Office.
- Coleman, J., Hoffer, T., & Kilgore, S. (1982). Cognitive outcomes in public and private schools. *Sociology of Education*, 55(2/3), 65-76.
- Coll, V., & Blasco, O. M. (2006). *Evaluación de la eficiencia mediante el Análisis Envolverte de Datos (Edición digital)*. Recuperado el 6 de septiembre de 2008 de www.eumed.net/libros/2006c/197/
- Collins, R. (1989). *La sociedad credencialista. Sociología histórica de la educación y de la estratificación*. Madrid: Akal.
- Comisión de las Comunidades Europeas (2001). *European governance. A white paper*. Recuperado el 3 de marzo de 2007 de http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/site/en/com/2001/com2001_0428en01.pdf

- Comisión de las Comunidades Europeas (2003). *Invertir eficazmente en educación y formación: un imperativo para Europa*. Recuperado el 21 de abril de 2007 de <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2002:0779:FIN:ES:PDF>.
- Comisión de las Comunidades Europeas (2006). *Eficiencia y equidad en los sistemas europeos de educación y formación*. Recuperado el 23 de enero de 2009 de <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2006:0481:FIN:ES:PDF>.
- Comisión de las Comunidades Europeas (2007). *Un marco coherente de indicadores y puntos de referencia para el seguimiento de los avances hacia los objetivos de Lisboa en el ámbito de la educación y la formación*. Recuperado el 22 de abril de 2007 de <http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=COM:2007:0061:FIN:ES:PDF>.
- Congreso de los Diputados (1978). *Constitución Española*. Recuperado el 3 de abril de 2008 de http://noticias.juridicas.com/base_datos/Admin/constitucion.html.
- Conroy, S. J., & Arguea, N. M. (2008). An estimation of technical efficiency for Florida public elementary schools. *Economics of Education Review*, 27(6), 655-663.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., & Tone, K. (2007). *Data Envelopment Analysis. A comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software. (2nd Edition)*. New York, NY: Springer.
- Cooper, W.W., & Tone, K. (1997). Measures of inefficiency in data envelopment analysis and stochastic frontier estimation. *European Journal of Operational Research*, 99, 72-88.
- Cordero, J.M. (2006). *Evaluación de la eficiencia con factores exógenos mediante el Análisis Envolvente de Datos. Una aplicación a la Educación Secundaria en España*. Tesis doctoral. Universidad de Extremadura, España.
- Cordero, J. M., Muñiz, M. A., & Pedraja, F. M. (2006, 2-3 de febrero). *La confusión de la calidad en los servicios públicos: distintos conceptos, distintas medidas, distintas*

- soluciones*. XIII Encuentro de Economía Pública, Playadulce, Playadulce, Almería. Recuperado el 20 de abril de 2009 de dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=3134014&orden=0
- Cordero, J.M., Pedraja, F. & Salinas, J. (2005). Eficiencia en educación secundaria e *inputs* no controlables: sensibilidad de los resultados ante modelos alternativos. *Revista de Economía Pública*, 173(2), 61-83. Recuperado el 20 de junio de 2008 de http://www.ief.es/Publicaciones/PapelesDeTrabajo/pt2004_02.pdf
- Cordero-Ferrera, J.M., Pedraja-Chaparro, F., & Salinas-Jiménez, J. (2008). Measuring efficiency in education: an analysis of different approaches for incorporating non-discretionary *inputs*. *Applied Economics*, 40(10), 1323-1339.
- Council of Chief State School Officers. (2008). *Implementer's guide to growth models: A paper commissioned by the CCSSO accountability systems and reporting state collaborative on assessment and student standards*. Washington, DC: The Council of Chief State School Officers.
- Cox, S., & Kennedy, S. (2008). *Students' achievement as they transition from primary to secondary schooling*. New Zealand: The Ministry of Education.
- CRUE (2005). *La rendición de cuentas (accountability)*. Boletín electrónico, diciembre de 2005. Recuperado el 4 de febrero de 2011 de ima.uni.edu.pe/fweb05/dic05/cuentas.doc.
- Crundwell, R. M. (2005). Alternative strategies for large scale student assessment in Canada: Is value-added assessment one possible answer. *Canadian Journal of Educational Administration and Policy*, 41. Recuperado el 8 de enero de 2008 de <http://www.umanitoba.ca/publications/cheap/articles/crundwell.html>
- De Fraine, B, Van Landeghem, G., Van Damme, J., & Onghena, P. (2005). An analysis of WellBeing in secondary school with multilevel growth curve models and multilevel multivariate models. *Quality and Quantity*, 39(3), 297-316.
- De La Orden, A. (1988). La calidad de la educación. *Bordón*, 40(2), 149-161.

- De la Orden, A. (2000). La función optimizante de la evaluación de programas evaluativos. *Revista de Investigación Educativa*, 18(2), 381-389.
- De La Orden, A., Asensio, I., Carballo, R., Fernández, M. J., Fuentes, A, García, J. M., Guardia, S., & Navarro, M. (1997). Desarrollo y validación de un modelo de calidad universitaria como base para su evaluación. *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativas*, 3(1-2). Recuperado el 5 de mayo de 2007 de http://www.uv.es/relieve/v3n1/RELIEVEv3n1_2.htm.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrika*, 19 (3), 273-292.
- Decreto 198/2000, de 31 de agosto, por el que se crean los nuevos departamentos didácticos de Economía, de Formación y Orientación Laboral y de Religión en los institutos de educación secundaria. BOCM núm. 211 (5 de septiembre de 2000), 5-7.
- Decreto 34/2002, de 7 de febrero, del Consejo de Gobierno, por el que se aprueba el currículo de las áreas de conocimiento y materias obligatorias y opcionales de la Educación Secundaria Obligatoria para la Comunidad de Madrid. BOCM núm. 36 (12 de febrero de 2002), 9-55.
- Decreto 22/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículum de la Educación Primaria. BOCM núm. 126 (29 de mayo de 2007), 4- 24.
- Decreto 23/2007, de 10 de mayo, del Consejo de Gobierno, por el que se establece para la Comunidad de Madrid el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria. BOCM núm. 126 (29 de mayo de 2007), 48-139.
- Delprato, M. (1999). *Determinantes del rendimiento educativo del nivel primario aplicando la técnica de análisis multinivel*. Córdoba: IERA.
- Deprins, D., Simar, L., & Tulkens, H. (1984). Measuring labor inefficiency in post offices. En M. Marchand, P. Pestieau & H. Tulkens (Eds). *The Performance of Public Enterprises: Concepts and Measurements*. Amsterdam: North-Holland

- Díez Martín, F. (2007). *Análisis de eficiencia de los departamentos universitarios. El caso de la universidad de Sevilla*. Madrid: Dykinson.
- Eurostat (22 de Octubre de 2008). Euro area and EU27 government deficit at 0,6% and 0,9% of GDP respectively. Recuperado el 5 de enero de 2009 en http://epp.eurostat.ec.europa.eu/pls/portal/docs/PAGE/PGP_PRD_CAT_PREREL/PGE_CAT_PREREL_YEAR_2008/PGE_CAT_PREREL_YEAR_2008_MONTH_10/2-22102008-EN-AP.PDF
- Fan, W., & Williams, C. M. (2010). The effects of parental involvement on students' academic self-efficacy, engagement and intrinsic motivation. *Educational Psychology*, 30(1), 53-74.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of Productive Efficiency. En Journal of the Royal Statistical Society. *Series A (General)*, 120(3), 253-290.
- Ferguson, P. D., & Fraser, B.J. (1999). Changes in learning environment during the transition from primary to secondary school. *Learning environments research*, 1(3), 369-383.
- Ferrão, M.E. (2009). Sensibilidad de las especificaciones del modelo de valor-añadido: midiendo el estatus socioeconómico. *Revista de Educación*, 348 (1), 137-152.
- Finlayson, M. (2009). The impact of teacher absenteeism on student performance: The case of the Cobb County School District. Dissertations, Theses and Capstone Projects. Paper 4. Recuperado el 21 de octubre de 2010 de: <http://digitalcommons.kennesaw.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1006&context=etd>
- Fox, J.A., Flynn, E., Newman, S., & Christeson, W. (2003). *America's after-school choice: Juvenile crime or safe learning time*. Washington, D.C.: Fight Crime: Invest in Kids.
- Fried, H.O., Lovell, C.A.K., & Schmidt, S. (Eds) (2008). *The measurement of productive efficiency and productivity change*. New York: Oxford University Press.
- Friedman, M. (1966). *Capitalismo y Libertad*. Madrid: RIALP.

- Fuligni, A., & Yoshikawa, H. (2003). Socioeconomic resources, parenting, and child-development among immigrant families. En M.H. Bornstein, & R.H. Bradley (Eds.), *Socioeconomic Status, Parenting, and Child Development* (107-124), Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Gabrielsen, A. (1975). On Estimating Efficient Production Functions Working Paper No A-35, Chr. Michelsen Institute, Department of Humanities and Social sciences, Bergen, Norway.
- García, J.L., Buj, A., González, J., Ibáñez-Martín, J. A., De la Orden, A., Pérez, J.L., & Rodríguez, J. L. (1998). *Elementos para un diagnóstico del sistema educativo español. El sistema educativo en el último tramo de la escolaridad obligatoria*. Madrid: INCE
- Gaviria, J.L. (2005). La equiparación del expediente de bachillerato en el proceso de selección de alumnos para el acceso a la universidad. *Revista de Educación*, 337(mayo-agosto), 351-387.
- Gaviria, J.L., & Castro, M. (2005). *Modelos jerárquicos lineales*. Madrid: La muralla.
- Gaviria, J.L., & Ruiz de Miguel, C. (2007). Importancia de algunos supuestos psicométricos en la evaluación de los sistemas educativos. Calibración y equiparación en las pruebas de Estándares Nacionales de México. *Revista de Educación*, 343(mayo-agosto), 223-248.
- Georgiades, K., Boyle, M. H., & Duku, E. (2007). Contextual influences on children's mental health and school performance: The moderating effects of family immigrant status. *Child Development*, 78(5), 1572-1591.
- Gil-Ruiz, E., & Quintana, J.I. (2007). El gasto público en España en un contexto descentralizado. *Presupuesto y Gasto público*, 47, 185-206.
- Giménez García, V. (2004). Un modelo FDH para la medida de la eficiencia en costes de los departamentos universitarios. *Revista de Economía Pública*, 168(1), 69-92.

- Giménez, V., Prior, D., & Thieme, C. (2007). Technical efficiency, managerial efficiency and objective-setting in the educational system: an international comparison. *Journal of the Operational Research Society*, 58(7), 996-1007.
- Goe, L. (2008). *Key issue: using value-added models to identify and support highly effective teachers*. Washington, DC: National Comprehensive Center for Teacher Quality. Recuperado el 04 de marzo de 2009 de <http://www2.tqsource.org/strategies/het/UsingValueAddedModels.pdf>
- Goldhaber, D., & Anthony, E. (2003). *Teacher quality and student achievement*. New York: ERIC Clearinghouse on Urban Education. Recuperado el 22 de marzo de 2008 de http://www.eric.ed.gov/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/1b/1e/03.pdf
- Gómez, J., Buendía, F., Solana, J., & García, J. (2003). Estudio de la eficiencia de los centros de enseñanza secundaria de la ciudad de Murcia a través del Análisis Envolvente de Datos. *Revista de investigación educativa*, 21,(1) 113-133.
- Gómez, J., Solana, J., García, J., & Buendía, F. (2002). Medición de la Eficiencia Productiva. El Análisis Envolvente de Datos. En J. Gómez & Gómez F. *Actas III Reunión Científica ASEPELT. Análisis Selección Control de Proyectos y Valoración*. Murcia: Universidad de Murcia.
- González Fidalgo, E. (2001). La estimación de la eficiencia con métodos no paramétricos. En A. Álvarez Pinilla (coord.), *La medición de la eficiencia y la productividad*. Madrid: Pirámide.
- Gottfried, M.A. (2010). Evaluating the relationship between student attendance and achievement in urban elementary and middle schools: An instrumental variables approach. *American Educational Research Journal*, 47(2), 434-465.
- Greene, W. (1980). Maximum likelihood estimation of econometric frontier functions. *Journal of Econometrics*, 13(1), 27-56.

- Greene, W. (2001). La separación de la eficiencia técnica y asignativa. En A. Álvarez Pinilla (coord.). *La medición de la eficiencia y la productividad*. Madrid: Pirámide.
- Greene, W. (2005). *Efficiency of public spending in developing countries: A stochastic frontier approach. Papers by World Bank Staff and Consultants*. Recuperado el 31 de mayo de 2009 de <http://web.worldbank.org/WBSITE/EXTERNAL/TOPICS/EXTDEBTDEPT/0,,contentMDK:20297571~isCURL:Y~menuPK:4876071~pagePK:64166689~piPK:64166646~theSitePK:469043,00.html>
- Guthrie, J. T., Wigfield, A., Metsala, J. L., & Cox, K. E. (1999). Motivational and cognitive predictors of text comprehension and reading amount. *Scientific Studies of Reading*, 3(3), 231-256.
- Hanushek, E.A. (1979). Conceptual and empirical issues in the estimation of educational production functions. *Journal of Human Resources*, 14(3), 351-388.
- Hanushek, E. A. (1986). The economics of schooling: production and efficiency in public schools. *Journal of Economic Literature*, 24(3), 1141-1177.
- Hanushek, E. A. (1989). The impact of differential expenditures on school performance. *Educational Researcher*, 18(4), 45-51.
- Hanushek, E. A. (1994). *Making schools work: Improving performance and controlling cost*. Washington, D.C.: Brookings Institute.
- Hanushek, E.A. (1998). *The evidence on class size. (Occasional Paper Nº 98-1.)*. New York, NY: University of Rochester, W. Allen Wallis Institute of Political Economy. Recuperado el 24 de junio de 2005 en <http://www.edexcellence.net/library/size.html>
- Hanushek, E.A. (2003). The importance of school quality. En P.E. Peterson (Ed.), *Our schools and our future: Are we still at risk?* (pp. 141–173). Stanford, CA: Hoover Institution Press.

- Hanushek, E. A., & Luque, J. (2000). Smaller classes, lower salaries? The effects of class size on teacher labor markets. En S. W. M. Laine & J.G. Ward (Eds.), *Using what we know: A review of the research on implementing class-size reduction initiatives for state and local policymakers* (pp. 35-51). Oak Brook, IL.: North Central Regional Educational Laboratory.
- Hanushek, E.A., Rivkin, S.G., & Taylor, L.L. (1996). Aggregation and the estimated effects of school resources. *The Review of Economics and Statistics*, 78(4), 611-627.
- Haynes, N. M., Emmons, C., & Ben-Avie, M. (1997). School climate as a factor in student adjustment and achievement. *Journal of Educational and Psychological Consultation*, 8(3), 321-329.
- Hedges, L.V., Laine, R.D., & Greenwald, R. (1994). Does money matter? A meta-analysis of studies of the effects of differential school inputs on student outcomes. *Educational Researcher*, 23(3), 5-14.
- Hernández Pascual, C., & Fuentes Pascual, R. (2003). Eficiencia y eficacia de los institutos públicos de bachiller de la provincia de Alicante. *Revista de Estudios Regionales*, 65, 15-42.
- Hibpshman, T. L. (2004). *A review of value-added models*. Frankfort: Kentucky Education Professional Standards Board. Recuperado el 20 de febrero de 2008 de <http://www.kyepsb.net/documents/Stats/Journals/Heterogeneity%20of%20regression.pdf>
- Hill, P. W., & Rowe, K. J. (1998). Modelling student progress in studies of educational effectiveness. *School Effectiveness and School Improvement*, 9(3) 310–333.
- Hoff, A. (2007). Second stage DEA: Comparison of approaches for modelling the DEA score. *European Journal of Operational Research*, 181(1), 425-435.
- Hoos, I. R. (1975). The costs of efficiency: Implications of educational technology. *The Journal of Higher Education*, 46(2), 141-159.

- INECSE (2006). *Manual de análisis de datos de PISA 2003: usuarios de SPSS*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Instituto de Evaluación, (2007). *PISA 2006. Programa para la evaluación internacional de los alumnos de la OCDE. Informe Español*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Iregui, A. M., Melo, L., & Ramos, J. (2006). *Evaluación y análisis de eficiencia de la educación en Colombia. Borradores de Economía, 381*. Bogotá: Banco de la República.
- Jackson, L.A., von Eye, A, Biocca, F. A., Barbarsis, G., Zhao, Y., & Fitzgerald, H.E. (2006). Does home internet use influence the academic performance of low-income children? *Developmental Psychology, 42*(3), 429-435
- Jeong, D. W. (2009). Student participation and performance on advanced placement exams: Do state-sponsored incentives make a difference? *Educational Evaluation and Policy Analysis, 31*(4), 346-366.
- Jiménez, E., Loockheed, M., & Paqueo, V. (1991). The relative efficiency of private and public schools in developing countries. *The World Bank Research Observer, 6*(2), 205-218.
- Jindal-Snape, D., & Miller, D.J. (2008). A challenge of living? Understanding the psycho-social processes of the child during primary-secondary transition through resilience and self-esteem theories. *Educational Psychology Review, 20*(3), 217-236.
- Joaristi, L., & Lizasoain, L. (2008). Estudio de la dimensionalidad empleando análisis factorial clásico y análisis factorial de información total: Análisis de pruebas matemáticas de primaria (5º y 6º cursos) y secundaria obligatoria. *RELIEVE, 14*(2), 1-18. Recuperado el 3 de febrero de 2010 http://www.uv.es/RELIEVE/v14n1/RELIEVEv14n2_2.htm.
- Johnes, J. (2006). Data Envelopment Analysis and its applications to the measurement of efficiency in higher education. *Economics of education Review, 25*(3), 273-288.

- Johnes, G., & Johnes, J. (1993). Measuring the research performance of U.K. Economics Departments: An application of Data Envelopment Analysis. *Oxford Economic Papers*, 45(2), 332-347.
- Johnes, J., & Yu, L. (2008). Measuring the research performance of Chinese higher education institutions using data envelopment analysis. *China Economic Review*, 19(4), 679-696.
- Jondrow, J., Lovell, C.A.K., Materov, I.S., & Schmidt, P. (1982). On estimation of technical inefficiency in the Stochastic Frontier Production Function Model. *Journal of Econometrics*, 19(2-3), 233-238.
- Kingdon, G. (1996). The quality and efficiency of private and public education: a case-study of urban India. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 58(1), 57-82.
- Kirjavainen, T., & Loikkanen, H. A. (1998). Efficiency differences of Finnish senior secondary schools: An application of DEA and Tobit Analysis. *Economics of Education Review*, 17(4), 377-394.
- Klein, C.C. (2008). Intradistrict public school funding equity, community resources, and performance in Nashville, Tennessee. *Journal of Educational Finance*, 34(1), 1-14.
- Klein, A. G., & Muthén, B. O. (2006). Modeling heterogeneity of latent growth depending on initial status. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 31(4), 357-375.
- Koopmans, T.C. (1951). Analysis of production as an efficient combination of activities. En T. C. Koopmans (Ed.), *Activity analysis of production and allocation (7th printing, 1971)*, New Haven: Yale University Press.
- Kumbhakar, S. C., & Lovell, C. A. K. (2000). *Stochastic Frontier Analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kuosmanen, T. (2006). *Stochastic Nonparametric Envelopment of Data: Combining virtues of SFA and DEA in a unified framework*. MTT Discussion Paper, nº 3/2006.

- Kuosmanen, T. (2007, 27-30 de junio). *Stochastic Nonparametric Envelopment of Panel Data: Frontier estimation with fixed and random effects approaches*. Comunicación presentada al X European Workshop on Efficiency and Productivity Analysis, Lille, France.
- Kuosmanen, T. (2008). Representation theorem for convex nonparametric least squares. *Econometrics Journal*, 11(2), 308-325.
- Kuosmanen, T., & Kortelainen, M. (2007). *Stochastic Nonparametric Envelopment of Data: Cross-sectional frontier estimation subject to shape constraints*. University of Joensuu, Economics Discussion Paper, nº46.
- Ladd, H. F. (2008, 21 de noviembre). *Value-added modeling of teacher credentials: Policy implications*. Comunicación presentada al Second Annual CALDER research conference, The Ins and Outs of value-added measures in education: What research says. Washington, D.C. Recuperado el 20 de agosto de 2010 en: http://www.caldercenter.org/upload/Sunny_Ladd_presentation.pdf
- Lagacé-Séguin, D. G., & Case, E. (2010). Extracurricular activities and parental involvement predict positive outcomes in elementary school children. *Early Child Development & Care*, 180(4), 453-462.
- Lamdin, D. J. (1996). Evidence of student attendance as an independent variable in education production functions. *Journal of Educational Research*, 89(3), 155-162.
- Lassibille, G., & Tan, J. (2001). Are private schools more efficient than public schools? Evidence from Tanzania. *Education Economics*, 9(2), 145-172.
- Launius, M. H. (1997). College student attendance: Attitudes and academic performance. *College Student Journal*, 31(1), 86-92.
- Lawhorn, B. (2008). Extracurricular activities: The afterschool connection. *Occupational Outlook Quarterly*, 52(4), 16-21.
- Leibenstein, H. (1966). Allocative efficiency vs. X-efficiency. *The American Economic Review*, 56(3), 392-415.

- Leibenstein, H. (1978a). *General X-efficiency theory and economic development*. New York: Oxford University Press.
- Leibenstein, H. (1978b). On the basic proposition of X-Efficiency Theory. *The American Economic Review. Papers and Proceedings of the Ninetieth Annual Meeting of the American Economic Association (May, 1978)*, 68(2), 328-332.
- Lerkanen, M.K., Rasku-Puttonen, H., Aunola, K., & Nurmi, J.E. (2005). Mathematical performance predicts progress in reading comprehension among 7-year olds. *European Journal of Psychology of Education*, 20(2), 121-137.
- Levels, M., Dronkers, J., & Kraaykamp, G. (2008). Immigrant children's educational achievement in Western Countries: Origin, destination, and community effects on mathematical performance. *American Sociological Review*, 73, 835-853.
- Leleu, H. (2006). A linear programming framework for free disposal hull technologies and cost functions: Primal and dual Models. *European Journal of Operational Research*, 168(2), 340-344.
- Levin, H.M. (1989). Mapping the economics of education. *Educational Researcher*, 18(4), 13-16.
- Levin, H.M. (1996). Aumentando la productividad educativa. En J. Grao & A. Ipiña (eds.), *Economía de la Educación. Temas de estudio e investigación*. (pp. 47-62). Vitoria: Servicio Central de Publicaciones del Gobierno Vasco.
- Levin, H.M. (1997). Raising school productivity: an X-efficiency approach. *Economics of Education Review*, 16(3), 303-311.
- Levin, H.M. (2002). *The cost effectiveness of whole school reforms*. New York: Teachers College, Columbia University
- Levin H.M., & Kelley, C. (1994) Can education do it alone? *Economics of Education Review*, 13(2), 97-108.
- Ley 14/1970, de 4 de agosto, General de Educación y Financiamiento de la Reforma Educativa. BOE núm. 187 (6 de agosto de 1970), 12525-12546.

Ley Orgánica 11/1983, de 25 de agosto, de Reforma Universitaria. BOE num. 209 (1 de septiembre de 1983), 24034-24042.

Ley Orgánica 8/1985, de 3 de julio, reguladora del Derecho a la Educación. BOE núm. 159 (4 de julio de 1985), 21015-21022.

Ley Orgánica 1/1990, de 3 de octubre, de Ordenación General del Sistema Educativo. BOE núm. 238 (4 de octubre de 1990), 28927-28942.

Ley Orgánica 9/1992, de 23 de Diciembre, de Transferencia de Competencias a Comunidades Autónomas que accedieron a la Autonomía por la Vía del Artículo 143 de la Constitución. BOE núm. 308 (24 de diciembre de 1992), 43863-43867.

Ley Orgánica 9/1995, de 20 de noviembre de la Participación, la Evaluación y el Gobierno de los Centros Docentes. BOE núm. 278 (21 de noviembre de 1995), 33651-33665.

Ley Orgánica 6/2001, de 21 de diciembre, de Universidades. BOE núm. 307 (24 de diciembre 2001), 49400-49425.

Ley Orgánica 10/2002, de 23 de diciembre, de Calidad de la Educación. BOE núm. 307 (24 de diciembre de 2002), 45188-45220.

Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación. BOE num. 106 (4 de mayo 2006) 17158-17207.

Ley Orgánica 4/2007, de 12 de abril, por la que se modifica la Ley Orgánica 6/2001, de 21 de diciembre, de Universidades. BOE núm. 89, 16241-16260.

Lizasoain, L., & Joaristi, L. (2009). Análisis de la dimensionalidad en modelos de valor añadido: estudio de las pruebas de matemáticas empleando métodos no paramétricos basados en TRI (Teoría de Respuesta al Ítem). *Revista de Educación*, 348(1), 175-194.

Lizasoain, L., Joaristi, L., Lukas, J. F., & Santiago, K. (2007). Efectos contextuales del nivel socioeconómico sobre el rendimiento académico en la educación secundaria obligatoria en la Comunidad Autónoma Vasca (España). Estudio

- diferencial del nivel socioeconómico familiar y el del centro escolar. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 15(8). Recuperado el 2 de abril de 2008 de <http://epaa.asu.edu/epaa/v15n8/>.
- Loeb, S., & Reininger, M. (2004). *Public policy and teacher labor markets. What we know and why it matters*. East Lansing, MI: The Education Policy Center at Michigan State University.
- López Martín, E., Navarro Asencio, E., Ordóñez Camacho, X. G., & Romero Martínez, S. J. (2009). Estudio de variables determinantes de eficiencia a través de los modelos jerárquicos lineales en la evaluación PISA 2006: el caso de España. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas*, 17(16). Recuperado el 20 de diciembre de 2009 de <http://epaa.asu.edu/epaa/>
- Lovell, C. A. K. (1993). Production frontiers and productive efficiency. En H. Fried, C.A.K. Lovell y S. Schmidt (Eds), *The measurement of productive efficiency: Techniques and applications*. Oxford: Oxford University Press
- Lovell, C. A. K., & Muñiz, M. A. (2003). Eficiencia y productividad en el sector público. Temas dominantes en la literatura. *Papeles de Economía Española*, 95, 47-65.
- Maas, C. J. M., & Snijders, T. A. B. (2003). The Multilevel Approach to Repeated Measures for Complete and Incomplete Data. *Quality & Quantity*, 37(1), 71-89.
- Madden, G., Savage, S., & Kemp, S. (1997). Measuring public sector efficiency: A study of Economics Departments at Australian Universities. *Education Economics*, 5(2), 153-168.
- Mafokozi, J. (2009). *Introducción a la estadística para gente de letras*. Madrid: Editorial CCS.
- Mancebón, M. J., & Bandrés, E. (1999). Efficiency evaluation in secondary schools: the key role of model specification and of Ex Post Analysis of Results. *Education Economics*, 7(2), 131-152.

- Mancebón, M. J., & Muñiz, M. A. (2008). Private versus public high schools in Spain: disentangling managerial and programme efficiencies. *The Journal of the Operational Research Society*, 59(7), 892-901.
- Marsh, H. W., & Kleitman, S. (2002). Extracurricular school activities: The good, the bad, and the nonlinear. *Harvard Educational Review*, 72(4), 464-511.
- Martín, A. J. (2007). Examining a multidimensional model of student motivation and engagement using a construct validation approach. *British Journal of Educational Psychology*, 77(2), 413-440.
- Martín Rivero, R. (2005). La eficiencia en la asignación de recursos destinados a la educación superior: el caso de la Universidad de La Laguna. Tesis doctoral, Universidad de La Laguna, España.
- Martínez Arias, R. (2009). Usos, aplicaciones y problemas de los modelos de valor añadido en educación. *Revista de Educación*, 348(1), 217-250.
- Martínez Cabrera, M. (2000). Análisis de la eficiencia productiva de las instituciones de educación superior. *Papeles de Economía*, 86, 179-191.
- Martínez Cabrera, M. (2003). *La medición de la eficiencia en las instituciones de educación superior*. Bilbao: Fundación BBVA.
- Martínez-Otero, V. (2009). Diversos condicionantes del fracaso escolar en la educación secundaria. *OEI- Revista Iberoamericana de Educación*, 51, 67-85.
- Martínez, R., Gaviria, J.L., & Castro, M. (2009). Concepto y evolución de los modelos de valor añadido en educación. *Revista de Educación*, 348(1), 15-45.
- McCaffrey, D. F., Lockwood, J. R., Koretz, D. M., & Hamilton, L. S. (2003). *Evaluating value-added models for teacher accountability*. Santa Monica, CA: RAND Corporation. Recuperado el 3 de agosto de 2009 de http://www.rand.org/pubs/monographs/2004/RAND_MG158.pdf
- McDonald, J. (2009). Using least squares and tobit in second stage DEA efficiency analyses. *European Journal of Operational Research*, 197(2), 792-798.

- McGee, C., Ward, R., Gibbons, J., & Harlow, A. (2003). *Transition to secondary school: A literature review*. New Zealand: The Ministry of Education.
- McMahon, W.W. (1997). Conceptual Framework for Measuring the Total Social and Private Benefits of Education. *International Journal of Educational Research*, 27(6), 453-482.
- Meeusen, W., & van den Broeck, J. (1977). Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error. *International Economic Review*, 18(2), 435-444.
- Mill, J.S. (1859). *Sobre la libertad*. Madrid: Tecnos.
- Miller, R.T., Murnane, R.J., & Willett, J.B. (2008). Do teacher absences impact student achievement? Longitudinal evidence from one urban school district. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 30(2), 181-200.
- Mincer, J. (1974). *Schooling, experience and earnings*. Nueva York: National Bureau of Economic Research.
- Ministerio de Administraciones Públicas (2004). *Informe de la Comisión para el Estudio y la Creación de la Agencia Estatal de Evaluación de la Calidad de los Servicios y Políticas Públicas*. Recuperado el 12 de febrero de 2008 de http://www.aeval.es/comun/pdf/Informe_comision_expertos_esp.pdf.
- Ministerio de Educación (2010, 18 de junio). *Series del Gasto Público en Educación. (1992 a 2008)*. Notas explicativas. Recuperado el 30 de julio de 2010 de <http://www.educacion.es/mecd/estadisticas/educativas/gasto/series/notasseries.pdf>
- Molinuevo, B., Bonillo, A., Pardo, Y., Doval, E., & Torrubia, R. (2010). Participation in extracurricular activities and emotional and behavioral adjustment in middle childhood in Spanish Boys and Girls. *Journal of Community Psychology*, 38(7), 842-857.

- Moriana, J.A., Alós, F., Alcalá, R., Pino, M^a J., Herruzo, J., & Ruiz, R. (2006). Actividades extraescolares y rendimiento académico en alumnos de educación secundaria. *Revista Electrónica de Investigación Psicoeducativa*, 4(1), 35-46.
- Muñiz, M. A. (2001). ¿Son realmente menos eficientes los centros LOGSE? (La evaluación DEA de los institutos de enseñanza secundaria). *Hacienda Pública Española*, 157(2), 169-196.
- National Center for Policy Analysis (2000). *Does reducing class size improve education?* Recuperado el 28 de febrero de 2008 de: http://www.ncpa.org/sub/dpd/?Article_ID=9487&page=article
- National Commission on Excellence in Education (NCEE). (1983). *A Nation at Risk: The imperative for educational reform*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Neuenschwander, M.P., Vida, M., Garrett, J.L., & Eccles, J.S. (2007). Parents' expectations and students' achievement in two western nations. *International Journal of Behavioral Development*, 31(6), 594 - 602.
- No Child Left Behind (NCLB). Act of 2001, Pub. L. No. 107-119, 115, Stat. 1425 (2002).
- Norman, M., & Stoker, B. (1991). *Data Envelopment Analysis: The assessment of performance*. New York: John Wiley and Sons.
- Noulas, A.G., & Ketkar, K. (1998). Efficient utilization of resources in public schools: a case study of New Jersey. *Applied Economics*, 30(10), 1299-1306.
- Oakhill, J. V., & Petrides, A. (2007). Sex differences in the effects of interest on boys' and girls' reading comprehension. *British Journal of Psychology*, 98(2), 223-235.
- OECD (2002). *Public sector transparency and accountability. Making it happen*. París: OECD.
- OECD (2008a). *Informe PISA 2006: competencias científicas para el mundo del mañana*. Madrid: SANTILLANA

- OECD (2008b). *Measuring Improvements in Learning Outcomes. Best Practices to Assess the Value-Added of Schools*. París: OECD Publishing.
- Olsen, J. A., Schmidt, P., & Waldman, D.M. (1980). A Monte Carlo study of estimators of stochastic frontier production functions. *Journal of Econometrics*, 13(1), 67-82.
- Orden 5463/2004, de 26 de noviembre, del Consejero de Educación, por la que se regulan la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria. BOCM núm. 288 (3 de diciembre de 2004), 27-38.
- Orden 74/2005, de 12 de enero, del Consejero de Educación, sobre la expresión de los resultados de la evaluación del aprendizaje de los alumnos en Educación Primaria. BOCM núm. 27 (2 de febrero de 2005), 15-27.
- Orden 3188/2005, de 15 de junio, del Consejero de Educación, de modificación de Orden 5463/2004, de 26 de noviembre, del Consejero de Educación, por la que se regulan la evaluación, la promoción y la titulación en la Educación Secundaria Obligatoria. BOCM núm. 149 (24 de junio de 2005), 18-25.
- Orden 1028/2008, de 29 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se regulan para la Comunidad de Madrid la evaluación en la Educación Primaria y los documentos de aplicación. BOCM núm. 63 (14 de marzo de 2008), 10-43.
- Orden 1029/2008, de 29 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se regulan para la Comunidad de Madrid la evaluación en la Educación Secundaria Obligatoria y los documentos de aplicación. BOCM núm. 65 (17 de marzo de 2008), 4-90.
- Orden 3225/2008, de 27 de junio, por la que se modifica la Orden 1028/2008, de 29 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se regulan para la Comunidad de Madrid la evaluación en la Educación Primaria y los documentos de aplicación. BOCM núm. 182 (1 de agosto de 2008), 5-11.
- Orden 3142/2008, de 23 de julio, de corrección de errores de la Orden 1029/2008, de 29 de febrero, de la Consejería de Educación, por la que se regulan para la

Comunidad de Madrid la evaluación en la Educación Secundaria obligatoria y los documentos de aplicación. BOCM núm. 167 (15 de julio de 2008), 4-78.

Pajares, R., Sanz, A., & Rico, L. (2004). *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*. Madrid: Ministerio de Educación Cultura y Deporte.

Parejo, J.L., & López, E. (2009, 24-26 de junio). *Análisis del ajuste de la oferta-demanda de las enseñanzas oficiales en el Sistema Universitario español: El caso de la Comunidad de Madrid*. Comunicación presentada en el XIV Congreso Nacional de Modelos de Investigación Educativa: Educación, investigación y desarrollo social, Huelva, España.

Perelman, S., & Santín, D. (2011). Measuring educational efficiency at student level with parametric stochastic distance functions: An application to Spanish PISA results. *Education Economics*, 19(1), 29-49.

Pérez González, F., García Ros, R., & Talaya González, I. (2003). Estilos de aprendizaje y habilidades de gestión del tiempo académico en educación secundaria. *Revista Portuguesa de Educação*, 16(1), 59-74.

Pierce, K. M., Hamm, J. V., & Vandell, D. L. (1999). Experiences in after-school programs and children's adjustment in first-grade classrooms. *Child Development*, 70(3), 756-767.

Pietarinen, J. (1998, 17-20 de septiembre). *Rural school students' experiences on the transition from primary school to secondary school*. Conferencia presentada en el European Conference for Educational Research, Ljubljana, Slovenia. Recuperado el 10 de marzo de 2009 de <http://www.eric.ed.gov/PDFS/ED438975.pdf>.

Pindyck, R. S., & Rubinfeld, D.L. (2001). *Microeconomía (5ª ed.)*. Madrid: Prentice Hall.

Pong, S., & Hao, L. (2007). Neighborhood and school factors in the school performance of Immigrants' Children. *International Migration Review*, 41(1), 206-241.

Prieto, G., & Delgado, A. (2003). Análisis de un test mediante el modelo de Rasch. *Psicothema*, 15(1), 94-100.

- Pritchett, L., & Filmer, D. (1997). *What education production functions really show: A positive theory of education expenditures*. Washington, DC: World Bank Working Paper.
- Psacharopoulos, G. (1987). *Economics of education: Research and studies*. Oxford, UK: Pergamon Press.
- Psacharopoulos, G. (2006). The value of investment in education: Theory, evidence, and policy. *Journal of Education Finance*, 32(2), 113-136.
- Rasbash, J., Charlton, C., Browne, W. J., Healy, M., & Cameron, B. (2005). *MLwiN version 2.02*. United Kingdom: Centre for Multilevel Modelling, University of Bristol.
- Raudenbush, S. (2004). What are value-added models estimating and what does this imply for statistical practice? *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 29(1), 121-129.
- Raudenbush, S. W., & Bryk, A. S., (2002). *Hierarchical linear models: Applications and data analysis method (2nd Edition)*. Newbury Park, CA: Sage.
- Raudenbush, S. W., & Xiao-Feng, L. (2001). Effects of study duration, frequency of observation, and sample size on power in studies of group differences in polynomial change. *Psychological Methods*, 6 (4), pp. 387-401
- Ray, S. C. (1991). Resource-use efficiency in public schools: a study of Connecticut data. *Management Science*, 37(12), 1620-1628.
- Real Academia Española (2001). *Diccionario de la Lengua Española (22a Edición)*. Madrid: Espasa Calpe.
- Real Decreto 1007/1991, de 14 de junio, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. BOE núm. 152 (26 de junio de 1991), 21193-21195.
- Real Decreto 1344/1991, de 6 de septiembre, por el que se establece el currículo de la Educación Primaria. BOE, núm. 220 (13 de septiembre de 1991), 30226-30228.

Real Decreto 2438/1994, de 16 de diciembre, por el que se regula la enseñanza de la religión. BOE núm. 22 (26 de enero de 1995), 2432-2434.

Real Decreto 82/1996, de 26 de enero, por el que se aprueba el reglamento orgánico de las escuelas de educación infantil y de los colegios de educación primaria. BOE núm. 44 (20 de febrero de 1996), 6061-6074.

Real Decreto 83/1996, de 26 de enero, por el que se aprueba el Reglamento orgánico de los institutos de educación secundaria. BOE núm. 45 (21 de febrero de 1996), 6306-6324.

Real Decreto 926/1999, de 28 de mayo, sobre traspaso de funciones y servicios de la Administración del Estado a la Comunidad de Madrid en materia de enseñanza no universitaria. BOE núm. 149 (23 de junio de 1999), 23969-23972.

Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación primaria. BOE núm. 293 (8 de diciembre de 2006), 43053-43102.

Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria. BOE núm. 5 (5 de enero de 2007), 677-773.

Reckase, M. D. (2004). The real world is more complicated than we would like. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 29(1), 117-120.

Resolución de 20 de diciembre de 2005, de la Dirección General de Ordenación Académica, por la que se establecen los estándares o conocimientos esenciales de las áreas de Lengua Castellana y Literatura y de Matemáticas, para los diferentes ciclos de la Educación Primaria en la Comunidad de Madrid. BOCM núm. 2 (3 de enero de 2006), 4- 15.

Rhodes, E. (1978). *Data Envelopment Analysis and approaches for measuring the efficiency of decision making units with an application to program follow-through in U.S. education*. Tesis doctoral, Carnegie-Mellon University, Pittsburgh, PA.

- Rice, J.K. (2010). *The impact of teacher experience. Examining the evidence and policy implications*. Washington, D.C.: National Center for Analysis of Longitudinal Data in Education Research. Recuperado el 20 de noviembre de 2010 de <http://www.urban.org/UploadedPDF/1001455-impact-teacher-experience.pdf>
- Richmond, J. (1974). Estimating the Efficiency of Production. *International Economic Review*, 15(2), 515-521.
- Rodrigo Illera, C. (2003). *Productividad, eficacia y cambio técnico en las empresas de Europa con especial referencia a España*. Madrid: CERA.
- Rodríguez-Arana, J. (2001). Libro Blanco para la mejora de los servicios públicos (Reformismo y centrismo en la administración pública). *La Ley: Revista jurídica española de doctrina, jurisprudencia y bibliografía*, 5, 1850-1852.
- Rosario, P., Núñez, J. C., González-Pienda, J. A., Almeida, L., Soares, S., & Rubio, M. (2005). El aprendizaje escolar examinado desde la perspectiva del "Modelo 3P" de J. Biggs. *Psicothema*, 17(1), 20-30.
- Rubin, D. B., Stuart, E. A., & Zanutto, E. L. (2004). A potential outcomes view of Value-Added assessment in education. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*. 29(1), 103-116.
- Rueda López, N. (2005). *Análisis económico de la eficiencia pública*. Madrid: Instituto de Estudios Económicos.
- Ruggiero, J. (1996). Efficiency of educational production: An analysis of New York school districts. *The Review of Economics and Statistics*, 78(3), 499-509.
- Ruiz, C., & Castro, M. (2006). Un estudio multinivel basado en PISA 2003: factores de eficacia escolar en el área de matemáticas. *Archivos Analíticos de Políticas Educativas* 14(29). Recuperado en 20 de diciembre de 2008 de <http://epaa.asu.edu/epaa/v14n.29>.
- Salas Velasco, M. (2007). *La elaboración del proyecto docente. El método de la economía de la educación y programación de la asignatura*. Barcelona: UOC.

- Salas Velasco, M. (2008). *Economía de la educación*. Madrid: Pearson Educación.
- Sampaio, B., & Guimarães, J. (2009). Diferenças de eficiência entre ensino público e privado no Brasil. *Economia Aplicada*, 13(1), 45-68.
- San Segundo, M. J. (2001). *Economía de la educación*. Madrid: Síntesis.
- Sanders, W. L. (2000). Value-added assessment from student achievement data: Opportunities and hurdles. *Journal of Personnel Evaluation in Education*, 14(4), 329-339.
- Sangsue, J., & Vorpe, G. (2004). Influences professionnelles et personnelles du climat scolaire chez les enseignants et les élèves. *Psychologie du travail et des organisations*, 10(4), 341-354.
- Santín, D. (2003). Eficiencia técnica y redes neuronales: un modelo para el cálculo del valor añadido en educación. Tesis doctoral, Universidad Complutense de Madrid, Madrid, España.
- Schedler, A. (2004). *¿Qué es la rendición de cuentas?. Cuadernos de transparencia, núm 3*. México: IFAI.
- Schleicher, A. (2006). Where immigrant students succeed: a comparative review of performance and engagement in PISA 2003. *Intercultural Education*, 17(5), 507-516.
- Schultz, T. W. (1961). Investment in Human Capital. *The American Economic Review*, 51(1), 1-17.
- Schultz, T. W. (1993). The economic importance of human capital modernization. *Education Economics*, 1(1), 13-19.
- Seijas Díaz, A. (2004a). *Evaluación de la eficiencia en la educación secundaria*. La Coruña: Netbiblo.
- Seijas Díaz, A. (2004b). Análisis de la eficiencia técnica en la educación secundaria. *Revista Galega de Economía*, 13(1-2), 1-19.

- Shephard, R. W. (1970). *Theory of cost and production functions*. Princeton: Princeton University Press
- Shin, J., Espin, C. A., Deno, S.L., & McConnell, S. (2004). Use of hierarchical linear modeling and curriculum-based measurement for assessing academic growth and instructional factors for students with learning difficulties. *Asia Pacific Education Review*, 5(2), 136-148
- Shin, T. (2007). Comparison of three growth modeling techniques in the multilevel analysis of longitudinal academic achievement scores: Latent growth modeling, hierarchical linear modeling, and longitudinal profile analysis via multidimensional scaling. *Asia Pacific Education Review*, 8(2), 262-275.
- Sills, D. L. (Dir.). (1974). *Enciclopedia internacional de las ciencias sociales*. Madrid: Aguilar.
- Sirin, S. R. (2005). Socioeconomic status and academic achievement: a Meta-Analytic review of research. *Review of Educational Research*, 75(3), 417-453.
- Slavin, R. (1990). Class size and student achievement: is smaller better? *Contemporary education*, 62(1), 6-12.
- Smith, A. (1776). *La riqueza de las naciones*. Madrid: Alianza Editorial, 1994.
- Soleimani-damaneh, M., Jahanshahloo, G.R., & Reshadi, M. (2006). On the estimation of returns-to-scale in FDH models. *European Journal of Operational Research*, 174(2), 1055-1059.
- Spence, M. (1976). Emisión de señales en el mercado de puestos de trabajo. *Revista Española de Economía*, 6(2), 343-367.
- Spera, C., Wentzel, K. R., & Matto, H. C. (2009). Parental aspirations for their children's educational attainment: relations to ethnicity, parental education, children's academic performance, and parental perceptions of school climate. *Journal of Youth and Adolescence*, 38(8), 1140-1153.

- Tekwe, C. D., Carter, R. L., Ma, C-X., Algina, J., Lucas, M. E., Roth, J., et al. (2004). An empirical comparison of statistical models for value-added assessment of school performance. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 29(1), 11-35.
- Thomas, S., Peng, W. J., & Gray, J. (2007). Modelling patterns of improvement over time: value added trends in English secondary school performance across ten cohorts. *Oxford Review of Education*, 33(3), 261-295.
- Tommaso, A., & Johnes, G. (2009). Beyond frontiers: comparing the efficiency of higher education decision-making units across more than one country. *Education Economics*, 17(1), 59-79.
- Tourón, J. (2009). El establecimiento de estándares de rendimiento en los sistemas educativos. *Estudios sobre Educación*, 16(2), 127-146.
- Tourón, J., & Gaviria, J.L. (2003). *Evaluación de la educación primaria. Servicio de inspección técnica y de servicios*. Pamplona: Departamento de Educación, Gobierno de Navarra.
- Tourón, J., & Gaviria, J.L. (2004). *Evaluación de la educación secundaria 2002. Servicio de inspección técnica y de servicios*. Pamplona: Departamento de Educación, Gobierno de Navarra.
- Tremblay, S., Ross, N., & Berthelot, J.M. (2001). Factors affecting Grade 3 student performance in Ontario: A multilevel analysis. *Education Quarterly Review*, 7(4), 25-36.
- Trillo, D. (2002, 8-11 de octubre). *Análisis económico y Eficiencia en el Sector Público*. Comunicación presentada en el VII congreso Internacional del CLAD sobre la Reforma del Estado y de la Administración Pública, Lisboa, Portugal. Recuperado el 27 de junio de 2009 de <http://www.clad.org.ve/fulltext/0044506.pdf>.
- Tulkens, H. (1993). On FDH Analysis: Some Methodological Issues and Applications to Retail Banking, Courts and Urban Transit. *Journal of Productivity Analysis*, 4(1), 183-210.

- Tyagi, P., Yadav, S. P., & Singh, S.P. (2009). Relative performance of academic departments using DEA with sensitivity analysis. *Evaluation and Program Planning*, 32(2), 168-177.
- Van Horn, M. L. (2003). Assessing the unit of measurement for school climate through psychometric and outcome analyses of the school climate survey. *Educational and Psychological Measurement*, 63(6), 1002-1019.
- Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, 28(4), 409-426.
- Wainer, H. (2004). Introduction to a special issue of the Journal of Educational and Behavioral Statistics on value-added assessment. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*, 29(1), 1-3.
- Waldo, S. (2007). On the use of student data in efficiency analysis - Technical efficiency in Swedish upper secondary school. *Economics of Education Review*, 26(2), 173-185
- Wallace, S. R., & Gavin, K. A. (2008, 15 de octubre). Hierarchical Linear Modeling (HLM) analysis of student growth in secondary education mathematics: A school-based application of growth modeling. Comunicación presentada en The Annual Meeting of the Mid-Western Educational Research Association, Westin Great Southern Hotel, Columbus, Ohio.
- Winsten, C. B. (1957). Discussion on Mr. Farrell's Paper. *Journal of the Royal Statistical Society Series A, General*, 120(3), 282-284.
- Woods, R.C., & Montagno, R.V. (1997). Determining the negative effect of teacher attendance on student achievement. *Education*, 18(2), 307-317.
- Worthington, A.C. (2001). An empirical survey of Frontier efficiency measurement techniques in education. *Education Economics*, 9(3), 245-268.

- Yeung, W. J. (2004). Fathers: An overlooked resource for children's school success. En D. Conley & K. Albright (Eds.), *After the bell: solutions outside the school*. Londres: Routledge Press.
- Zimowski, M.F., Muraki, E., Mislevy, R.J., & Bock, R.D. (1996). *BILOG-MG. Multiple-group IRT analysis and test maintenance for binary items*. Chicago: Scientific Software International.
- Zvoch, K., & Stevens, J. J. (2003). A multilevel, longitudinal analysis of middle school math and language achievement. *Education Policy Analysis Archives*, 11(20). Recuperado el 15 de agosto de 2009 de <http://epaa.asu.edu/epaa/v11n20/>.
- Zvoch, K., & Stevens, J. J. (2006). Successive student cohorts and longitudinal growth models: An investigation of elementary school mathematics performance. En *Education Policy Analysis Archives*, 14(2). Recuperado el 20 de agosto de 2009 from <http://epaa.asu.edu/epaa/v14n2/>.
- Zvoch, K., & Stevens, J. J. (2008). Measuring and evaluating school performance: An investigation of status and growth-based achievement indicators. *Evaluation Review*, 32(6), 569-595.

**REQUISITOS PARA LA
OBTENCIÓN DE LA
MENCIÓN DE
"DOCTOR EUROPEO"**

SUMMARY

According to Article 30.2 of the Spanish Constitution of 1978, public spending will be allocated on an equitable basis and its programming and implementation will fulfil criteria of efficiency and economy. Hence, the application of criteria of efficiency in the allocation and employment of human and material resources by the Education Authorities complies with the constitutional mandate and the need to respond to the citizens' ever increasing demands for education, from budget items that have remained unchanged over the past few years. Within this context, several national and international organizations have made a bid for optimum use of resources and effective investment in education and training, in an attempt to improve quality standards in the education system.

As with any other productive system, efficiency in education can be understood as the relationship between the outcomes produced and the resources used by a productive unit, in relation to optimum values. In the light of this, analyses of the efficiency of the university and non-university education systems have attempted to identify which education centres use the minimum amount of resources to produce the same outcomes (input oriented) or those that obtain the best outcomes using the

same amount of resources as the other units (output oriented), so that these efficient centres can be examples of good practice to be imitated by the other units they are being compared with.

Taking into consideration the empirical studies carried out in the non-university education system, we are made aware of the different obstacles they have had to confront as a consequence of the characteristics of the education system. One of these is the need to control variables that can have some kind of influence on the outcomes achieved by the education centres, but which cannot be controlled by the productive units. Most of these studies also include academic achievement as an indicator of educational outcome. In spite of the informative value of many of these measures, this achievement corresponds to knowledge that the individuals have accumulated throughout their lives, while the inputs inform about the resources used at a given moment in time.

Bearing all this in mind, the present research work proposes a model to evaluate technical efficiency that incorporates value added measures of school performance as an output of the education system, resolving the two limitations identified previously. Value-added measures are accurate and reliable estimates of students' progress over time. This model can also control the effect of some of the variables with the most influence on the outcomes of the education system, in other words, the students' individual and family characteristics.

The efficiency evaluation model proposed here is comprised of three different stages:

1. Calculation of value added in education. Value added in education is estimated from the application of linear and non-linear growth models. Value added estimations are obtained using hierarchical linear models, such as the distance between the average growth of each school and the average growth of the group of schools that make up the sample. With the purpose of calculating a value-added measure that allows for more objective comparisons between schools, the basic growth models have been adjusted with subjects' socioeconomic and demographic variables.

2. Estimation of the technical efficiency. Value added measures of school performance are incorporated as an indicator of their productivity, and all the variables that can be controlled by the education centres and/or by the public authorities are considered as educational inputs. This work uses an output oriented Data Envelopment Analysis (DEA) measure of technical efficiency to assess the technical efficiencies.
3. Explanation of technical efficiency. In this third stage a censored regression model is applied (Tobit's model), with the aim of analyzing the extent to which non-discretionary variables, related to the school or its context, influence the efficiency scores estimated in the previous stage.

The proposed model is applied with the purpose of evaluating the efficiency of primary and secondary schools of the Community of Madrid. The sample of this study corresponds to the population of schools of the region of Madrid (Spain) that participated in a Research and Development project entitled "Value added in education and the educational production function: a longitudinal study," sponsored by the Ministry of Science and Technology and with reference SEC2003-09742. This was a longitudinal study carried out during the academic years 2005-06 and 2006-07, over which the subjects were evaluated at four different times at the beginning and at the end of each academic year.

The added value of the schools is calculated in the two subjects: reading comprehension and mathematics. The results show a linear growth in reading comprehension throughout the second cycle in primary education. However, in secondary education the parabola representing growth becomes quadratic, showing a "ceiling effect" at the end of compulsory education. In mathematics, the first and the third cohorts show a linear growth, but the second cohort, referring to the students of the first cycle in secondary education, show a quadratic growth throughout the different applications. The introduction of students' individual and family characteristics revealed how individual factors influence their performance throughout the different educational levels studied. These variables have, also, helped to explain the differences among schools and among subjects in relation to their previous

performance level, which become just symbolic. However, variance in growth rates of Levels 2 and 3 has increased.

After calculating the value-added measures, the efficiency of each of the schools in the sample was estimated, and then a censored regression model was applied (Tobit model) with the aim of determining whether the different efficiency levels in the schools were due to the influence of variables associated with the schools or to the contexts in which the teaching-learning processes develop, but outside the control of the education managers. In general, we can see that schools operated with constant returns to scale. In addition to the efficiency index, information is also given on analysis of potential improvements that should be made in the inefficient units, to increase their efficiency level. Also, for each inefficient unit a reference group was included that could provide examples of good practices to be imitated. Analysis of the second stage shows variables that are not controllable by the school or its context were not explanatory indicators of the efficiency indices in any of the stages studied.

Finally, the level of inefficiency of schools was studied in relation to the area to which they belonged, but no significant differences were observed in the mean level of efficiency associated with each territorial area. Regarding ownership of the schools, in the first and second cohort inefficiency of the state schools was higher than the private or state-assisted schools. However, in the third cohort the differences observed in the mean level of inefficiency of schools in relation to their ownership were not significant.

After estimating the efficiency, efficiency scores obtained after applying the model proposed in this study were compared with those estimated after using other models, in which levels of efficiency were based on promotion rates or students gross achievement at a given time. In other words, these other studies introduced outputs that were traditionally used in efficiency studies carried out in non-university centres of education. In order to rule out the possibility that the differences observed were attributable to the fact that the value-added measures controlled the students' individual and family characteristics, the effects of these characteristics have been considered in a second stage.

In spite of a good overall agreement between estimates made by the different models, the differences among them are still statistically significant. Hence, if promotion rate are used as outputs, the number of efficient units increases, when evaluating efficiency in the last cycle of primary education. In the last cycle of Primary Education and the first cycle of Secondary Education, there are more efficient centres in gross-achievement efficiency model. In the last cycle of secondary education there are more units on the efficient frontier in the model that introduces value-added measures. This reflects the sensitivity of the results with the outputs considered here and, consequently, the need to introduce precise outputs in the efficiency model that inform about the real contribution schools make in the students' progress.

CONCLUSIONS, LIMITATIONS AND FUTURE RESEARCH

This section synthesizes the conclusions drawn from the present doctoral thesis, the intention of which was to propose and apply a technical efficiency evaluation model that uses value added measures of school performance as an outcome of the education system. The main limitations encountered have been described and future lines of study to be explored after concluding this research project.

Specific conclusions

In order to be coherent with the initial questions posed at the start of this research, we have responded below to the specific problems addressed in this study.

What are the main reasons for evaluating efficiency in the educational sector?

The first justification for the efficient use of resources in the public sector is illustrated in the Spanish Constitution. The constitutional mandate in articles 27.4 and 27.5 specifies that basic education must be compulsory and free of charge, and that the public authorities are responsible for ensuring that the citizens' right to an

education is fulfilled. This intervention by the state in matters of education is based on the more-or-less generalized notion that the development of a country is largely based on the knowledge and skills acquired by its citizens. Society's growing concern to invest more in education has resulted, in recent years, in maximum levels of schooling at compulsory levels of education, and also an overcrowding of higher education institutions.

To fulfil their objectives, the Education Authorities, like the other state departments, require a series of human and material resources and, therefore, a budget allocation which, over the past few years, has amounted to approximately 4.5% of the Gross National Product. Although a significant amount, the budget allocation in our country is still below the European average of around 5%.

In the light of this situation, the education system can only respond to society's demands by an efficient use of the public resources allocated to education. This need to improve the efficiency of public spending is explicitly laid down in article 30.2 of the said constitutional text, which specifies that the planning and implementation of public spending in education must obey criteria of efficiency and economy.

Similarly, the education laws that currently regulate the university and non-university education expound the need to increase the efficiency of the education system. Hence, the LOE (2006) advocates improved effectiveness and efficiency in the public sector, defending the efficient use of public resources allocated to education. On the other hand, the LOU (2001) and the amendment the LOU (Organic Law 4/2007) set forth the need for universities to improve their levels of efficiency and established measures to help do this.

In summary, efficient management of the budget items targeted to pay for the education system responds to the constitutional mandate and the need to fulfil a social demand for quality education using, for this purpose, the allocated amounts, which have remained unchanged over the past few years.

Which variables have been traditionally used in analyses of educational efficiency?

The analysis of empirical works aimed at evaluating educational efficiency has shown that the inputs and outputs used vary in relation to the educational level studied.

In studies carried out on non-university levels of education the main inputs considered correspond to variables related to the student-to-teacher ratio. There is also a tendency to introduce factors relating to the teaching staff (hours of teaching per week, educational level, experience etc) and indicators of the cost of education, such as cost per student or functional costs, excluding employee's salaries. These studies also consider, but to a lesser extent, the material resources in schools and their facilities.

In addition to the inputs that can be controlled by the productive units, these works have included another group of factors which, although not controlled by the schools, can affect the estimated efficiency index. These variables include students' individual and family characteristics (socioeconomic level, attitudes to studying, academic environment at home etc.). In addition to these indicators, some works have used non-discretionary inputs associated with schools, such as ownership of the centre, percentage of handicapped students, rates of absenteeism or highly gifted students.

There was a greater consensus in relation to outputs. The empirical studies analysed mainly use indicators such as academic achievement and they tend to use the scores obtained by students in national and international evaluation. In the case of Spain, many of the studies used the results of national university admission exams. However, the increased Spanish participation in international evaluation, such as TIMSS or PISA, has led to an increase in efficiency studies that incorporate students' results in these tests. There are also a significant number of studies that take promotion or graduation rates as an output of the education system.

The inputs used in studies on the higher education system vary from one work to the next, although a common input in many of them is the number of individuals

dedicated to teaching activities and to research. In contrast to studies on non-university levels, it is frequent to observe input indicators that reflect investment in material and human resources (university spending excluding salaries, departmental budgets, administrative costs, library expenditure, financial resources, etc.).

On the other hand, the outcome variables can be separated into teaching indicators and research indicators. The first type of outputs mainly correspond to the number of students matriculated in graduate and post-graduate studies or the number of qualifications obtained. The outputs related to scientific research correspond to the number and type of scientific publications, technology transferred to other businesses, or money received in the form of grants or research contracts.

What is the most appropriate alternative methodology to measure efficiency in the field of education?

We can conclude from the discourse in chapter two of this report that Data Envelopment Analysis is the most appropriate measure of educational efficiency.

In contexts in which the exact form of the production function is unknown, such as the education system, Data Envelopment Analysis, which does not require a prior specification of the relationship between the input and output variables, is more suitable than parametric techniques, such as stochastic frontier models. Similarly, with this procedure multiple input and output variables can be used, which is an important advantage in the field of education, given the multidimensionality of the educational output. Finally, it is important to mention that several approaches have been developed based on the DEA methodology with the aim of limiting the effect of inputs, which are not controllable by the study units, on the efficiency indices estimated.

Which are the main non-discretionary inputs that can affect the outcomes achieved by the school?

There are numerous non-discretionary variables that can affect the outcomes obtained by schools. These can refer to the students' individual and family characteristics, to the education centres themselves, or even to the context in which

these institutions can be found. The decision to introduce this set of indicators in efficiency studies is based on the fact that a relationship has been shown to exist between these variables and school achievements. Hence, the review of empirical studies conducted throughout chapter three has analysed the relationship or influence of some, but not all, of these factors on the outcomes of the education system.

Of the individual and family characteristics studied, evidence was found for an influence of previous achievement, gender, immigrant status, the student's own educational aspirations, the family's socioeconomic level and the parents' educational aspirations on students' initial achievements, and also on their growth rate. Regarding the context in which the teaching-learning process takes place, the variables studied corresponded to: levels of unemployment, the price of housing, and immigration levels. For the characteristics that formed part of the identity of the productive units it was considered appropriate to include ownership, educational stages, number of classes (teaching hours) not taught, the atmosphere in the centre and the levels of absenteeism.

Although not all the inputs considered have been used previously in studies to measure educational efficiency, it was necessary to control the effect of these variables on the outcomes of the education system and, therefore, on the efficiency indices estimated.

Does the use of value-added measures enable the influence of factors associated with the students' individual and family characteristics on educational outcomes to be controlled?

As shown in this work, the main objective of value-added models is to isolate the schools' contribution in the students' academic progress by only measuring the influence of factors associated with the school, teachers or programs, on academic growth.

In these types of models, the effect of students' individual and family characteristics on their academic development can be determined by studying the students' results at different points in time. If students' levels of achievement are

determined on at least two occasions, it could be assumed, as defended by some authors (Ballou et al., 2004; Zvoch and Stevens, 2008), that individual factors will be isolated, as they affect the results of both the pre-test and the post-test.

However, to limit the effect of these individual and family indicators even further, a contextualised value-added model can be estimated that includes these variables as Level 2 predictors and controls the effect of these characteristics on initial achievement and growth rates of schools.

Because of these properties of value-added measures, they can be regarded as more precise outputs in efficiency models. Firstly, because, as explained above, they control the effect of the students' individual and family characteristics on their academic progress and, secondly, because gross measures of academic achievement refer to the accumulation of knowledge throughout life while, in an efficiency model, the inputs inform about the resources used at a given moment in time. Hence, coinciding with Seijas (2004), it is necessary to determine the students' level of knowledge at the start of the period referring to the resources.

Does the technical efficiency of schools vary in relation to the outputs considered in the model?

The measures obtained after applying an efficiency evaluation model are only relative indicators of the efficiency of these units, which will depend on both the inputs and the outputs introduced in the model and the group of units that are being compared.

Hence, when the objective is to evaluate efficiency, one of the most important decisions to make is to choose the inputs and results to be introduced in the model, since this will condition the indices obtained. In the case of the education system, this matter is even more important if we take into account that the education production function is unknown and there may be a range of very different educational outputs.

In this work we have presented an efficiency evaluation model designed to maximise the output, in which schools are considered to be more or less efficient

depending on whether they have a greater or lesser output, using the same level of inputs. From this perspective, and considering that an education system can produce several different outputs, the efficiency estimated for the schools will depend on the outputs considered in the analysis. Hence, if the value-added measures are introduced as an indicator of educational outcomes, an efficient school will be one that makes the greatest contribution to the students' progress, using the same amount of resources as the other units with which it is being compared. The ultimate intention is, therefore, to move away from traditional models that consider efficiency of schools to be determined by promotion rates or gross achievement measures.

Can this model be applied to evaluate the efficiency of primary and secondary schools of the Community of Madrid?

Application of the proposed model to evaluate efficiency in primary and secondary schools of the Community of Madrid has been addressed over the last three chapters. This empirical contribution has been included in the R&D project entitled "Value added in education and the educational production function: a longitudinal study", carried out during the academic years 2005-2006 and 2006-2007.

Bearing in mind the three stages of the study, the first stage was to find a value-added measure to quantify the contribution of schools to students' achievement in two instrumental subjects, mathematics and reading comprehension. This was done using multilevel analysis, which respected the nested structure of educational data, and modelled the students' growth over time, when this did not follow a linear trajectory. Specifically, although growth of achievement in mathematics of the students enrolled in the last cycle of primary education and in the last cycle of secondary education was linear, the progress of students in the second cohort was found to follow a quadratic trajectory. In the area of reading comprehension, linear growth was observed for students of the last cycle of primary education. However, in the other two cohorts, corresponding to the two stages of compulsory secondary education, growth in the different applications was quadratic.

With the aim of calculating value-added measures that control the effect that students' individual and family characteristics can have on the schools' outcomes, the value-added measures calculated initially have been adjusted by introducing these individual indicators in the model as covariables. By studying these indicators, it was possible to observe the influence of these individual factors on the initial achievement of schools, and on their growth rates. Consequently, this has helped to explain the differences in previous levels of achievement between schools and between subjects, which in some cases have even disappeared. On the other hand, the variance in the growth rates of students and schools was found to increase.

In this first stage of the model, the value-added measures for each school have been estimated by measuring the distance between the observed and the expected growth at a specific point in time. In this way, it was possible to observe, on the one hand, how a school with positive growth could have a negative added value and, on the other, the importance of appropriately modelling the growth of schools if the objective is to assess value-added using hierarchical linear models. Hence, if one can assume that growth is linear, the value added increases or decreases constantly over time; however, if growth over time follows a non-linear model, it is easier to reflect more clearly the possible variations experienced by schools over time.

Taking the value-added measures estimated previously as an outcome of the education system, in a second stage, the efficiency of each school in the sample has been estimated. The alternative methodology used was an output oriented Data Envelopment Analysis, assuming constant returns to scale. The results provide the efficiency index for each institution studied as well as information about potential improvements that inefficient institutions should implement to be positioned on the efficient frontier, in other words, they are given guidance about where to target improvements. It also indicates the group of reference or benchmarking units for each inefficient centre, providing examples of good practice that can then be imitated.

After calculating the efficiency indices of the units studied, the proposed model incorporates a third stage in which a censored regression model is applied (Tobit's model), with the aim of analysing whether the non-discretionary variables, associated

with the school and its context, affect the efficiency measures estimated. In the specific case of the Madrid region, these non-discretionary inputs could not be considered as explanatory variables of the estimated efficiency indices in any of the educational stages studied.

Hence, in the efficiency models there is clearly a need to first consider the non-discretionary inputs related the students' individual and family characteristics since, as shown here, these factors significantly affect the results achieved by the educational centres. On the other hand, it appears that non-discretionary inputs relating to the school, and its context, are not as important at explaining inefficiency in schools of the Community of Madrid.

Finally, analysis of the results obtained has shown that the level of inefficiency of schools is not related to the territorial area to which the school belongs (Center, North, South, East or West). However, the opposite occurs when the level of inefficiency is studied in relation to ownership of schools. In the first and second cohorts, state schools are more inefficient than private or state-assisted schools, in agreement with the conclusions of several studies that have found private schools to be more efficient than state schools (Coleman, Hoffer and Kilgore, 1982; Jimenez, Lockheed and Paqueo, 1991; Kingdon, 1996; Sampaio and Guimarães, 2009). However, the opposite occurs for the third cohort where the differences observed in the mean levels of inefficiency in the school in relation to ownership are not significant. This result is in accordance with previous studies which showed that, after removing the effect of external variables to the school, this more efficient use of resources by the private schools is no longer evident (Calero and Escardibul, 2007; Mancebon and Muñiz, 2008; Cherchye, De Witte, Ooghe and Nicaise, 2010; Perelman and Santin, 2011).

In an attempt to determine the variation in efficiency indices calculated as a function of the outputs introduced in the model, estimates have been presented that were obtained after applying one model that considers the promotion rates of schools as an educational product, and another in which the gross achievement of students at

a given time, specifically in June 2007, was introduced as an outcome of the educational system.

The results show that, although the correlation between the efficiency indices from the different models is positive, there are statistically significant differences in the classification of schools as efficient or inefficient, depending on whether one educational product or another is used. It, therefore, becomes evident that the centres in which students show the most progress are not necessarily those with the greatest promotion rates, or the ones in which students obtain the highest scores in tests of achievement. This lack of agreement is observed in both primary and secondary schools. In general, in the last cycle of primary education, there are more efficient centres in the promotion efficiency model. If the students' gross achievements are used as outputs, the number of efficient units increases, when evaluating efficiency in the last cycle of primary education and the first cycle of secondary education. On the contrary, in the last cycle of secondary education there are a greater number of schools situated on the productive frontier in the VA efficiency model.

Therefore, the ultimate question we should ask is: What is an efficient school? Is it the one with the highest promotion rates? Or one in which students' present a greater levels of skills? (without considering whether they already produced these better outcomes when they entered the school) Or, on the other hand, is it the school in which students make the most progress?

General conclusions

In this section, we try to find an answer for the main question asked in this research work:

Does the introduction of value-added measures in models for the evaluation of efficiency enable objective, reliable and accurate indices of efficiency to be obtained, in addition to solving some of the main limitations shown by previous studies aimed at assessing efficiency in the field of education?

When studying efficiency, understood as the relationship between the inputs of a system and the outcomes achieved, it is important to take into account the possible influence of variables that are not controlled by the school.

The main contribution of this work has been to show how the introduction of contextualised value-added measures as outputs in the value-added models, can help to control the variables that most affect educational outcomes, such as the students' individual and family characteristics. It has also been shown that the application of hierarchical linear models to estimate value-added measures presents several advantages over the application of other types of procedures. By respecting the nested structure of data, non-linear growth can be modelled and the effects of individual factors on students' progress over time can be controlled, among others.

In this way, value-added estimates are accurate measures of the outcomes achieved by schools, and can be introduced into models used to assess efficiency, effectiveness or functionality. In the specific case of educational efficiency analysis, if value-added measures are not used, the efficiencies estimated for schools could be biased, since any other educational output would be, to some extent, conditioned by the students' individual and family characteristics. This is especially important in cases where the school has some control over the selection of students in relation to some of these individual characteristics (such as previous academic achievement). Although, as some authors have suggested, these non-discretionary inputs can be considered in a second phase, this does not seem to be the most appropriate procedure, since these characteristics would be introduced as aggregate variables if we try to control at the "school level" variables that actually belong to the "student level".

The evaluation model proposed here aims to fulfil the two basic functions of any evaluation process: to inform and to improve. It informs about the current level of efficiency of educational centres, in other words, it provides society in general, or more specifically, the educational authorities, with reliable information about the different institutions that use their resources. It also establishes improvement targets, and identifies efficient units that can serve as examples of good practices to be imitated by others.

Limitations and future research

The introduction of value-added measures in processes to evaluate the quality of education, whether these focus on studying the dimension of effectiveness, efficiency or functionality, have revealed one of the greatest weaknesses of the evaluation of educational system in Spain, the failure to follow students' progress over time. The efficiency evaluation model proposed here requires longitudinal designs, so at the moment can only be applied in the Spanish educational system in research contexts, such as that used for this doctoral thesis.

Another possible limitation of this work relates to the inputs introduced in the analysis since, although most of these coincide with those used in other studies designed to evaluate educational efficiency at non-university levels, it would be interesting to incorporate variables in the model that provide information about the other resources used by schools (costs per student, operational costs, costs of teachers salaries etc). Hence, a good system of accountability measures should provide detailed information about the way in which schools use the resources made available to them.

Regarding the non-discretionary inputs, there are many variables that can affect the outcomes of the education system, and it is essential to control these to obtain accurate measures of efficiency. Future applications of this model should, therefore, decide which non-discretionary indicators associated with the students, the schools or their contexts, should be introduced in order to achieve good estimates of educational efficiency.

Finally, in spite of the great advantages offered by Data Envelopment Analysis to assess efficiency in the educational sector, this technique only provides a relative efficiency index which depends on the units that are being compared. It is, therefore, necessary to make these results apply only to the units included in the sample.

Similarly, another limitation of this technique is that it regards the entire deviation of the production unit from the productive frontier to be attributable the inefficiency of the unit. Hence, this approach does not contemplate possible random effects on the output that the producer cannot control. We aim to address this

limitation in future works by applying the Stochastic Nonparametric Envelopment of Data (Kuosmanen, 2006, 2007; Kuosmanen and Kortelainen, 2007) method that incorporates the advantages of DEA, in addition to breaking down the deviation of units from the efficient frontier into an inefficiency component, and a random noise component.

ANEXOS

ANEXO 1: Transformación de los modelos DEA de su versión primal a su versión dual

A) MODELO CCR CON ORIENTACIÓN AL *INPUT*

Tomando el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} w_0 &= \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \\ \text{Sujeto a:} \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} &= 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} &\leq 0; \quad j = 1, \dots, n, \\ u_r, v_i &\geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m. \end{aligned}$$

o lo que es lo mismo:

$$\begin{aligned} \max_{u,v} w_0 &= u_1 y_{10} + u_2 y_{20} + \dots + u_s y_{s0} \\ \text{Sujeto a:} \\ v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + \dots + v_m x_{m0} &= 1 \\ u_1 y_{11} + u_2 y_{21} + \dots + u_s y_{s1} - v_1 x_{11} - v_2 x_{21} - \dots - v_m x_{m1} &\leq 0 \\ u_1 y_{12} + u_2 y_{22} + \dots + u_s y_{s2} - v_1 x_{12} - v_2 x_{22} - \dots - v_m x_{m2} &\leq 0 \\ \vdots &\quad \vdots \quad \dots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \dots \quad \vdots \quad \vdots \\ u_1 y_{1n} + u_2 y_{2n} + \dots + u_s y_{sn} - v_1 x_{1n} - v_2 x_{2n} - \dots - v_m x_{mn} &\leq 0 \\ u_1, u_2, \dots, u_s &\geq \varepsilon \\ v_1, v_2, \dots, v_m &\geq \varepsilon \end{aligned}$$

Se construye su dual teniendo en cuenta que se asocia una variable dual a cada restricción del problema primal, por tanto, habrá tantas variables en el problema dual como restricciones había en el problema primal inicial. En el caso analizado, al haber $n+1$ restricciones, el problema dual tendrá $n+1$ variables que vendrán definidas por: $\theta, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

a) La función objetivo

La función objetivo del modelo dual queda definida como el producto del el vector fila, formado por los términos independientes de las restricciones del modelo primal, y el vector columna, constituido por las variables del modelo dual.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}$$

Considerando que si la función objetivo del modelo primal hay que maximizarla, la función objetivo del modelo dual hay que minimizarla, la función objetivo del modelo CCR *input* orientado en su forma envolvente viene definida por:

$$\min_{\theta, \lambda} z_0 = 1\theta + 0\lambda_1, 0\lambda_2, \dots, 0\lambda_n$$

$$\min_{\theta, \lambda} z_0 = \theta$$

b) Restricciones del modelo

Haciendo referencia a las restricciones, habrá tantas como variables había en el modelo primal de forma que si en el modelo primal había s+m variables ahora se contará con s+m restricciones. El cálculo de las restricciones viene dado por:

$$u^t A \geq c^t \quad (44)$$

Donde:

u^t es la transpuesta del vector columna que recoge las variables del modelo dual.

A es la matriz con los coeficientes de las variables de las restricciones del modelo primal de tamaño $(n+1)(s+m)$.

c^t es la transpuesta del vector fila que contiene los coeficientes de las variables de la función objetivo del problema primal.

\geq vendrá definido por la correspondencia de las desigualdades en las restricciones y las variables entre el modelo primal y dual.

De esta forma, el producto de las matrices que se detallan a continuación:

$$[\theta \quad \lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_n] \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & x_{10} & x_{20} & \dots & x_{m0} \\ y_{11} & y_{21} & \dots & y_{s1} & -x_{11} & -x_{21} & \dots & -x_{m1} \\ y_{12} & y_{22} & \dots & y_{s2} & -x_{12} & -x_{22} & \dots & -x_{m2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y_{1n} & y_{2n} & \dots & y_{sn} & -x_{1n} & -x_{2n} & \dots & -x_{mn} \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} y_{10} \\ y_{20} \\ \vdots \\ y_{s0} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

tiene como resultado las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} \theta 0 &+ \lambda_1 y_{11} + \lambda_2 y_{12} + \dots + \lambda_n y_{1n} &\geq y_{10} \\ \theta 0 &+ \lambda_1 y_{21} + \lambda_2 y_{22} + \dots + \lambda_n y_{2n} &\geq y_{20} \\ \vdots &\vdots &\vdots &\dots &\vdots &\vdots \\ \theta 0 &+ \lambda_1 y_{s1} + \lambda_2 y_{s2} + \dots + \lambda_n y_{sn} &\geq y_{s0} \\ \theta x_{10} &- \lambda_1 x_{11} - \lambda_2 x_{12} - \dots - \lambda_n x_{1n} &\geq 0 \\ \theta x_{20} &- \lambda_1 x_{21} - \lambda_2 x_{22} - \dots - \lambda_n x_{2n} &\geq 0 \\ \vdots &\vdots &\vdots &\dots &\vdots &\vdots \\ \theta x_{m0} &- \lambda_1 x_{m1} - \lambda_2 x_{m2} - \dots - \lambda_n x_{mn} &\geq 0 \end{aligned}$$

c) Modelo final

Dada la función objetivo y las restricciones calculadas anteriormente, el modelo dual queda definido tal y como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \min_{\theta, \lambda} z_0 &= \theta \\ \text{Sujeto a:} \\ \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j &\geq y_{r0}; & r=1, \dots, s \\ x_{i0} \theta - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j &\geq 0; & i=1, \dots, m \\ \theta &\text{ libre} \\ \lambda_j &\geq 0 \end{aligned}$$

B) MODELO CCR CON ORIENTACIÓN AL OUTPUT

Tomando el siguiente problema de programación lineal:

$$\min_{u,v} w_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \geq 0; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

o lo que es lo mismo:

$$\min_{u,v} w_0 = v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + \dots + v_m x_{m0}$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{cccccccccccc} & & & & & & u_1 y_{10} & + & u_2 y_{20} & + & \dots & + & u_s y_{s0} & = & 1 \\ v_1 x_{11} & + & v_2 x_{21} & + & \dots & + & v_m x_{m1} & - & u_1 y_{11} & - & u_2 y_{21} & - & \dots & - & u_s y_{s1} & \geq & 0 \\ v_1 x_{12} & + & v_2 x_{22} & + & \dots & + & v_m x_{m2} & - & u_1 y_{12} & - & u_2 y_{22} & - & \dots & - & u_s y_{s2} & \geq & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\ v_1 x_{1n} & + & v_2 x_{2n} & + & \dots & + & v_m x_{mn} & - & u_1 y_{1n} & - & u_2 y_{2n} & - & \dots & - & u_s y_{sn} & \geq & 0 \end{array}$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq \varepsilon$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq \varepsilon$$

a) La función objetivo

La función objetivo del modelo dual se calcula multiplicando el vector columna, constituido por las $n+1$ variables del modelo dual, y el vector fila, formado por los términos independientes de las restricciones del modelo primal.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{bmatrix}$$

Dado que si la función objetivo del modelo primal hay que minimizarla, la función objetivo del modelo dual hay que maximizarla, la función objetivo del modelo CCR *output* orientado en su forma envolvente va a quedar definida por:

$$\max_{\phi, \lambda} z_0 = 1\phi + 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + \dots + 0\lambda_n$$

$$\max_{\phi, \lambda} z_0 = \phi$$

b) Restricciones del modelo

El número de restricciones del modelo dual viene dado por el número de variables del modelo primal. De esta forma y tomando como referencia la ecuación 44, las $s+m$ restricciones del modelo CCR *output* orientado en su forma envolvente, se calculan como el producto de las siguientes matrices:

$$\begin{bmatrix} \phi & \lambda_1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & y_{10} & y_{20} & \dots & y_{s0} \\ x_{11} & x_{21} & \dots & x_{m1} & -y_{11} & -y_{21} & \dots & -y_{s1} \\ x_{12} & x_{22} & \dots & x_{m2} & -y_{12} & -y_{22} & \dots & -y_{s2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ x_{1n} & x_{2n} & \dots & x_{mn} & -y_{1n} & -y_{2n} & \dots & -y_{sn} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \\ \vdots \\ x_{m0} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

o lo que es lo mismo:

$$\begin{array}{rclclcl}
\phi 0 & + & \lambda_1 x_{11} & + & \lambda_2 x_{12} & + & \dots & + & \lambda_n x_{1n} & \leq & x_{10} \\
\phi 0 & + & \lambda_1 x_{21} & + & \lambda_2 x_{22} & + & \dots & + & \lambda_n x_{2n} & \leq & x_{20} \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\
\phi 0 & + & \lambda_1 x_{m1} & + & \lambda_2 x_{m2} & + & \dots & + & \lambda_n x_{mn} & \leq & x_{m0} \\
\phi y_{10} & - & \lambda_1 y_{11} & - & \lambda_2 y_{12} & - & \dots & - & \lambda_n y_{1n} & \leq & 0 \\
\phi y_{20} & - & \lambda_1 y_{21} & - & \lambda_2 y_{22} & - & \dots & - & \lambda_n y_{2n} & \leq & 0 \\
\vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\
\phi y_{s0} & - & \lambda_1 y_{s1} & - & \lambda_2 y_{s2} & - & \dots & - & \lambda_n y_{sn} & \leq & 0
\end{array}$$

c) Modelo final

Dada la función objetivo y las restricciones calculadas anteriormente, el modelo dual queda definido tal y como se muestra a continuación:

$\max_{\phi, \lambda} z_0 = \phi$
<p>Sujeto a:</p> $\phi y_{r0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq 0; \quad r = 1, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{i0}; \quad i = 1, \dots, m$ <p> ϕ libre $\lambda_j \geq 0$ </p>

C) MODELO BCC CON ORIENTACIÓN AL INPUT

Tomando el siguiente problema de programación lineal:

$$\max_{u,v} w_0 = \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - u_0$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - u_0 \leq 0; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m$$

$$u_0 \text{ libre}$$

o lo que es lo mismo:

$$\max_{u,v} w_0 = u_1 y_{10} + u_2 y_{20} + \dots + u_s y_{s0}$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} & & & & & & & & v_1 x_{10} & + & v_2 x_{20} & + & \dots & + & v_m x_{m0} & & = & 1 \\ u_1 y_{11} & + & u_2 y_{21} & + & \dots & + & u_s y_{s1} & - & v_1 x_{11} & - & v_2 x_{21} & - & \dots & - & v_m x_{m1} & - & u_0 & \leq & 0 \\ u_1 y_{12} & + & u_2 y_{22} & + & \dots & + & u_s y_{s2} & - & v_1 x_{12} & - & v_2 x_{22} & - & \dots & - & v_m x_{m2} & - & u_0 & \leq & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & & \vdots & \\ u_1 y_{1n} & + & u_2 y_{2n} & + & \dots & + & u_s y_{sn} & - & v_1 x_{1n} & - & v_2 x_{2n} & - & \dots & - & v_m x_{mn} & - & u_0 & \leq & 0 \end{array}$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq \varepsilon$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq \varepsilon$$

Se construirá su dual teniendo en cuenta que el término u_0 es una constante y por lo tanto no influirá ni en el número de restricciones ni en el número de variables del modelo dual. Del mismo modo, considerando que en dicho término se encuentra la única diferencia entre la

expresión del modelo CCR en su orientación al *input* y el modelo BCC *input* orientado, los problemas duales de ambos modelos serán similares.

La función objetivo del modelo BCC *input* orientado en su forma envolvente será:

$$\min_{\theta, \lambda} z_0 = 1\theta + 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + \dots + 0\lambda_n$$

$$\min_{\theta, \lambda} z_0 = \theta$$

y las restricciones del modelo:

$$\begin{array}{rcccccccl} \theta 0 & + & \lambda_1 y_{11} & + & \lambda_2 y_{12} & + & \dots & + & \lambda_n y_{1n} & \geq & y_{10} \\ \theta 0 & + & \lambda_1 y_{21} & + & \lambda_2 y_{22} & + & \dots & + & \lambda_n y_{2n} & \geq & y_{20} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\ \theta 0 & + & \lambda_1 y_{s1} & + & \lambda_2 y_{s2} & + & \dots & + & \lambda_n y_{sn} & \geq & y_{s0} \\ \theta x_{10} & - & \lambda_1 x_{11} & - & \lambda_2 x_{12} & - & \dots & - & \lambda_n x_{1n} & \geq & 0 \\ \theta x_{20} & - & \lambda_1 x_{21} & - & \lambda_2 x_{22} & - & \dots & - & \lambda_n x_{2n} & \geq & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\ \theta x_{m0} & - & \lambda_1 x_{m1} & - & \lambda_2 x_{m2} & - & \dots & - & \lambda_n x_{mn} & \geq & 0 \end{array}$$

Así, el modelo dual queda definido como se muestra a continuación:

$\min_{\theta, \lambda} z_0 = \theta$
<p>Sujeto a:</p> $\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \geq y_{r0}; \quad r = 1, \dots, s$ $x_{i0} \theta - \sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \geq 0; \quad i = 1, \dots, m$ <p style="margin-left: 40px;"> θ libre $\lambda_j \geq 0$ </p>

D) MODELO BCC CON ORIENTACIÓN AL OUTPUT

Tomando el siguiente problema de programación lineal:

$$\min_{u,v} w_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - v_0$$

Sujeto a:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} = 1$$

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - v_0 \geq 0; \quad j = 1, \dots, n,$$

$$u_r, v_i \geq \varepsilon; \quad r = 1, \dots, s; \quad i = 1, \dots, m.$$

$$v_0 \text{ libre}$$

o lo que es lo mismo:

$$\min_{u,v} w_0 = v_1 x_{10} + v_2 x_{20} + \dots + v_m x_{m0}$$

Sujeto a:

$$\begin{array}{cccccccccc} & & & & & u_1 y_{10} & + & u_2 y_{20} & + & \dots & + & u_s y_{s0} & = & 1 \\ v_1 x_{11} & + & v_2 x_{21} & + & \dots & + & v_m x_{m1} & - & u_1 y_{11} & - & u_2 y_{21} & - & \dots & - & u_s y_{s1} & - & v_0 \geq & 0 \\ v_1 x_{12} & + & v_2 x_{22} & + & \dots & + & v_m x_{m2} & - & u_1 y_{12} & - & u_2 y_{22} & - & \dots & - & u_s y_{s2} & - & v_0 \geq & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots & \\ v_1 x_{1n} & + & v_2 x_{2n} & + & \dots & + & v_m x_{mn} & - & u_1 y_{1n} & - & u_2 y_{2n} & - & \dots & - & u_s y_{sn} & - & v_0 \geq & 0 \end{array}$$

$$u_1, u_2, \dots, u_s \geq \varepsilon$$

$$v_1, v_2, \dots, v_m \geq \varepsilon$$

Se define su dual teniendo en cuenta que el término v_0 es una constante y no influye ni el en número de restricciones ni en el número de variables del modelo dual. Igualmente, considerando que en dicho término se encuentra la única diferencia entre la expresión del

modelo CCR en su orientación al *output* y el modelo BCC *output* orientado, los problemas duales de ambos modelos serán similares.

La función objetivo del modelo BCC *output* orientado en su forma envolvente será:

$$\max_{\phi, \lambda} z_0 = 1\phi + 0\lambda_1 + 0\lambda_2 + \dots + 0\lambda_n$$

$$\max_{\phi, \lambda} z_0 = \phi$$

y las restricciones del modelo:

$$\begin{array}{rcccccccl} \phi 0 & + & \lambda_1 x_{11} & + & \lambda_2 x_{12} & + & \dots & + & \lambda_n x_{1n} & \leq & x_{10} \\ \phi 0 & + & \lambda_1 x_{21} & + & \lambda_2 x_{22} & + & \dots & + & \lambda_n x_{2n} & \leq & x_{20} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\ \phi 0 & + & \lambda_1 x_{m1} & + & \lambda_2 x_{m2} & + & \dots & + & \lambda_n x_{mn} & \leq & x_{m0} \\ \phi y_{10} & - & \lambda_1 y_{11} & - & \lambda_2 y_{12} & - & \dots & - & \lambda_n y_{1n} & \leq & 0 \\ \phi y_{20} & - & \lambda_1 y_{21} & - & \lambda_2 y_{22} & - & \dots & - & \lambda_n y_{2n} & \leq & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & & \dots & & \vdots & & \vdots \\ \phi y_{s0} & - & \lambda_1 y_{s1} & - & \lambda_2 y_{s2} & - & \dots & - & \lambda_n y_{sn} & \leq & 0 \end{array}$$

Así, el modelo dual queda definido como se muestra a continuación:

$\max_{\phi, \lambda} z_0 = \phi$
<p>Sujeto a:</p> $\phi y_{r0} - \sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j \leq 0; \quad r = 1, \dots, s$ $\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j \leq x_{i0}; \quad i = 1, \dots, m$ <p> ϕ libre $\lambda_j \geq 0$ </p>

ANEXO 2: Análisis técnico de las pruebas de medida del rendimiento

A) PRUEBAS DE MATEMÁTICAS: PRIMERA COHORTE

NOVIEMBRE DE 2005			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	40,00	Nº de ítems	40,00
Nº de sujetos	2126,00	Nº de sujetos	2085,00
Mínimo	6,00	Mínimo	5,00
Máximo	39,00	Máximo	39,00
Nº medio de aciertos	29,39	Nº medio de aciertos	28,09
Error típico de la media	0,12	Error típico de la media	0,12
Varianza	30,51	Varianza	28,53
Desv. típica	5,52	Desv. típica	5,34
Facilidad media	0,73	Facilidad media	0,70
Rbp media	0,35	Rbp media	0,33
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,82	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,80
Error típico de medida	2,31	Error típico de medida	2,38

JUNIO DE 2006			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	40,00	Nº de ítems	40,00
Nº de sujetos	2105,00	Nº de sujetos	2068,00
Mínimo	4,00	Mínimo	9,00
Máximo	39,00	Máximo	40,00
Nº medio de aciertos	27,09	Nº medio de aciertos	29,70
Error típico de la media	0,14	Error típico de la media	0,14
Varianza	41,50	Varianza	37,80
Desv. típica	6,44	Desv. típica	6,15
Facilidad media	0,68	Facilidad media	0,74
Rbp media	0,38	Rbp media	0,38
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,84	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,85
Error típico de medida	2,55	Error típico de medida	2,40

NOVIEMBRE DE 2006			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	38,00	Nº de ítems	39,00
Nº de sujetos	1817,00	Nº de sujetos	1793,00
Mínimo	6,00	Mínimo	7,00
Máximo	38,00	Máximo	39,00
Nº medio de aciertos	24,83	Nº medio de aciertos	25,62
Error típico de la media	0,15	Error típico de la media	0,16
Varianza	43,07	Varianza	44,31
Desv. típica	6,56	Desv. típica	6,66
Facilidad media	0,65	Facilidad media	0,66
Rbp media	0,39	Rbp media	0,38
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,85	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,85
Error típico de medida	2,54	Error típico de medida	2,57

JUNIO DE 2007			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	38,00	Nº de ítems	38,00
Nº de sujetos	1884,00	Nº de sujetos	1873,00
Mínimo	3,00	Mínimo	0,00
Máximo	38,00	Máximo	38,00
Nº medio de aciertos	23,60	Nº medio de aciertos	23,40
Error típico de la media	0,15	Error típico de la media	0,15
Varianza	42,55	Varianza	44,05
Desv. típica	6,52	Desv. típica	6,64
Facilidad media	0,62	Facilidad media	0,62
Rbp media	0,39	Rbp media	0,39
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,85	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,84
Error típico de medida	2,56	Error típico de medida	2,62

B) PRUEBAS DE MATEMÁTICAS: SEGUNDA COHORTE

NOVIEMBRE DE 2005			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	37,00	Nº de ítems	38,00
Nº de sujetos	2574,00	Nº de sujetos	2532,00
Mínimo	4,00	Mínimo	5,00
Máximo	36,00	Máximo	38,00
Nº medio de aciertos	21,57	Nº medio de aciertos	21,52
Error típico de la media	0,12	Error típico de la media	0,11
Varianza	34,78	Varianza	29,38
Desv. típica	5,90	Desv. típica	5,42
Facilidad media	0,58	Facilidad media	0,57
Rbp media	0,35	Rbp media	0,31
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,80	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,76
Error típico de medida	2,61	Error típico de medida	2,66

JUNIO DE 2006			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	38,00	Nº de ítems	36,00
Nº de sujetos	2443,00	Nº de sujetos	2438,00
Mínimo	3,00	Mínimo	4,00
Máximo	37,00	Máximo	36,00
Nº medio de aciertos	20,43	Nº medio de aciertos	19,42
Error típico de la media	0,13	Error típico de la media	0,13
Varianza	41,77	Varianza	40,16
Desv. típica	6,46	Desv. Típica	6,34
Facilidad media	0,54	Facilidad media	0,54
Rbp media	0,36	Rbp media	0,38
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,82	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,83
Error típico de medida	2,73	Error típico de medida	2,64

NOVIEMBRE DE 2006			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	39,00	Nº de ítems	39,00
Nº de sujetos	1665,00	Nº de sujetos	1662,00
Mínimo	4,00	Mínimo	5,00
Máximo	39,00	Máximo	38,00
Nº medio de aciertos	22,16	Nº medio de aciertos	22,09
Error típico de la media	0,15	Error típico de la media	0,15
Varianza	39,17	Varianza	37,85
Desv. típica	6,26	Desv. típica	6,15
Facilidad media	0,57	Facilidad media	0,57
Rbp media	0,36	Rbp media	0,35
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,82	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,81
Error típico de medida	2,66	Error típico de medida	2,65

JUNIO DE 2007			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	40,00	Nº de ítems	40,00
Nº de sujetos	1697,00	Nº de sujetos	1703,00
Mínimo	2,00	Mínimo	0,00
Máximo	39,00	Máximo	39,00
Nº medio de aciertos	22,35	Nº medio de aciertos	21,92
Error típico de la media	0,14	Error típico de la media	0,15
Varianza	34,56	Varianza	36,92
Desv. típica	5,88	Desv. típica	6,08
Facilidad media	0,56	Facilidad media	0,55
Rbp media	0,33	Rbp media	0,33
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,78	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,79
Error típico de medida	2,73	Error típico de medida	2,77

C) PRUEBAS DE MATEMÁTICAS: TERCERA COHORTE

NOVIEMBRE DE 2005			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	40,00	Nº de ítems	40,00
Nº de sujetos	2369,00	Nº de sujetos	2367,00
Mínimo	3,00	Mínimo	4,00
Máximo	37,00	Máximo	37,00
Nº medio de aciertos	21,89	Nº medio de aciertos	21,98
Error típico de la media	0,11	Error típico de la media	0,11
Varianza	28,82	Varianza	28,95
Desv. típica	5,37	Desv. típica	5,38
Facilidad media	0,55	Facilidad media	0,55
Rbp media	0,30	Rbp media	0,30
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,75	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,74
Error típico de medida	2,70	Error típico de medida	2,75

JUNIO DE 2006			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	40,00	Nº de ítems	40,00
Nº de sujetos	2121,00	Nº de sujetos	2151,00
Mínimo	3,00	Mínimo	4,00
Máximo	39,00	Máximo	38,00
Nº medio de aciertos	19,93	Nº medio de aciertos	20,41
Error típico de la media	0,14	Error típico de la media	0,14
Varianza	39,38	Varianza	39,62
Desv. típica	6,28	Desv. típica	6,29
Facilidad media	0,50	Facilidad media	0,51
Rbp media	0,33	Rbp media	0,34
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,80	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,80
Error típico de medida	2,82	Error típico de medida	2,79

NOVIEMBRE DE 2006			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	39,00	Nº de ítems	37,00
Nº de sujetos	1378,00	Nº de sujetos	1383,00
Mínimo	2,00	Mínimo	5,00
Máximo	38,00	Máximo	37,00
Nº medio de aciertos	19,70	Nº medio de aciertos	18,48
Error típico de la media	0,16	Error típico de la media	0,16
Varianza	36,07	Varianza	35,20
Desv. típica	6,01	Desv. típica	5,93
Facilidad media	0,51	Facilidad media	0,50
Rbp media	0,33	Rbp media	0,34
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,78	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,79
Error típico de medida	2,81	Error típico de medida	2,75

JUNIO DE 2007			
Forma A		Forma B	
Nº de ítems	38,00	Nº de ítems	38,00
Nº de sujetos	1387,00	Nº de sujetos	1385,00
Mínimo	2,00	Mínimo	0,00
Máximo	35,00	Máximo	37,00
Nº medio de aciertos	15,91	Nº medio de aciertos	16,51
Error típico de la media	0,15	Error típico de la media	0,15
Varianza	31,07	Varianza	30,09
Desv. típica	5,57	Desv. típica	5,49
Facilidad media	0,42	Facilidad media	0,43
Rbp media	0,31	Rbp media	0,31
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,75	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,75
Error típico de medida	2,79	Error típico de medida	2,76

D) PRUEBAS DE COMPRENSIÓN LECTORA

Forma A		Forma B	
Nº de ítems	34,00	Nº de ítems	34,00
Nº de sujetos	4014,00	Nº de sujetos	3912,00
Mínimo	3,00	Mínimo	0,00
Máximo	34,00	Máximo	34,00
Nº medio de aciertos	24,67	Nº medio de aciertos	21,30
Error típico de la media	0,08	Error típico de la media	0,10
Varianza	24,22	Varianza	38,34
Desv. típica	4,92	Desv. típica	6,19
Facilidad media	0,73	Facilidad media	0,63
Rbp media	0,38	Rbp media	0,40
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,81	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,84
Error típico de medida	2,15	Error típico de medida	2,47

Forma C		Forma D	
Nº de ítems	34,00	Nº de ítems	34,00
Nº de sujetos	8168,00	Nº de sujetos	8152,00
Mínimo	0,00	Mínimo	0,00
Máximo	34,00	Máximo	34,00
Nº medio de aciertos	20,70	Nº medio de aciertos	23,46
Error típico de la media	0,06	Error típico de la media	0,06
Varianza	25,06	Varianza	33,34
Desv. típica	5,01	Desv. típica	5,77
Facilidad media	0,61	Facilidad media	0,69
Rbp media	0,35	Rbp media	0,42
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,77	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,84
Error típico de medida	2,41	Error típico de medida	2,29

Forma E		Forma F	
Nº de ítems	34,00	Nº de ítems	34,00
Nº de sujetos	7942,00	Nº de sujetos	7916,00
Mínimo	0,00	Mínimo	0,00
Máximo	32,00	Máximo	34,00
Nº medio de aciertos	17,99	Nº medio de aciertos	21,92
Error típico de la media	0,07	Error típico de la media	0,07
Varianza	33,44	Varianza	38,63
Desv. típica	5,78	Desv. típica	6,22
Facilidad media	0,53	Facilidad media	0,64
Rbp media	0,36	Rbp media	0,41
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,79	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,85
Error típico de medida	2,64	Error típico de medida	2,43

Forma G		Forma H	
Nº de ítems	34,00	Nº de ítems	34,00
Nº de sujetos	3722,00	Nº de sujetos	3719,00
Mínimo	1,00	Mínimo	0,00
Máximo	33,00	Máximo	33,00
Nº medio de aciertos	21,60	Nº medio de aciertos	22,12
Error típico de la media	0,09	Error típico de la media	0,10
Varianza	30,17	Varianza	37,95
Desv. típica	5,49	Desv. típica	6,16
Facilidad media	0,64	Facilidad media	0,65
Rbp media	0,37	Rbp media	0,42
Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,80	Fiabilidad (Alfa de Cronbach)	0,85
Error típico de medida	2,44	Error típico de medida	2,40

ANEXO 3: Operacionalización de las variables

Variable	Valores
Rendimiento en comprensión lectora	Indicador de la capacidad lectora de los alumnos con media 250 y desviación típica 50
Rendimiento en matemáticas	Indicador de la capacidad matemática de los alumnos con media 250 y desviación típica 50
Rendimiento diferencial en comprensión lectora	Puntuación diferencial de los alumnos respecto a la media poblacional en comprensión lectora en noviembre de 2005. Los valores positivos en esta variable indican un rendimiento inicial inferior a la media mientras que los valores positivos reflejan un rendimiento inicial superior.
Rendimiento diferencial en matemáticas	Puntuación diferencial de los alumnos respecto a la media poblacional en matemáticas en noviembre de 2005. Los valores positivos en esta variable indican un rendimiento inicial inferior a la media mientras que los valores positivos reflejan un rendimiento inicial superior.
Sexo	0 = Masculino 1 = Femenino
Condición de inmigrante: Primera Generación	0 = No 1 = Sí
Condición de inmigrante: Segunda Generación	0 = No 1 = Sí
Posesión de más de 100 libros en casa	0 = Menos de 100 libros 1 = Más de 100 libros
Conexión a internet	0 = No 1 = Sí
Nivel educativo del padre	0 = Sin estudios 1 = Primarios incompletos 2 = Primarios completos 3 = Formación profesional 4 = Bachillerato 5 = Titulado Universitario
Nivel educativo de la madre	0 = Sin estudios 1 = Primarios incompletos 2 = Primarios completos 3 = Formación profesional 4 = Bachillerato 5 = Titulado Universitario
Aspiraciones Educativos del alumno	0 = Terminar Educación Secundaria Obligatoria 1= Terminar Bachillerato 2 = Terminar Formación Profesional 3 = Terminar una carrera universitaria
Aspiraciones educativas del padre	0 = A mis padres no les preocupa 1 = Terminar Educación Secundaria Obligatoria 2 = Terminar Bachillerato 3 = Terminar Formación Profesional 4 = Terminar una carrera universitaria

Operacionalización de las variables asociadas a las características individuales y familiares de los alumnos.

Variable	Valores
Tiempo dedicado a leer	0 = Nada 1 = Hasta una hora 2 = Entre una y dos horas 3 = Entre dos y tres horas 4 = Más de tres horas
Tiempo dedicado a estudiar: Nada	0 = No 1 = Sí
Tiempo dedicado a estudiar: Hasta una hora	0 = No 1 = Sí
Tiempo dedicado a estudiar: Entre una y dos horas	0 = No 1 = Sí
Tiempo dedicado a estudiar: Entre dos y tres horas	0 = No 1 = Sí
Tiempo dedicado a estudiar: Más de tres horas	0 = No 1 = Sí
Tiempo dedicado a chatear	0 = Nada 1 = Hasta una hora 2 = Entre una y dos horas 3 = Entre dos y tres horas 4 = Más de tres horas

Operacionalización de las variables asociadas a las características individuales y familiares de los alumnos. (Continuación)

ANEXO 4: Estadísticos descriptivos

A) Variables de rendimiento medio

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Tip.
Noviembre 2005	2731	161,6539	739,5588	507,16706	88,134007
Junio 2006	2731	225,4344	739,9856	514,1017	90,064328
Noviembre 2006	2731	301,09972	689,58355	532,33256	59,860421
Junio 2007	2731	352,36639	696,54988	538,80977	57,555364
Rendimiento Diferencial	2731	-345,5132	232,3917	-4,438E-05	88,134007

Rendimiento en Matemáticas. Cohorte 1

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Tip.
Noviembre 2005	2739	196,5518	720,6783	508,17767	81,800335
Junio 2006	2739	203,9204	742,154	517,98236	81,060367
Noviembre 2006	2739	196,7988	751,1196	541,63084	83,166777
Junio 2007	2739	202,637	756,0637	559,05719	83,410483
Rendimiento Diferencial	2739	-311,6259	212,5006	-2,537E-05	81,800335

Rendimiento en Matemáticas. Cohorte 2

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Tip.
Noviembre 2005	2152	259,7908	768,2227	524,232	85,608645
Junio 2006	2152	303,1051	801,2638	545,53245	86,010887
Noviembre 2006	2152	382,09692	782,92893	577,72178	65,156658
Junio 2007	2152	379,71697	784,34797	578,27483	63,728478
Rendimiento Diferencial	2152	-264,4412	243,9907	-3,532E-06	85,608645

Rendimiento en Matemáticas. Cohorte 3

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Tip.
Noviembre 2005	2128	209,0952	767,328	558,18811	83,768157
Junio 2006	2128	219,0575	776,1045	555,5689	85,722783
Noviembre 2006	2128	225,025	773,9907	583,04188	91,504294
Junio 2007	2128	202,637	791,9986	604,58968	86,726394
Rendimiento Diferencial	2128	-349,0929	209,1399	5,78E-06	83,768157

Rendimiento en Comprensión Lectora. Cohorte 1

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Tip.
Noviembre 2005	1806	211,7186	776,6273	531,78538	85,751237
Junio 2006	1806	267,2694	808,2498	534,79529	85,359347
Noviembre 2006	1806	424,39516	798,05806	594,90524	61,447104
Junio 2007	1806	456,11224	807,18637	599,10976	57,773567
Rendimiento Diferencial	1806	-320,0668	244,8419	-2,237E-05	85,751237

Rendimiento en Comprensión Lectora. Cohorte 2

	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. Tip.
Noviembre 2005	1888	337,9004	793,7059	627,03604	80,159162
Junio 2006	1888	233,2559	798,4399	638,36886	79,988433
Noviembre 2006	1888	213,0561	824,0177	650,5276	72,575591
Junio 2007	1888	276,7136	802,9192	648,56259	85,953695
Rendimiento Diferencial	1888	-289,1356	166,6699	3,543E-05	80,159162

Rendimiento en Comprensión Lectora. Cohorte 3

B) Variables de rendimiento por centro

Matemáticas: Cohorte 1									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Desv. Tip.	Media	Desv. Tip.	Media	Desv. Tip.
1	27	458,367	93,036	457,718	79,652	495,888	46,594	488,267	47,125
2	25	527,603	99,328	555,304	84,860	553,894	54,517	561,090	48,112
3	6	462,116	31,272	510,945	44,787	513,113	22,576	516,869	39,239
4	21	503,798	105,468	497,667	101,814	534,106	67,459	552,242	67,040
5	18	502,245	66,806	476,017	64,908	503,520	29,458	517,699	39,395
6	15	420,793	73,955	385,700	89,316	457,972	47,520	463,427	44,887
7	23	530,377	75,327	547,263	80,239	544,686	55,285	539,366	44,608
8	30	456,512	85,296	464,456	100,276	506,722	65,840	529,388	60,377
9	38	520,778	80,383	482,084	84,705	522,608	58,415	528,392	51,655
10	25	435,103	89,226	438,608	92,427	498,616	58,790	494,024	57,713
11	14	508,137	98,519	494,656	82,653	500,859	72,561	530,773	50,408
12	16	513,306	105,646	470,569	86,111	550,156	66,386	556,314	53,401
13	29	553,644	94,674	546,884	80,650	568,284	56,428	571,944	49,503
14	35	541,634	66,495	550,508	71,560	564,631	43,998	578,729	44,340
15	19	546,703	90,948	556,637	95,190	582,248	72,516	575,903	60,156
16	25	442,182	86,067	416,154	96,921	477,185	47,261	460,434	47,501
17	35	506,590	88,709	517,537	77,102	538,114	59,830	520,993	56,537
18	33	504,923	70,228	524,360	92,484	548,223	62,287	539,761	56,399
19	11	531,608	82,723	493,425	106,085	540,287	55,801	519,845	41,435
20	15	501,492	109,861	472,971	83,274	486,355	64,080	491,399	52,684
21	23	555,686	89,709	537,841	90,732	549,652	57,825	556,167	51,686
22	15	563,078	49,655	590,534	58,223	576,079	45,161	561,929	41,067
23	19	474,506	64,819	527,743	73,072	522,897	50,064	533,814	45,547
24	10	357,468	65,771	389,577	34,714	462,902	53,487	446,173	47,883
25	33	490,784	74,607	460,081	75,507	505,898	54,175	503,518	49,287
26	31	445,497	89,456	486,746	95,305	507,884	59,641	505,377	57,505
27	29	466,351	75,320	491,964	81,752	505,542	54,498	530,176	57,189
28	32	522,956	95,028	557,019	102,358	546,737	52,684	559,479	57,940
29	27	508,943	80,707	499,175	74,659	513,275	57,176	524,739	54,263
30	15	475,921	54,478	476,581	43,392	518,017	42,919	517,131	34,262
31	39	512,769	93,188	528,435	87,365	531,465	64,628	543,886	62,400
32	29	513,694	60,336	559,569	83,929	546,827	59,511	543,295	58,224
33	31	478,880	95,589	528,187	92,959	523,108	45,999	525,866	47,855
34	11	470,396	98,323	500,221	86,627	518,419	56,626	519,857	54,390
35	24	445,330	90,165	456,628	94,590	511,195	54,292	520,293	59,781
36	33	449,597	71,618	448,658	74,613	497,238	43,244	488,624	38,516
37	41	511,872	75,001	502,190	72,659	536,857	59,571	546,600	51,094
38	52	500,404	90,332	535,366	101,095	528,893	65,332	542,591	66,133
39	22	457,467	76,077	455,715	76,330	499,400	48,295	496,530	47,164
40	32	459,467	91,361	470,920	111,031	519,869	64,700	515,044	56,305
41	17	482,790	85,186	476,656	88,182	518,272	64,339	516,564	50,429
42	36	514,286	109,457	501,308	93,629	518,110	69,732	519,820	56,723
43	30	526,637	81,065	544,603	80,517	566,828	60,706	555,942	65,711
44	42	499,847	70,787	516,221	80,533	522,216	55,177	529,500	58,726
45	30	452,951	81,242	435,776	70,970	488,648	50,169	486,580	54,508
46	33	463,961	81,871	488,397	85,180	499,467	65,560	534,833	57,476
47	18	527,733	72,398	555,832	77,046	565,609	50,003	558,957	57,119
48	5	501,307	92,148	472,302	109,780	521,451	58,125	525,564	71,573
49	40	480,113	71,648	511,419	72,238	529,379	58,703	538,202	40,043
50	29	517,562	72,997	534,776	73,613	551,605	64,223	534,684	56,222
51	23	468,092	112,376	484,913	87,241	516,672	71,282	536,309	67,756
52	40	527,537	84,944	534,517	86,596	541,831	54,096	564,206	45,249

Rendimiento de las escuelas en matemáticas: Cohorte 1

Matemáticas: Cohorte 1									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Desv. Tip.	Media	Desv. Tip.	Media	Desv. Tip.
3	49	545,764	76,682	533,141	84,649	554,260	47,345	559,696	47,511
54	22	549,172	62,979	602,786	70,222	576,422	36,113	579,309	43,323
55	12	474,961	100,648	551,035	87,296	528,709	56,529	553,723	66,035
56	32	477,029	79,439	495,589	77,290	526,178	54,852	533,028	53,287
57	43	517,741	62,478	535,545	73,706	541,980	45,032	548,482	37,293
58	49	544,187	66,578	553,304	73,334	582,559	55,866	594,383	45,126
59	50	508,545	91,159	531,174	79,001	529,177	52,040	543,210	55,702
60	18	472,296	81,404	478,507	88,546	514,000	56,901	499,622	54,847
61	47	524,076	95,871	562,831	90,023	556,860	47,772	568,406	51,240
62	37	518,069	102,289	496,422	88,148	536,051	62,309	546,806	63,016
63	22	512,618	53,932	509,882	66,127	528,224	39,499	523,186	54,215
64	9	540,104	86,440	486,307	96,348	519,893	57,242	534,758	62,599
65	39	552,472	75,812	510,895	77,739	519,913	58,404	529,705	56,056
66	24	512,754	72,408	494,513	61,381	524,023	54,822	535,040	54,895
67	72	550,312	77,123	542,681	79,634	548,475	58,152	545,058	54,813
68	22	543,613	75,187	496,001	67,771	525,653	51,100	541,329	41,898
69	48	508,823	90,037	540,188	92,083	525,083	66,058	540,926	59,285
70	14	503,211	78,393	508,718	99,660	508,524	90,519	536,386	66,939
71	27	486,222	109,470	497,217	107,421	525,162	71,664	517,255	61,400
72	19	490,590	99,454	513,702	106,319	531,478	59,227	526,906	44,998
73	40	491,030	105,011	489,616	88,373	511,894	56,026	510,137	53,677
74	42	487,001	91,034	490,749	79,680	519,644	44,010	526,403	48,384
75	42	528,271	56,176	463,878	62,931	519,752	47,991	532,921	35,998
76	19	566,708	62,231	547,049	68,736	568,698	46,401	550,779	47,984
77	44	547,494	72,166	553,983	69,034	562,037	45,327	570,871	37,836
78	20	506,533	58,247	531,692	78,566	533,981	40,956	556,331	35,694
79	20	554,768	86,719	555,396	78,637	549,869	61,643	556,958	48,485
80	51	534,975	84,118	564,021	84,561	566,758	57,531	572,411	46,553
81	39	486,348	106,205	553,057	107,882	545,191	78,808	546,280	55,959
82	43	547,854	85,332	526,645	84,949	522,951	50,168	537,135	45,604
83	65	476,533	64,139	526,518	74,076	535,163	42,841	566,779	51,392
84	24	545,113	61,738	499,150	78,095	548,197	36,560	546,686	40,544
85	51	520,501	78,926	495,821	69,635	531,061	52,957	541,995	49,101
86	45	531,184	82,813	555,471	94,537	558,337	59,587	574,648	59,653
87	34	546,219	85,193	536,202	69,528	539,929	54,419	540,043	51,348
88	11	531,547	112,508	531,592	80,629	539,269	56,013	550,424	47,376
89	32	513,475	66,609	521,634	75,040	551,673	50,452	577,428	58,653
90	44	473,343	88,902	463,735	85,542	504,244	57,431	503,582	52,063
91	48	512,836	75,931	556,504	83,188	537,719	61,294	549,553	52,246
92	11	555,349	82,658	553,121	55,337	557,678	40,460	569,493	26,928

Rendimiento de las escuelas en matemáticas: Cohorte 1

Comprensión Lectora: Cohorte 1									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Escuela	Alumnos	Media	Desv. Tip.	Media
1	27	412,593	104,230	477,546	63,643	467,287	101,227	503,501	76,355
2	25	528,105	88,559	519,886	70,120	558,955	68,455	583,249	55,899
3	6	518,551	90,672	477,479	50,016	566,339	67,514	557,598	77,370
4	20	495,774	118,455	521,601	92,896	549,976	120,057	546,164	96,694
5	18	546,901	61,516	552,024	66,001	600,328	63,635	593,500	54,640
6	15	422,883	86,616	455,681	104,754	445,223	124,687	507,139	98,920
7	24	501,149	54,071	504,150	67,839	537,490	46,978	565,429	70,526
8	28	487,509	76,050	492,392	83,495	525,629	83,382	555,410	75,696
9	37	514,744	75,661	521,801	72,930	532,485	77,124	527,190	91,790
10	27	470,046	84,100	459,413	97,943	486,434	83,767	498,173	103,692
11	13	523,927	49,329	514,818	46,559	412,853	146,145	551,923	69,268
12	16	527,053	72,173	539,246	75,150	533,808	87,420	573,638	81,185
13	29	539,806	71,014	547,253	75,170	570,663	70,412	581,488	62,490
14	16	527,633	54,043	545,866	60,074	567,127	52,170	578,586	61,100
15	20	548,514	70,050	552,115	85,568	584,666	48,502	581,992	113,682
16	23	443,784	88,600	450,970	106,243	502,089	85,344	510,860	92,620
17	35	521,813	77,963	527,062	73,500	536,462	76,926	544,397	60,170
18	33	531,408	66,323	523,113	71,293	557,218	68,492	579,263	65,277
19	11	509,036	61,752	504,812	76,335	525,361	94,184	558,558	54,451
20	15	482,424	75,889	487,172	91,494	507,971	99,624	560,096	82,476
21	23	560,224	59,579	556,663	78,166	575,610	85,905	605,896	75,489
22	16	513,920	74,459	520,227	81,117	555,347	68,692	569,293	60,729
23	19	482,992	83,236	529,487	65,669	546,313	72,306	560,276	66,780
24	10	373,053	51,496	421,134	49,658	428,728	73,970	457,942	110,572
25	34	517,101	56,449	500,745	80,231	514,579	93,506	549,296	81,387
26	32	496,129	66,113	506,114	82,564	514,363	91,476	516,659	83,403
27	30	514,037	65,009	525,677	65,623	539,295	92,538	568,268	67,337
28	32	517,009	61,854	538,800	73,053	555,939	60,156	585,883	67,931
29	27	493,957	79,391	508,615	73,545	421,317	144,887	547,625	78,722
30	14	479,107	56,009	468,578	85,677	504,851	41,904	509,778	57,266
31	39	525,157	65,606	528,662	70,836	561,647	61,074	559,834	82,702
32	31	515,148	88,975	531,828	85,647	540,584	95,648	556,808	84,989
33	29	501,866	80,438	513,009	77,568	539,764	62,181	562,209	70,962
34	11	504,071	72,022	500,487	77,327	551,603	72,941	551,135	63,663
35	25	454,632	87,062	459,037	100,418	503,408	84,953	540,917	87,646
36	33	493,076	61,602	491,771	70,607	517,997	71,768	521,943	87,224
37	41	492,243	62,024	492,881	76,278	526,464	70,156	528,931	74,501
38	51	517,939	76,040	500,840	87,866	547,457	89,535	567,718	85,207
39	23	432,766	94,133	472,669	93,391	493,116	90,996	487,557	107,494
40	32	489,516	75,281	499,901	82,381	530,049	77,715	532,708	116,272
41	17	473,324	80,165	491,603	60,772	523,137	73,514	526,316	87,441
42	35	519,722	91,753	533,787	67,804	543,837	81,444	496,968	143,625
43	30	537,937	67,283	519,958	66,510	553,651	63,254	568,020	62,845
44	41	511,589	82,506	521,188	85,847	541,666	68,767	549,471	73,831
45	31	483,222	93,766	502,491	90,737	532,808	107,490	536,130	103,326
46	34	509,855	93,236	507,351	88,442	538,257	83,832	555,542	82,677
47	18	517,319	93,413	551,680	67,112	556,266	80,423	549,120	93,048
48	7	510,656	47,068	495,244	85,162	496,529	84,179	555,844	71,026
49	40	509,879	69,468	522,844	63,575	559,397	53,264	554,174	59,938
50	30	529,451	71,554	547,279	65,654	540,032	88,189	554,870	106,028
51	50	521,532	86,396	524,359	87,152	550,292	90,499	545,240	93,532
52	40	527,257	70,228	542,143	75,410	568,338	63,018	600,423	54,458
53	48	524,960	66,672	533,376	89,341	547,526	80,052	560,672	78,256
54	22	533,820	66,804	536,884	62,421	555,618	59,043	572,164	56,465

Rendimiento de las escuelas en comprensión lectora: Cohorte 1

Comprensión Lectora: Cohorte 1									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Escuela	Alumnos	Media	Desv. Tip.	Media
55	11	361,724	115,931	549,334	59,258	580,916	35,539	586,734	37,359
56	32	499,050	87,378	502,983	78,225	523,799	73,145	566,650	95,346
57	42	525,598	65,577	545,733	59,066	567,461	62,202	592,023	58,590
58	49	549,022	56,643	559,974	71,731	583,142	70,562	613,640	60,429
59	50	517,555	75,126	564,283	69,623	582,507	69,120	594,781	58,728
60	18	483,175	49,627	476,482	56,070	528,314	76,152	512,791	95,677
61	44	512,540	65,729	534,891	66,716	544,669	65,280	577,819	68,829
62	37	491,256	81,708	507,165	93,470	537,251	100,586	567,020	65,389
63	24	499,418	84,951	503,430	69,378	542,438	80,509	547,188	96,290
64	9	509,686	92,226	487,617	139,225	542,596	87,325	575,351	81,893
65	40	531,921	60,533	530,841	72,984	538,340	101,012	559,583	80,968
66	25	539,817	74,389	551,228	63,681	569,438	86,978	576,173	78,098
67	72	498,411	85,878	521,322	78,016	546,733	70,122	571,909	77,110
68	22	496,193	84,366	486,733	63,301	516,970	89,573	577,263	64,904
69	48	515,035	73,460	526,450	74,151	537,874	96,014	554,117	96,948
70	14	282,326	50,400	509,554	85,163	538,125	79,556	551,910	61,297
71	27	489,204	80,020	490,070	78,853	542,198	71,070	501,525	104,131
72	19	469,619	73,281	478,703	82,828	515,525	56,440	505,506	72,413
73	40	476,363	83,163	494,911	61,774	540,264	72,688	554,686	68,685
74	43	501,418	79,310	497,078	79,213	533,311	74,640	557,956	64,819
75	42	523,406	78,348	518,080	71,528	539,422	75,564	555,045	66,972
76	19	536,639	71,755	530,731	74,390	560,897	70,505	579,825	81,736
77	43	526,292	79,114	517,670	73,233	554,523	74,157	570,012	78,307
78	19	486,409	74,306	503,629	98,480	539,660	64,505	571,743	70,893
79	19	523,919	63,882	550,133	66,542	559,480	47,818	562,136	93,390
80	51	489,506	99,057	525,780	87,436	547,346	80,914	555,103	83,203
81	41	524,304	95,024	546,962	96,800	572,740	80,419	591,720	74,693
82	43	541,516	73,272	486,382	116,929	538,403	88,617	580,582	78,755
83	61	509,964	80,497	532,323	61,906	560,712	55,820	595,914	62,977
84	24	514,298	56,350	539,762	72,902	566,992	51,267	590,488	67,306
85	51	525,490	75,839	520,005	82,671	558,532	66,070	565,569	82,227
86	44	531,261	74,798	524,335	91,823	547,312	96,639	561,111	97,187
87	34	536,229	75,032	538,388	68,840	568,161	73,160	568,585	93,699
88	10	529,442	41,058	513,994	89,322	542,359	42,067	546,599	105,407
89	32	519,302	64,474	513,443	87,452	545,659	65,466	562,013	84,943
90	44	500,201	88,094	499,519	82,744	504,863	104,393	552,666	82,068
91	51	525,574	65,682	537,381	66,023	553,821	68,513	565,248	76,846
92	12	568,110	54,941	574,697	87,850	620,798	65,536	612,933	37,608

Rendimiento de las escuelas en comprensión lectora: Cohorte 1

Matemáticas: Cohorte 2									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Escuela	Alumnos	Media	Desv. Tip.	Media
1	32	466,573	90,700	494,418	76,342	514,809	67,572	533,479	61,371
2	22	475,657	72,488	471,301	54,370	541,559	44,065	542,154	42,676
3	20	518,064	98,198	546,766	74,627	578,046	66,866	569,248	53,273
4	42	529,601	70,018	553,836	64,888	583,243	54,529	585,294	55,322
5	22	501,739	83,162	521,485	88,492	561,438	55,096	536,840	51,266
6	67	520,235	81,899	515,371	92,584	583,636	66,032	568,132	63,448
7	38	528,010	68,064	558,879	80,035	586,754	58,685	590,317	49,902
8	10	471,860	49,380	534,155	38,887	560,725	49,898	568,263	42,912
9	34	475,709	82,123	464,249	79,604	516,937	63,669	508,467	69,530
10	59	504,480	76,698	535,845	69,125	567,841	62,099	554,287	59,558
11	90	544,024	85,557	561,511	83,074	580,652	65,135	569,204	71,747
12	50	509,446	78,794	522,569	76,056	555,246	47,312	559,863	56,273
13	30	482,786	76,591	485,510	65,695	565,679	56,088	554,362	42,176
14	45	518,311	79,753	540,656	80,144	576,484	68,404	588,381	43,885
15	52	540,422	68,627	574,135	73,992	600,206	55,103	602,899	52,626
16	40	483,409	80,500	515,681	81,490	541,566	69,795	542,068	64,975
17	16	503,086	55,603	513,708	73,965	545,330	43,248	558,390	38,435
18	35	529,604	71,277	549,847	83,894	583,451	62,987	585,259	47,805
19	36	453,631	75,486	472,886	65,073	520,980	70,159	528,230	58,916
20	42	508,082	87,167	513,526	68,275	558,695	61,932	553,631	52,167
21	20	536,328	84,291	543,092	90,649	582,027	65,714	574,997	71,306
22	31	509,436	78,983	521,373	83,706	568,732	53,633	568,960	63,809
23	40	444,994	67,260	478,511	71,530	516,016	56,324	546,746	60,126
24	38	507,559	70,586	539,134	75,196	573,613	60,697	550,272	57,452
25	8	513,536	66,183	492,971	76,355	530,588	62,925	544,426	48,853
26	15	559,359	97,170	609,459	110,545	614,480	79,797	625,460	56,899
27	40	520,617	82,384	553,460	78,015	586,405	54,966	581,047	51,889
28	36	446,516	68,319	488,906	71,297	547,723	46,469	552,439	49,543
29	13	470,413	40,835	505,468	62,078	557,525	34,827	557,803	57,429
30	12	564,781	107,116	582,569	65,594	591,449	58,580	636,553	68,294
31	18	548,702	70,140	591,777	92,915	599,785	51,201	595,786	63,437
32	18	501,450	71,602	527,748	93,762	571,332	69,149	590,588	64,870
33	34	504,987	79,376	504,119	72,713	564,105	60,998	545,924	54,289
34	52	519,375	88,276	535,261	89,034	575,519	62,925	590,771	64,740
35	21	530,110	72,489	584,386	70,151	608,023	55,445	608,245	55,501
36	9	500,174	102,599	513,022	97,065	575,327	72,506	547,480	71,892
37	79	567,510	85,770	605,998	68,859	619,322	60,643	625,945	48,483
38	12	480,802	70,117	553,514	50,804	578,979	62,991	590,434	37,865
39	77	494,152	82,858	521,601	98,267	544,441	69,423	544,870	65,626
40	26	528,307	68,442	520,268	76,880	561,833	59,458	554,645	49,236
41	40	588,775	86,212	594,650	82,111	621,587	54,436	614,759	49,273
42	75	579,219	71,063	617,201	54,198	614,433	52,220	621,258	60,549
43	48	540,837	74,485	554,378	84,370	566,298	62,027	573,434	66,031
44	31	526,176	110,883	602,893	78,607	609,580	54,643	609,210	68,693
45	40	563,068	63,164	566,487	65,185	594,608	44,446	592,301	40,267
46	41	535,874	74,436	530,825	70,110	568,799	46,748	576,520	48,793
47	20	529,281	86,317	520,744	87,086	580,446	71,138	571,699	65,862
48	24	610,243	52,711	627,343	61,092	635,020	65,581	620,632	50,859
49	16	495,801	61,633	521,737	70,912	579,443	48,219	578,101	48,128
50	35	513,710	80,071	520,748	85,545	560,803	55,432	565,528	44,046
51	45	541,704	84,974	561,216	75,521	598,311	61,345	593,960	62,837
52	31	492,495	57,288	489,796	60,712	548,560	45,166	553,229	44,887
53	44	550,155	93,359	561,833	67,604	594,492	50,098	607,000	53,827
54	50	558,539	70,442	628,669	77,167	630,771	57,736	627,172	59,781
55	32	531,038	100,611	535,135	105,101	576,118	77,094	576,541	81,656
56	38	611,319	78,167	607,182	71,416	629,930	52,787	620,719	52,712
57	43	520,117	72,358	589,346	67,212	593,161	50,238	605,835	54,573
58	6	529,011	83,652	573,764	82,419	609,492	80,598	584,170	74,708
59	73	542,627	81,570	547,244	69,018	583,217	57,005	588,363	53,553
60	20	500,707	101,259	507,160	97,380	552,317	77,231	546,893	81,578
61	19	554,193	58,943	565,860	54,062	595,377	54,771	621,361	41,096

Rendimiento de las escuelas en matemáticas: Cohorte 2

Comprensión Lectora: Cohorte 2									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Escuela	Alumnos	Media	Desv. Tip.	Media
1	31	510,471	95,818	502,434	88,918	525,330	93,826	562,406	99,953
2	21	548,332	76,840	553,900	65,845	575,032	53,233	591,501	74,005
3	20	542,013	75,199	572,260	64,509	585,318	78,837	618,464	64,290
4	25	548,228	93,356	569,605	80,653	577,643	92,098	584,165	95,533
5	23	520,832	67,924	535,108	89,038	560,861	84,121	557,282	103,812
6	68	564,302	84,837	523,468	101,143	587,485	80,751	592,240	86,010
7	40	592,586	66,622	570,362	76,724	613,752	54,863	612,057	85,063
8	11	547,403	55,677	562,874	70,927	570,750	60,597	601,566	70,346
9	37	531,952	89,243	511,673	102,684	492,638	115,254	520,127	111,749
10	59	510,667	108,669	550,899	79,131	569,069	97,635	600,695	65,230
11	96	559,721	73,800	573,904	74,228	580,731	92,519	604,446	77,779
12	50	553,867	72,904	534,009	84,239	573,431	81,192	585,388	98,559
13	35	517,885	80,875	508,294	94,639	574,246	58,801	574,949	54,583
14	30	551,308	83,499	547,551	88,612	539,564	113,687	596,006	82,499
15	41	556,570	74,685	564,446	73,372	604,988	69,176	634,081	59,872
16	45	537,834	89,489	537,815	97,650	474,910	114,864	579,896	102,576
17	6	547,998	68,033	501,186	122,391	574,938	51,419	596,580	85,376
18	35	555,412	67,318	553,697	69,296	585,210	92,120	606,152	66,373
19	41	511,768	96,370	470,652	100,509	500,837	122,258	552,570	94,343
20	40	543,442	76,288	528,860	77,177	553,158	87,491	579,606	100,831
21	25	574,345	80,903	542,710	104,814	575,369	86,793	605,002	72,039
22	29	564,497	79,937	523,429	91,402	554,926	111,366	589,847	84,248
23	41	477,085	83,527	497,128	77,027	479,704	106,503	570,753	77,138
24	38	552,671	66,313	551,399	74,019	563,177	88,177	582,385	88,101
25	8	472,755	82,541	462,359	84,674	539,625	98,955	532,073	93,250
26	16	574,792	53,581	603,974	60,136	646,648	65,924	632,183	75,538
27	38	579,499	75,495	583,660	86,271	627,660	55,636	634,161	66,058
28	35	528,964	85,260	558,054	82,959	571,915	74,773	578,475	106,925
29	18	525,549	56,629	542,267	70,148	574,880	60,627	579,253	102,476
30	10	591,703	46,725	594,750	72,578	626,447	67,072	646,450	65,850
31	19	596,786	58,132	584,120	90,312	617,131	66,453	603,903	124,769
32	19	558,871	88,415	517,097	107,114	603,825	85,880	590,465	115,929
33	1	626,891	.	622,038	.	735,900	.	686,521	.
34	33	537,381	66,748	502,379	89,844	545,340	97,232	533,712	90,988
35	50	533,854	81,015	556,706	73,257	586,614	72,401	606,357	75,152
36	20	557,782	87,670	594,186	78,211	611,198	85,074	621,039	81,396
37	8	593,528	76,181	542,827	106,560	533,717	155,290	585,310	101,587
38	80	597,017	63,025	582,126	80,289	617,212	80,866	626,086	84,221
39	19	530,376	62,604	524,683	80,028	542,231	74,430	590,213	72,127
40	74	570,341	73,888	555,618	73,110	568,138	87,630	591,603	109,905
41	31	553,648	71,645	555,948	74,674	600,125	61,989	596,149	49,693
42	39	590,430	61,068	562,883	74,456	614,214	83,693	633,367	62,552
43	74	600,335	70,184	601,112	66,989	606,607	83,760	646,360	52,380
44	45	560,962	81,141	566,037	65,506	567,665	94,761	611,848	81,951
45	30	504,608	130,797	578,324	88,328	623,041	57,065	654,088	56,274
46	41	557,907	78,671	564,802	64,131	591,442	60,816	621,137	66,604
47	42	580,237	64,780	564,583	72,506	603,101	81,200	612,586	72,378
48	20	523,597	108,064	532,797	89,530	561,660	94,592	578,867	96,952
49	23	606,353	55,095	581,865	53,790	616,914	53,477	663,716	50,301
50	16	512,256	95,875	550,049	78,792	553,071	90,345	610,040	67,270
51	37	549,421	76,427	527,950	77,131	569,876	77,906	610,140	64,762
52	44	571,915	74,903	566,998	90,002	608,966	90,774	601,045	88,524
53	14	560,543	67,066	556,824	78,572	596,637	41,221	616,223	56,866
54	45	594,993	53,427	579,856	68,251	620,823	63,817	630,081	69,259
55	48	620,935	65,342	619,931	76,423	654,420	58,530	654,479	68,057
56	32	480,939	143,592	563,831	96,234	606,672	85,027	579,468	123,528
57	36	617,926	46,897	591,925	69,414	632,904	69,040	667,499	58,573
58	45	602,861	69,457	613,088	71,840	651,806	67,454	656,184	52,583
59	5	556,633	47,143	537,610	54,390	602,993	23,626	634,575	58,411
60	69	580,974	70,504	552,028	92,276	610,495	74,981	618,619	81,335
61	19	559,488	70,329	540,216	83,452	549,903	102,596	560,330	109,369
62	38	560,799	59,452	573,824	65,212	601,350	67,022	631,169	82,312

Rendimiento de las escuelas en comprensión lectora: Cohorte 2

Matemáticas: Cohorte 3									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Escuela	Alumnos	Media	Desv. Tip.	Media
1	6	402,053	62,490	396,830	56,275	529,502	40,490	517,607	20,352
2	6	457,228	40,368	505,684	66,568	584,135	34,415	590,041	53,175
3	15	478,409	75,799	462,886	93,282	519,551	60,526	541,781	46,055
4	59	512,222	77,115	512,224	76,988	576,034	52,645	583,505	45,291
5	27	503,656	73,820	493,406	74,851	571,637	49,734	577,187	55,084
6	51	523,402	88,771	516,655	87,497	576,437	65,142	595,048	84,207
7	37	590,314	83,026	558,930	88,546	608,389	59,016	639,045	70,595
8	3	586,364	155,400	493,448	46,733	538,751	43,756	576,557	83,566
9	18	474,252	64,168	445,074	59,791	544,608	46,442	554,653	42,545
10	39	500,324	72,870	526,063	60,369	574,777	47,999	589,331	38,295
11	66	579,386	74,058	574,639	73,405	613,968	45,322	618,595	46,117
12	51	516,682	58,664	508,591	70,241	580,073	43,817	584,239	46,533
13	42	508,750	67,026	471,936	67,875	564,679	36,777	563,840	51,740
14	32	535,842	73,830	519,254	81,480	568,856	66,261	593,293	49,789
15	28	511,811	60,949	494,580	82,278	553,788	62,175	577,726	51,537
16	8	506,719	44,420	508,998	71,120	573,177	46,705	597,383	63,710
17	26	501,069	82,575	519,548	81,978	573,667	63,444	589,904	69,181
18	55	528,196	80,740	497,702	70,805	577,167	49,102	595,408	47,298
19	40	507,747	76,566	467,723	68,586	528,203	45,251	542,842	47,967
20	17	539,347	85,024	560,092	82,374	618,933	69,050	600,586	60,093
21	31	509,831	55,381	504,970	68,223	576,892	43,959	576,306	47,231
22	50	501,696	70,503	490,835	60,759	568,312	51,011	572,153	50,671
23	15	514,232	68,442	477,281	85,901	580,578	40,780	613,463	53,297
24	18	501,440	89,601	486,191	91,863	573,211	49,652	567,586	48,972
25	18	564,202	96,969	599,231	109,261	658,403	52,554	652,433	47,137
26	33	577,755	79,084	558,174	98,204	628,469	66,384	615,060	55,618
27	22	484,055	90,184	491,477	79,182	555,235	63,226	564,044	52,084
28	18	510,086	75,074	510,169	60,665	577,834	54,476	574,619	41,517
29	21	541,436	86,763	543,649	72,164	578,007	45,556	582,038	38,770
30	11	592,846	57,319	579,849	54,088	605,486	44,489	567,670	76,391
31	11	576,793	78,046	518,311	96,390	616,050	57,758	608,197	47,948
32	22	558,135	83,498	572,864	85,299	635,097	50,872	593,700	62,042
33	36	530,878	78,874	493,286	69,740	573,622	42,009	563,321	31,143
34	24	508,509	57,254	503,912	72,042	587,160	45,439	585,414	56,831
35	41	532,723	74,991	573,598	65,855	589,848	42,703	587,899	36,116
36	6	456,935	118,546	488,204	88,752	549,495	40,026	549,972	36,432
37	69	567,051	74,020	584,999	80,918	633,196	54,945	635,260	48,530
38	41	526,483	64,774	534,507	78,048	573,115	61,538	596,139	46,018
39	9	517,666	82,581	468,110	58,719	561,491	35,506	592,760	36,273
40	27	548,545	78,972	540,156	81,840	613,572	57,815	609,668	50,424
41	66	562,128	65,459	605,312	61,869	644,495	48,705	644,851	45,051
42	44	591,570	71,661	578,180	65,270	622,357	62,036	632,308	51,711
43	33	503,194	61,138	546,583	77,122	584,210	54,039	594,397	52,005
44	27	490,113	96,626	492,275	90,331	577,158	68,811	579,561	52,698
45	17	471,729	49,576	474,176	74,589	569,970	49,910	569,876	40,326
46	58	554,414	79,721	580,315	73,280	622,350	56,470	619,269	52,910
47	28	513,598	87,242	539,525	61,763	590,659	43,800	590,246	41,682
48	36	505,006	75,309	498,658	64,998	551,690	49,628	584,455	61,312
49	54	555,364	86,687	558,029	90,313	600,826	60,504	595,557	60,008
50	4	521,251	60,844	362,067	73,124	597,234	51,073	599,520	20,767
51	44	609,079	64,779	622,752	71,851	660,339	57,328	647,491	49,232
52	21	527,943	65,672	520,764	60,794	597,563	56,420	582,600	54,555
53	18	249,919	24,313	599,372	79,331	641,953	58,207	645,724	65,221
54	48	546,287	69,986	578,115	72,687	642,823	62,740	645,665	51,550
55	27	566,406	76,902	557,714	70,382	615,768	69,556	627,915	47,996
56	65	548,842	81,434	539,610	63,114	611,793	46,656	603,924	43,511
57	37	520,050	85,223	525,598	74,733	594,820	45,892	586,202	47,340
58	5	513,252	76,898	455,323	58,401	563,229	27,647	537,349	37,114
59	25	576,958	59,380	598,899	53,132	647,587	54,177	650,332	41,766

Rendimiento de las escuelas en matemáticas: Cohorte 3

Comprensión Lectora: Cohorte 3									
Escuela	Alumnos	Noviembre 2005		Junio 2006		Noviembre 2006		Junio 2007	
		Media	Desv. Tip.	Media	Escuela	Alumnos	Media	Desv. Tip.	Media
1	6	484,256	67,892	612,075	59,663	530,047	112,122	581,272	95,813
2	7	602,621	35,355	614,365	53,078	638,088	46,658	604,800	53,250
3	18	579,824	47,809	589,202	81,583	591,817	75,926	590,445	61,714
4	69	613,933	87,714	619,440	97,208	648,532	73,494	612,292	114,734
5	29	602,225	82,441	620,934	73,776	640,545	93,986	577,095	157,618
6	50	622,515	92,526	652,421	80,774	636,339	81,192	634,592	121,418
7	37	645,288	67,369	662,296	72,432	661,505	61,599	642,272	106,227
8	3	457,832	131,565	597,101	4,796	596,082	21,516	617,053	41,516
9	19	570,764	98,373	601,634	83,758	627,926	71,028	627,551	73,060
10	44	576,102	98,628	626,250	65,921	639,992	53,920	647,826	51,811
11	56	659,775	62,027	680,878	52,943	692,877	45,566	669,323	69,347
12	54	626,248	64,542	641,682	77,345	641,531	65,828	646,891	73,183
13	43	607,280	56,284	565,802	98,958	628,598	65,503	606,069	96,025
14	34	594,661	91,132	594,851	104,388	657,976	63,131	657,061	86,760
15	36	604,879	83,365	616,619	87,166	619,983	79,899	619,331	105,239
16	7	610,953	90,913	615,065	90,853	642,899	61,518	662,289	40,037
17	27	617,196	57,008	623,864	75,627	651,229	61,324	656,517	72,270
18	57	622,571	66,823	631,822	77,275	645,937	81,986	661,441	64,469
19	44	614,830	75,806	620,617	57,337	619,283	71,980	522,135	128,711
20	17	612,588	73,557	649,433	58,948	607,248	86,423	625,720	85,504
21	31	623,948	86,763	648,263	70,260	629,310	61,460	660,007	54,212
22	52	626,976	66,848	620,311	68,134	628,481	71,313	609,672	90,156
23	16	620,732	93,752	575,374	108,289	667,345	72,419	656,469	56,917
24	19	601,515	88,981	638,413	54,399	664,456	51,645	664,226	54,193
25	18	632,345	80,613	662,138	44,859	665,947	49,164	671,926	48,476
26	34	650,828	80,572	663,618	65,200	673,327	74,656	675,409	76,291
27	24	584,361	69,766	579,906	86,053	593,369	102,541	611,538	79,257
28	19	626,273	65,430	659,645	41,704	653,265	69,536	654,931	63,556
29	22	651,829	54,814	664,487	47,723	658,005	58,795	673,515	50,227
30	11	646,678	91,940	675,127	86,698	652,250	84,977	556,471	153,748
31	11	673,919	33,107	633,472	59,419	688,013	41,639	687,481	41,603
32	22	661,706	51,819	650,502	92,827	665,026	84,935	653,445	90,990
33	35	620,074	79,442	594,691	87,904	616,494	71,630	620,247	76,703
34	32	626,413	68,534	637,707	80,476	648,267	56,820	666,990	58,236
35	42	561,786	130,017	648,494	71,391	649,775	58,469	655,504	66,670
36	5	528,969	110,594	623,663	81,381	603,039	81,594	552,612	80,830
37	70	647,341	75,244	660,010	68,563	683,059	56,690	691,955	58,121
38	41	639,545	60,758	625,365	106,301	643,974	104,937	662,956	68,190
39	9	657,869	48,937	683,175	60,309	672,642	51,323	702,693	43,414
40	28	645,504	56,099	606,143	97,227	681,065	41,904	684,441	42,270
41	67	653,209	61,039	672,721	56,118	666,658	60,148	686,239	55,969
42	44	665,025	54,077	661,903	65,332	658,657	60,754	672,044	52,783
43	35	625,921	73,159	642,746	73,909	650,003	59,983	663,502	58,894
44	27	608,465	91,434	619,231	69,696	603,906	94,384	621,935	98,356
45	17	602,955	51,781	623,881	46,662	651,644	57,379	647,689	59,592
46	62	658,861	59,436	663,766	64,341	669,699	67,296	681,598	53,039
47	29	629,378	77,140	641,038	54,468	665,851	58,698	656,316	65,537
48	35	593,518	90,522	627,933	55,399	641,895	78,179	652,026	73,243
49	56	636,876	65,747	637,800	71,908	643,171	69,838	639,165	78,759
50	26	620,725	74,040	586,657	71,598	639,083	71,564	608,335	87,183
51	44	690,505	39,883	695,589	48,208	691,321	53,309	683,975	62,135
52	25	659,239	67,641	638,404	85,929	642,537	86,786	665,503	93,523
53	18	523,367	144,105	668,033	53,580	660,732	38,543	666,945	87,533
54	48	675,400	58,881	687,636	60,294	693,302	60,810	694,071	59,469
55	27	646,269	66,828	680,243	71,605	656,787	69,838	679,024	63,304
56	64	624,590	70,598	615,356	106,094	642,621	86,858	648,712	80,451
57	36	623,002	80,388	612,628	85,299	646,773	64,718	632,912	84,254
58	5	568,802	39,526	579,902	95,435	580,120	73,928	631,084	62,686
59	25	670,114	50,256	698,991	45,676	700,415	36,792	706,283	29,463

Rendimiento de las escuelas en comprensión lectora: Cohorte 3

C) Características individuales y familiares

1. Matemáticas: Cohorte 1

	N Inicial	N Perdidos	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo
Sexo	2731	0	1	1	0	1
Inmigrante de primera generación	2725	6	0	0	0	1
Inmigrante de segunda generación	2725	6	0	0	0	1
Poseer más de 100 libros en casa	2624	107	1	1	0	1
Poseer Internet	2559	172	1	1	0	1
Nivel educativo del padre	2201	530	4	5	0	5
Nivel educativo de la madre	2236	495	4	5	0	5
Aspiraciones educativas (Alumno)	2619	112	3	3	0	3
Aspiraciones educativas (Padres)	2632	99	4	4	0	4
Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)	2613	118	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	2613	118	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	2613	118	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	2613	118	0	0	0	1
Tiempo dedicado a leer	2622	109	1	1	0	4
Tiempo dedicado a chatear	2633	98	0	0	0	4

Sexo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Hombre	1309	47,9	47,9	47,9
	Mujer	1422	52,1	52,1	100,0
	Total	2731	100,0	100,0	

Inmigrante de primera generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2477	90,7	90,9	90,9
	Sí	248	9,1	9,1	100,0
	Total	2725	99,8	100,0	
Perdidos	Sistema	6	,2		
Total		2731	100,0		

Inmigrante de segunda generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2484	91,0	91,2	91,2
	Sí	241	8,8	8,8	100,0
	Total	2725	99,8	100,0	
Perdidos	Sistema	6	,2		
Total		2731	100,0		

Poseer más de 100 libros en casa

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Menos de 100	706	25,9	26,9	26,9
	Más de 100	1918	70,2	73,1	100,0
	Total	2624	96,1	100,0	
Perdidos	Sistema	107	3,9		
Total		2731	100,0		

Poseer Internet

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	999	36,6	39,0	39,0
	Sí	1560	57,1	61,0	100,0
	Total	2559	93,7	100,0	
Perdidos	Sistema	172	6,3		
Total		2731	100,0		

Nivel educativo del padre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	80	2,9	3,6	3,6
	Primarios incompletos	79	2,9	3,6	7,2
	Primarios completos	351	12,9	15,9	23,2
	Formación Profesional	395	14,5	17,9	41,1
	Bachillerato	314	11,5	14,3	55,4
	Titulado Universitario	982	36,0	44,6	100,0
	Total	2201	80,6	100,0	
Perdidos	Sistema	530	19,4		
Total		2731	100,0		

Nivel educativo de la madre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	107	3,9	4,8	4,8
	Primarios incompletos	76	2,8	3,4	8,2
	Primarios completos	406	14,9	18,2	26,3
	Formación Profesional	287	10,5	12,8	39,2
	Bachillerato	365	13,4	16,3	55,5
	Titulado Universitario	995	36,4	44,5	100,0
	Total	2236	81,9	100,0	
Perdidos	Sistema	495	18,1		
Total		2731	100,0		

Aspiraciones educativas (Alumno)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	104	3,8	4,0	4,0
	Terminar Bachillerato	172	6,3	6,6	10,5
	Terminar Formación Profesional	213	7,8	8,1	18,7
	Terminar una carrera universitaria	2130	78,0	81,3	100,0
	Total	2619	95,9	100,0	
Perdidos	Sistema	112	4,1		
Total		2731	100,0		

Aspiraciones educativas (Padres)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	47	1,7	1,8	1,8
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	109	4,0	4,1	5,9
	Terminar Bachillerato	174	6,4	6,6	12,5
	Terminar Formación Profesional	185	6,8	7,0	19,6
	Terminar una carrera universitaria	2117	77,5	80,4	100,0
	Total	2632	96,4	100,0	
Perdidos	Sistema	99	3,6		
Total		2731	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1580	57,9	60,5	60,5
	Sí	1033	37,8	39,5	100,0
	Total	2613	95,7	100,0	
Perdidos	Sistema	118	4,3		
Total		2731	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1617	59,2	61,9	61,9
	Sí	996	36,5	38,1	100,0
	Total	2613	95,7	100,0	
Perdidos	Sistema	118	4,3		
Total		2731	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2263	82,9	86,6	86,6
	Sí	350	12,8	13,4	100,0
	Total	2613	95,7	100,0	
Perdidos	Sistema	118	4,3		
Total		2731	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2465	90,3	94,3	94,3
	Sí	148	5,4	5,7	100,0
	Total	2613	95,7	100,0	
Perdidos	Sistema	118	4,3		
Total		2731	100,0		

Tiempo dedicado a leer

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	225	8,2	8,6	8,6
	Hasta una hora	1612	59,0	61,5	70,1
	Entre una y dos horas	511	18,7	19,5	89,5
	Entre dos y tres horas	163	6,0	6,2	95,8
	Más de tres horas	111	4,1	4,2	100,0
	Total	2622	96,0	100,0	
Perdidos	Sistema	109	4,0		
Total		2731	100,0		

Tiempo dedicado a chatear

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	1660	60,8	63,0	63,0
	Hasta una hora	656	24,0	24,9	88,0
	Entre una y dos horas	179	6,6	6,8	94,8
	Entre dos y tres horas	81	3,0	3,1	97,8
	Más de tres horas	57	2,1	2,2	100,0
	Total	2633	96,4	100,0	
Perdidos	Sistema	98	3,6		
Total		2731	100,0		

2. Comprensión Lectora: Cohorte 1

	N Inicial	N Perdidos	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo
Sexo	2739	0	1	1	0	1
Inmigrante de primera generación	2736	3	0	0	0	1
Inmigrante de segunda generación	2736	3	0	0	0	1
Poseer más de 100 libros en casa	2635	104	1	1	0	1
Poseer Internet	2565	174	1	1	0	1
Nivel educativo del padre	2212	527	4	5	0	5
Nivel educativo de la madre	2249	490	4	5	0	5
Aspiraciones educativas (Alumno)	2628	111	3	3	0	3
Aspiraciones educativas (Padres)	2640	99	4	4	0	4
Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)	2624	115	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	2624	115	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	2624	115	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	2624	115	0	0	0	1
Tiempo dedicado a leer	2632	107	1	1	0	4
Tiempo dedicado a chatear	2641	98	0	0	0	4

Sexo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Hombre	1314	48,0	48,0	48,0
	Mujer	1425	52,0	52,0	100,0
	Total	2739	100,0	100,0	

Inmigrante de primera generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2494	91,1	91,2	91,2
	Sí	242	8,8	8,8	100,0
	Total	2736	99,9	100,0	
Perdidos	Sistema	3	,1		
Total		2739	100,0		

Inmigrante de segunda generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2488	90,8	90,9	90,9
	Sí	248	9,1	9,1	100,0
	Total	2736	99,9	100,0	
Perdidos	Sistema	3	,1		
Total		2739	100,0		

Poseer más de 100 libros en casa

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Menos de 100	701	25,6	26,6	26,6
	Más de 100	1934	70,6	73,4	100,0
	Total	2635	96,2	100,0	
Perdidos	Sistema	104	3,8		
Total		2739	100,0		

Poseer Internet

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	993	36,3	38,7	38,7
	Sí	1572	57,4	61,3	100,0
	Total	2565	93,6	100,0	
Perdidos	Sistema	174	6,4		
Total		2739	100,0		

Nivel educativo del padre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	81	3,0	3,7	3,7
	Primarios incompletos	83	3,0	3,8	7,4
	Primarios completos	348	12,7	15,7	23,1
	Formación Profesional	394	14,4	17,8	41,0
	Bachillerato	309	11,3	14,0	54,9
	Titulado Universitario	997	36,4	45,1	100,0
	Total	2212	80,8	100,0	
Perdidos	Sistema	527	19,2		
Total		2739	100,0		

Nivel educativo de la madre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	109	4,0	4,8	4,8
	Primarios incompletos	75	2,7	3,3	8,2
	Primarios completos	411	15,0	18,3	26,5
	Formación Profesional	284	10,4	12,6	39,1
	Bachillerato	360	13,1	16,0	55,1
	Titulado Universitario	1010	36,9	44,9	100,0
	Total	2249	82,1	100,0	
Perdidos	Sistema	490	17,9		
Total		2739	100,0		

Aspiraciones educativas (Alumno)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	104	3,8	4,0	4,0
	Terminar Bachillerato	171	6,2	6,5	10,5
	Terminar Formación Profesional	211	7,7	8,0	18,5
	Terminar una carrera universitaria	2142	78,2	81,5	100,0
	Total	2628	95,9	100,0	
Perdidos	Sistema	111	4,1		
Total		2739	100,0		

Aspiraciones educativas (Padres)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	46	1,7	1,7	1,7
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	111	4,1	4,2	5,9
	Terminar Bachillerato	174	6,4	6,6	12,5
	Terminar Formación Profesional	183	6,7	6,9	19,5
	Terminar una carrera universitaria	2126	77,6	80,5	100,0
	Total	2640	96,4	100,0	
Perdidos	Sistema	99	3,6		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	87	3,2	3,3	3,3
	Hasta una hora	1044	38,1	39,8	43,1
	Entre una y dos horas	993	36,3	37,8	80,9
	Entre dos y tres horas	349	12,7	13,3	94,2
	Más de tres horas	151	5,5	5,8	100,0
	Total	2624	95,8	100,0	
Perdidos	Sistema	115	4,2		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1580	57,7	60,2	60,2
	Sí	1044	38,1	39,8	100,0
	Total	2624	95,8	100,0	
Perdidos	Sistema	115	4,2		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1631	59,5	62,2	62,2
	Sí	993	36,3	37,8	100,0
	Total	2624	95,8	100,0	
Perdidos	Sistema	115	4,2		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2275	83,1	86,7	86,7
	Sí	349	12,7	13,3	100,0
	Total	2624	95,8	100,0	
Perdidos	Sistema	115	4,2		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	2473	90,3	94,2	94,2
	Sí	151	5,5	5,8	100,0
	Total	2624	95,8	100,0	
Perdidos	Sistema	115	4,2		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a leer

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	229	8,4	8,7	8,7
	Hasta una hora	1616	59,0	61,4	70,1
	Entre una y dos horas	507	18,5	19,3	89,4
	Entre dos y tres horas	164	6,0	6,2	95,6
	Más de tres horas	116	4,2	4,4	100,0
	Total	2632	96,1	100,0	
Perdidos	Sistema	107	3,9		
Total		2739	100,0		

Tiempo dedicado a chatear

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	1664	60,8	63,0	63,0
	Hasta una hora	663	24,2	25,1	88,1
	Entre una y dos horas	176	6,4	6,7	94,8
	Entre dos y tres horas	81	3,0	3,1	97,8
	Más de tres horas	57	2,1	2,2	100,0
	Total	2641	96,4	100,0	
Perdidos	Sistema	98	3,6		
Total		2739	100,0		

3. Matemáticas: Cohorte 2

	N Inicial	N Perdidos	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo
Sexo	2152	0	0	0	0	1
Inmigrante de primera generación	2144	8	0	0	0	1
Inmigrante de segunda generación	2144	8	0	0	0	1
Poseer más de 100 libros en casa	2098	54	1	1	0	1
Poseer Internet	2069	83	1	1	0	1
Nivel educativo del padre	1761	391	4	5	0	5
Nivel educativo de la madre	1809	343	4	5	0	5
Aspiraciones educativas (Alumno)	2111	41	3	3	0	3
Aspiraciones educativas (Padres)	2106	46	4	4	0	4
Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)	2092	60	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	2092	60	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	2092	60	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	2092	60	0	0	0	1
Tiempo dedicado a leer	2089	63	1	1	0	4
Tiempo dedicado a chatear	2113	39	1	0	0	4

Sexo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Hombre	1106	51,4	51,4	51,4
	Mujer	1046	48,6	48,6	100,0
	Total	2152	100,0	100,0	

Inmigrante de primera generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1987	92,3	92,7	92,7
	Sí	157	7,3	7,3	100,0
	Total	2144	99,6	100,0	
Perdidos	Sistema	8	,4		
Total		2152	100,0		

Inmigrante de segunda generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1991	92,5	92,9	92,9
	Sí	153	7,1	7,1	100,0
	Total	2144	99,6	100,0	
Perdidos	Sistema	8	,4		
Total		2152	100,0		

Poseer más de 100 libros en casa

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Menos de 100	482	22,4	23,0	23,0
	Más de 100	1616	75,1	77,0	100,0
	Total	2098	97,5	100,0	
Perdidos	Sistema	54	2,5		
Total		2152	100,0		

Poseer Internet

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	618	28,7	29,9	29,9
	Sí	1451	67,4	70,1	100,0
	Total	2069	96,1	100,0	
Perdidos	Sistema	83	3,9		
Total		2152	100,0		

Nivel educativo del padre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	32	1,5	1,8	1,8
	Primarios incompletos	69	3,2	3,9	5,7
	Primarios completos	313	14,5	17,8	23,5
	Formación Profesional	343	15,9	19,5	43,0
	Bachillerato	321	14,9	18,2	61,2
	Titulado Universitario	683	31,7	38,8	100,0
	Total	1761	81,8	100,0	
Perdidos	Sistema	391	18,2		
Total		2152	100,0		

Nivel educativo de la madre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	43	2,0	2,4	2,4
	Primarios incompletos	62	2,9	3,4	5,8
	Primarios completos	387	18,0	21,4	27,2
	Formación Profesional	288	13,4	15,9	43,1
	Bachillerato	374	17,4	20,7	63,8
	Titulado Universitario	655	30,4	36,2	100,0
	Total	1809	84,1	100,0	
Perdidos	Sistema	343	15,9		
Total		2152	100,0		

Aspiraciones educativas (Alumno)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	112	5,2	5,3	5,3
	Terminar Bachillerato	141	6,6	6,7	12,0
	Terminar Formación Profesional	180	8,4	8,5	20,5
	Terminar una carrera universitaria	1678	78,0	79,5	100,0
	Total	2111	98,1	100,0	
Perdidos	Sistema	41	1,9		
Total		2152	100,0		

Aspiraciones educativas (Padres)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	15	,7	,7	,7
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	149	6,9	7,1	7,8
	Terminar Bachillerato	180	8,4	8,5	16,3
	Terminar Formación Profesional	127	5,9	6,0	22,4
	Terminar una carrera universitaria	1635	76,0	77,6	100,0
	Total	2106	97,9	100,0	
Perdidos	Sistema	46	2,1		
Total		2152	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1624	75,5	77,6	77,6
	Sí	468	21,7	22,4	100,0
	Total	2092	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	60	2,8		
Total		2152	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1252	58,2	59,8	59,8
	Sí	840	39,0	40,2	100,0
	Total	2092	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	60	2,8		
Total		2152	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1605	74,6	76,7	76,7
	Sí	487	22,6	23,3	100,0
	Total	2092	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	60	2,8		
Total		2152	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1860	86,4	88,9	88,9
	Sí	232	10,8	11,1	100,0
	Total	2092	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	60	2,8		
Total		2152	100,0		

Tiempo dedicado a leer

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	473	22,0	22,6	22,6
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	1139	52,9	54,5	77,2
	Terminar Bachillerato	312	14,5	14,9	92,1
	Terminar Formación Profesional	94	4,4	4,5	96,6
	Terminar una carrera universitaria	71	3,3	3,4	100,0
	Total	2089	97,1	100,0	
Perdidos	Sistema	63	2,9		
Total		2152	100,0		

Tiempo dedicado a chatear

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	980	45,5	46,4	46,4
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	679	31,6	32,1	78,5
	Terminar Bachillerato	282	13,1	13,3	91,9
	Terminar Formación Profesional	97	4,5	4,6	96,5
	Terminar una carrera universitaria	75	3,5	3,5	100,0
	Total	2113	98,2	100,0	
Perdidos	Sistema	39	1,8		
Total		2152	100,0		

4. Comprensión Lectora: Cohorte 2

	N Inicial	N Perdidos	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo
Sexo	2128	0	0	0	0	1
Inmigrante de primera generación	2118	10	0	0	0	1
Inmigrante de segunda generación	2118	10	0	0	0	1
Poseer más de 100 libros en casa	2073	55	1	1	0	1
Poseer Internet	2049	79	1	1	0	1
Nivel educativo del padre	1750	378	4	5	0	5
Nivel educativo de la madre	1802	326	4	5	0	5
Aspiraciones educativas (Alumno)	2090	38	3	3	0	3
Aspiraciones educativas (Padres)	2082	46	4	4	0	4
Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)	2069	59	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	2069	59	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	2069	59	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	2069	59	0	0	0	1
Tiempo dedicado a leer	2070	58	1	1	0	4
Tiempo dedicado a chatear	2089	39	1	0	0	4

Sexo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Hombre	1083	50,9	50,9	50,9
	Mujer	1045	49,1	49,1	100,0
	Total	2128	100,0	100,0	

Inmigrante de primera generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1959	92,1	92,5	92,5
	Sí	159	7,5	7,5	100,0
	Total	2118	99,5	100,0	
Perdidos	Sistema	10	,5		
Total		2128	100,0		

Inmigrante de segunda generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1967	92,4	92,9	92,9
	Sí	151	7,1	7,1	100,0
	Total	2118	99,5	100,0	
Perdidos	Sistema	10	,5		
Total		2128	100,0		

Poseer más de 100 libros en casa

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Menos de 100	475	22,3	22,9	22,9
	Más de 100	1598	75,1	77,1	100,0
	Total	2073	97,4	100,0	
Perdidos	Sistema	55	2,6		
Total		2128	100,0		

Poseer Internet

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	615	28,9	30,0	30,0
	Sí	1434	67,4	70,0	100,0
	Total	2049	96,3	100,0	
Perdidos	Sistema	79	3,7		
Total		2128	100,0		

Nivel educativo del padre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	28	1,3	1,6	1,6
	Primarios incompletos	63	3,0	3,6	5,2
	Primarios completos	315	14,8	18,0	23,2
	Formación Profesional	334	15,7	19,1	42,3
	Bachillerato	311	14,6	17,8	60,1
	Titulado Universitario	699	32,8	39,9	100,0
	Total	1750	82,2	100,0	
Perdidos	Sistema	378	17,8		
Total		2128	100,0		

Nivel educativo de la madre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	43	2,0	2,4	2,4
	Primarios incompletos	56	2,6	3,1	5,5
	Primarios completos	388	18,2	21,5	27,0
	Formación Profesional	286	13,4	15,9	42,9
	Bachillerato	354	16,6	19,6	62,5
	Titulado Universitario	675	31,7	37,5	100,0
	Total	1802	84,7	100,0	
Perdidos	Sistema	326	15,3		
Total		2128	100,0		

Aspiraciones educativas (Alumno)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	107	5,0	5,1	5,1
	Terminar Bachillerato	136	6,4	6,5	11,6
	Terminar Formación Profesional	174	8,2	8,3	20,0
	Terminar una carrera universitaria	1673	78,6	80,0	100,0
	Total	2090	98,2	100,0	
Perdidos	Sistema	38	1,8		
Total		2128	100,0		

Aspiraciones educativas (Padres)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	17	,8	,8	,8
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	142	6,7	6,8	7,6
	Terminar Bachillerato	175	8,2	8,4	16,0
	Terminar Formación Profesional	122	5,7	5,9	21,9
	Terminar una carrera universitaria	1626	76,4	78,1	100,0
	Total	2082	97,8	100,0	
Perdidos	Sistema	46	2,2		
Total		2128	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1601	75,2	77,4	77,4
	Sí	468	22,0	22,6	100,0
	Total	2069	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	59	2,8		
Total		2128	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1256	59,0	60,7	60,7
	Sí	813	38,2	39,3	100,0
	Total	2069	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	59	2,8		
Total		2128	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1590	74,7	76,8	76,8
	Sí	479	22,5	23,2	100,0
	Total	2069	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	59	2,8		
Total		2128	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1828	85,9	88,4	88,4
	Sí	241	11,3	11,6	100,0
	Total	2069	97,2	100,0	
Perdidos	Sistema	59	2,8		
Total		2128	100,0		

Tiempo dedicado a leer

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	471	22,1	22,8	22,8
	Hasta una hora	1122	52,7	54,2	77,0
	Entre una y dos horas	309	14,5	14,9	91,9
	Entre dos y tres horas	97	4,6	4,7	96,6
	Más de tres horas	71	3,3	3,4	100,0
	Total	2070	97,3	100,0	
Perdidos	Sistema	58	2,7		
Total		2128	100,0		

Tiempo dedicado a chatear

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	966	45,4	46,2	46,2
	Hasta una hora	679	31,9	32,5	78,7
	Entre una y dos horas	272	12,8	13,0	91,8
	Entre dos y tres horas	95	4,5	4,5	96,3
	Más de tres horas	77	3,6	3,7	100,0
	Total	2089	98,2	100,0	
Perdidos	Sistema	39	1,8		
Total		2128	100,0		

5. Matemáticas: Cohorte 3

	N Inicial	N Perdidos	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo
Sexo	1806	0	0	0	0	1
Inmigrante de primera generación	1801	5	0	0	0	1
Inmigrante de segunda generación	1801	5	0	0	0	1
Poseer más de 100 libros en casa	1777	29	1	1	0	1
Poseer Internet	1767	39	1	1	0	1
Nivel educativo del padre	1656	150	4	5	0	5
Nivel educativo de la madre	1672	134	4	5	0	5
Aspiraciones educativas (Alumno)	1785	21	3	3	0	3
Aspiraciones educativas (Padres)	1775	31	4	4	0	4
Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)	1806	0	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	1806	0	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)	1806	0	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	1806	0	0	0	0	1
Tiempo dedicado a leer	1771	35	1	1	0	4
Tiempo dedicado a chatear	1770	36	1	0	0	4

Sexo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Hombre	905	50,1	50,1	50,1
	Mujer	901	49,9	49,9	100,0
	Total	1806	100,0	100,0	

Inmigrante de primera generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1692	93,7	93,9	93,9
	Sí	109	6,0	6,1	100,0
	Total	1801	99,7	100,0	
Perdidos	Sistema	5	,3		
Total		1806	100,0		

Inmigrante de segunda generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1695	93,9	94,1	94,1
	Sí	106	5,9	5,9	100,0
	Total	1801	99,7	100,0	
Perdidos	Sistema	5	,3		
Total		1806	100,0		

Poseer más de 100 libros en casa

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Menos de 100	296	16,4	16,7	16,7
	Más de 100	1481	82,0	83,3	100,0
	Total	1777	98,4	100,0	
Perdidos	Sistema	29	1,6		
Total		1806	100,0		

Poseer Internet

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	384	21,3	21,7	21,7
	Sí	1383	76,6	78,3	100,0
	Total	1767	97,8	100,0	
Perdidos	Sistema	39	2,2		
Total		1806	100,0		

Nivel educativo del padre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	22	1,2	1,3	1,3
	Primarios incompletos	71	3,9	4,3	5,6
	Primarios completos	357	19,8	21,6	27,2
	Formación Profesional	272	15,1	16,4	43,6
	Bachillerato	298	16,5	18,0	61,6
	Titulado Universitario	636	35,2	38,4	100,0
	Total	1656	91,7	100,0	
Perdidos	Sistema	150	8,3		
Total		1806	100,0		

Nivel educativo de la madre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	19	1,1	1,1	1,1
	Primarios incompletos	59	3,3	3,5	4,7
	Primarios completos	464	25,7	27,8	32,4
	Formación Profesional	211	11,7	12,6	45,0
	Bachillerato	351	19,4	21,0	66,0
	Titulado Universitario	568	31,5	34,0	100,0
	Total	1672	92,6	100,0	
Perdidos	Sistema	134	7,4		
Total		1806	100,0		

Aspiraciones educativas (Alumno)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	65	3,6	3,6	3,6
	Terminar Bachillerato	140	7,8	7,8	11,5
	Terminar Formación Profesional	122	6,8	6,8	18,3
	Terminar una carrera universitaria	1458	80,7	81,7	100,0
	Total	1785	98,8	100,0	
Perdidos	Sistema	21	1,2		
Total		1806	100,0		

Aspiraciones educativas (Padres)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	12	,7	,7	,7
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	67	3,7	3,8	4,5
	Terminar Bachillerato	191	10,6	10,8	15,2
	Terminar Formación Profesional	114	6,3	6,4	21,6
	Terminar una carrera universitaria	1391	77,0	78,4	100,0
	Total	1775	98,3	100,0	
Perdidos	Sistema	31	1,7		
Total		1806	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1468	81,3	81,3	81,3
	Sí	338	18,7	18,7	100,0
	Total	1806	100,0	100,0	

Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1099	60,9	60,9	60,9
	Sí	707	39,1	39,1	100,0
	Total	1806	100,0	100,0	

Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1342	74,3	74,3	74,3
	Sí	464	25,7	25,7	100,0
	Total	1806	100,0	100,0	

Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1609	89,1	89,1	89,1
	Sí	197	10,9	10,9	100,0
	Total	1806	100,0	100,0	

Tiempo dedicado a leer

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	561	31,1	31,7	31,7
	Hasta una hora	874	48,4	49,4	81,0
	Entre una y dos horas	243	13,5	13,7	94,7
	Entre dos y tres horas	56	3,1	3,2	97,9
	Más de tres horas	37	2,0	2,1	100,0
	Total	1771	98,1	100,0	
Perdidos	Sistema	35	1,9		
Total		1806	100,0		

Tiempo dedicado a chatear

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Nada	672	37,2	38,0	38,0
	Hasta una hora	635	35,2	35,9	73,8
	Entre una y dos horas	287	15,9	16,2	90,1
	Entre dos y tres horas	108	6,0	6,1	96,2
	Más de tres horas	68	3,8	3,8	100,0
	Total	1770	98,0	100,0	
Perdidos	Sistema	36	2,0		
Total		1806	100,0		

6. Comprensión lectora: Cohorte 3

	N Inicial	N Perdidos	Mediana	Moda	Mínimo	Máximo
Sexo	1888	0	1	1	0	1
Inmigrante de primera generación	1888	0	0	0	0	1
Inmigrante de segunda generación	1888	0	0	0	0	1
Poseer más de 100 libros en casa	1862	26	1	1	0	1
Poseer Internet	1850	38	1	1	0	1
Nivel educativo del padre	1729	159	4	5	0	5
Nivel educativo de la madre	1747	141	4	5	0	5
Aspiraciones educativas (Alumno)	1867	21	3	3	0	3
Aspiraciones educativas (Padres)	1834	54	4	4	0	4
Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)	1812	76	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)	1812	76	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de dos y tres horas)	1812	76	0	0	0	1
Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)	1812	76	0	0	0	1
Tiempo dedicado a leer	1829	59	1	1	0	4
Tiempo dedicado a chatear	1830	58	1	0	0	4

Sexo

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Hombre	931	49,3	49,3	49,3
	Mujer	957	50,7	50,7	100,0
	Total	1888	100,0	100,0	

Inmigrante de primera generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1770	93,8	93,8	93,8
	Sí	118	6,3	6,3	100,0
	Total	1888	100,0	100,0	

Inmigrante de segunda generación

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1780	94,3	94,3	94,3
	Sí	108	5,7	5,7	100,0
	Total	1888	100,0	100,0	

Poseer más de 100 libros en casa

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Menos de 100	318	16,8	17,1	17,1
	Más de 100	1544	81,8	82,9	100,0
	Total	1862	98,6	100,0	
Perdidos	Sistema	26	1,4		
Total		1888	100,0		

Poseer Internet

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	411	21,8	22,2	22,2
	Sí	1439	76,2	77,8	100,0
	Total	1850	98,0	100,0	
Perdidos	Sistema	38	2,0		
Total		1888	100,0		

Nivel educativo del padre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	21	1,1	1,2	1,2
	Primarios incompletos	76	4,0	4,4	5,6
	Primarios completos	382	20,2	22,1	27,7
	Formación Profesional	286	15,1	16,5	44,2
	Bachillerato	313	16,6	18,1	62,3
	Titulado Universitario	651	34,5	37,7	100,0
	Total	1729	91,6	100,0	
Perdidos	Sistema	159	8,4		
Total		1888	100,0		

Nivel educativo de la madre

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Sin estudios	20	1,1	1,1	1,1
	Primarios incompletos	67	3,5	3,8	5,0
	Primarios completos	491	26,0	28,1	33,1
	Formación Profesional	215	11,4	12,3	45,4
	Bachillerato	370	19,6	21,2	66,6
	Titulado Universitario	584	30,9	33,4	100,0
	Total	1747	92,5	100,0	
Perdidos	Sistema	141	7,5		
Total		1888	100,0		

Aspiraciones educativas (Alumno)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	71	3,8	3,8	3,8
	Terminar Bachillerato	149	7,9	8,0	11,8
	Terminar Formación Profesional	131	6,9	7,0	18,8
	Terminar una carrera universitaria	1516	80,3	81,2	100,0
	Total	1867	98,9	100,0	
Perdidos	Sistema	21	1,1		
Total		1888	100,0		

Aspiraciones educativas (Padres)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	12	,6	,7	,7
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	72	3,8	3,9	4,6
	Terminar Bachillerato	200	10,6	10,9	15,5
	Terminar Formación Profesional	119	6,3	6,5	22,0
	Terminar una carrera universitaria	1431	75,8	78,0	100,0
	Total	1834	97,1	100,0	
Perdidos	Sistema	54	2,9		
Total		1888	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Hasta una hora)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1463	77,5	80,7	80,7
	Sí	349	18,5	19,3	100,0
	Total	1812	96,0	100,0	
Perdidos	Sistema	76	4,0		
Total		1888	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre una y dos horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1085	57,5	59,9	59,9
	Sí	727	38,5	40,1	100,0
	Total	1812	96,0	100,0	
Perdidos	Sistema	76	4,0		
Total		1888	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Entre dos y tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1327	70,3	73,2	73,2
	Sí	485	25,7	26,8	100,0
	Total	1812	96,0	100,0	
Perdidos	Sistema	76	4,0		
Total		1888	100,0		

Tiempo dedicado a estudiar (Más de tres horas)

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	No	1609	85,2	88,8	88,8
	Sí	203	10,8	11,2	100,0
	Total	1812	96,0	100,0	
Perdidos	Sistema	76	4,0		
Total		1888	100,0		

Tiempo dedicado a leer

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	579	30,7	31,7	31,7
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	902	47,8	49,3	81,0
	Terminar Bachillerato	254	13,5	13,9	94,9
	Terminar Formación Profesional	59	3,1	3,2	98,1
	Terminar una carrera universitaria	35	1,9	1,9	100,0
	Total	1829	96,9	100,0	
Perdidos	Sistema	59	3,1		
Total		1888	100,0		

Tiempo dedicado a chatear

		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válidos	A mis padres no les preocupa	694	36,8	37,9	37,9
	Terminar Educación Secundaria Obligatoria	646	34,2	35,3	73,2
	Terminar Bachillerato	311	16,5	17,0	90,2
	Terminar Formación Profesional	111	5,9	6,1	96,3
	Terminar una carrera universitaria	68	3,6	3,7	100,0
	Total	1830	96,9	100,0	
Perdidos	Sistema	58	3,1		
Total		1888	100,0		

ANEXO 5: Correlaciones entre los coeficientes aleatorios de los modelos de Valor Añadido

Correlación entre los coeficientes aleatorios del Modelo de Crecimiento Lineal.

Matemáticas Cohorte 1				CL Cohorte 1			
		V_{0j}	V_{1j}			V_{0j}	V_{1j}
Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,655	Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,643
Tasa de Crecimiento	V_{1j}	-0,655	1	Tasa de Crecimiento	V_{1j}	-0,643	1

Matemáticas Cohorte 2				CL Cohorte 2			
		V_{0j}	V_{1j}			V_{0j}	V_{1j}
Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,656	Estatus Inicial	V_{0j}	1	No significativo
Tasa de Crecimiento	V_{1j}	-0,656	1	Tasa de Crecimiento	V_{1j}	No significativo	1

Matemáticas Cohorte 3				CL Cohorte 3			
		V_{0j}	V_{1j}			V_{0j}	V_{1j}
Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,744	Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,506
Tasa de Crecimiento	V_{1j}	-0,744	1	Tasa de Crecimiento	V_{1j}	-0,506	1

Correlación entre los coeficientes aleatorios del Modelo de Crecimiento Cuadrático.

Matemáticas Cohorte 2				
		V_{0j}	V_{1j}	V_{2j}
Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,262	0
Tasa de Crecimiento (Lineal)	V_{1j}	-0,262	1	-0,938
Tasa de Crecimiento (Cuadrático)	V_{2j}	0	-0,938	1

Comprensión Lectora Cohorte 2				
		V_{0j}	V_{1j}	V_{2j}
Estatus Inicial	V_{0j}	1	No significativa	No significativa
Tasa de Crecimiento (Lineal)	V_{1j}	No significativa	1	No significativa
Tasa de Crecimiento (Cuadrático)	V_{2j}	No significativa	No significativa	1

Comprensión Lectora Cohorte 3				
		V_{0j}	V_{1j}	V_{2j}
Estatus Inicial	V_{0j}	1	-0,617	0,457
Tasa de Crecimiento (Lineal)	V_{1j}	-0,617	1	-0,910
Tasa de Crecimiento (Cuadrático)	V_{2j}	0,457	-0,910	1

ANEXO 6: Crecimiento y Valor Añadido de las escuelas

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
1	3,597	-4,259	1	7,193	-8,517	1	10,790	-12,776
2	9,352	1,497	2	18,703	2,993	2	28,055	4,490
3	8,384	0,529	3	16,768	1,058	3	25,152	1,587
4	9,625	1,770	4	19,251	3,541	4	28,876	5,311
5	4,618	-3,237	5	9,236	-6,474	5	13,854	-9,711
6	2,905	-4,950	6	5,810	-9,900	6	8,714	-14,851
7	6,925	-0,930	7	13,851	-1,859	7	20,776	-2,789
8	10,696	2,841	8	21,392	5,682	8	32,088	8,523
9	5,530	-2,325	9	11,060	-4,650	9	16,591	-6,974
10	5,451	-2,405	10	10,901	-4,809	10	16,352	-7,214
11	5,649	-2,206	11	11,298	-4,412	11	16,947	-6,618
12	10,591	2,736	12	21,182	5,472	12	31,773	8,208
13	10,875	3,020	13	21,750	6,040	13	32,625	9,060
14	13,045	5,190	14	26,089	10,379	14	39,134	15,569
15	11,407	3,552	15	22,814	7,104	15	34,221	10,656
16	1,434	-6,421	16	2,867	-12,843	16	4,301	-19,264
17	5,475	-2,380	17	10,951	-4,759	17	16,426	-7,139
18	9,218	1,363	18	18,436	2,726	18	27,655	4,090
19	5,192	-2,663	19	10,384	-5,326	19	15,576	-7,989
20	2,096	-5,759	20	4,192	-11,518	20	6,287	-17,278
21	8,466	0,611	21	16,931	1,221	21	25,397	1,832
22	10,729	2,874	22	21,457	5,747	22	32,186	8,621
23	7,942	0,087	23	15,883	0,173	23	23,825	0,260
24	5,667	-2,188	24	11,334	-4,376	24	17,001	-6,564
25	3,430	-4,425	25	6,860	-8,850	25	10,290	-13,275
26	6,498	-1,357	26	12,996	-2,714	26	19,493	-4,072
27	9,629	1,774	27	19,258	3,548	27	28,887	5,322
28	9,383	1,528	28	18,766	3,056	28	28,149	4,584
29	5,349	-2,506	29	10,697	-5,013	29	16,046	-7,519
30	5,753	-2,102	30	11,506	-4,204	30	17,259	-6,306
31	8,205	0,350	31	16,409	0,699	31	24,614	1,049
32	10,929	3,074	32	21,858	6,148	32	32,787	9,222
33	6,136	-1,719	33	12,272	-3,438	33	18,408	-5,157
34	7,550	-0,305	34	15,101	-0,609	34	22,651	-0,914
35	10,720	2,865	35	21,440	5,730	35	32,160	8,595
36	4,570	-3,285	36	9,140	-6,570	36	13,711	-9,854
37	10,542	2,687	37	21,084	5,374	37	31,627	8,062
38	8,994	1,139	38	17,987	2,277	38	26,981	3,416
39	6,319	-1,536	39	12,638	-3,072	39	18,956	-4,609
40	8,647	0,792	40	17,294	1,584	40	25,942	2,377
41	6,884	-0,971	41	13,768	-1,942	41	20,652	-2,913
42	4,042	-3,813	42	8,085	-7,625	42	12,127	-11,438
43	11,746	3,891	43	23,491	7,781	43	35,237	11,672
44	7,649	-0,206	44	15,298	-0,412	44	22,947	-0,618
45	3,101	-4,754	45	6,202	-9,508	45	9,303	-14,262
46	8,736	0,881	46	17,472	1,762	46	26,208	2,643
47	10,746	2,891	47	21,493	5,783	47	32,239	8,674
48	6,192	-1,663	48	12,384	-3,326	48	18,575	-4,990
49	9,529	1,674	49	19,059	3,349	49	28,588	5,023
50	7,704	-0,151	50	15,408	-0,302	50	23,112	-0,453
51	10,281	2,426	51	20,562	4,852	51	30,842	7,277
52	10,916	3,061	52	21,831	6,121	52	32,747	9,182
53	9,858	2,003	53	19,716	4,006	53	29,574	6,009

Puntuaciones de VA en matemáticas: cohorte 1

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
54	8,280	0,425	54	16,560	0,850	54	24,840	1,275
55	10,596	2,741	55	21,193	5,483	55	31,789	8,224
56	7,810	-0,045	56	15,619	-0,091	56	23,429	-0,136
57	8,553	0,698	57	17,105	1,395	57	25,658	2,093
58	15,826	7,971	58	31,651	15,941	58	47,477	23,912
59	7,809	-0,046	59	15,618	-0,092	59	23,427	-0,138
60	7,460	-0,395	60	14,920	-0,790	60	22,379	-1,186
61	11,089	3,234	61	22,179	6,469	61	33,268	9,703
62	10,187	2,332	62	20,374	4,664	62	30,560	6,995
63	5,494	-2,362	63	10,987	-4,723	63	16,481	-7,085
64	4,776	-3,079	64	9,553	-6,157	64	14,329	-9,236
65	2,390	-5,465	65	4,780	-10,930	65	7,170	-16,395
66	6,575	-1,280	66	13,151	-2,559	66	19,726	-3,839
67	5,966	-1,889	67	11,932	-3,778	67	17,898	-5,667
68	5,176	-2,679	68	10,352	-5,358	68	15,529	-8,036
69	7,329	-0,526	69	14,658	-1,052	69	21,987	-1,578
70	9,191	1,336	70	18,381	2,671	70	27,572	4,007
71	5,317	-2,538	71	10,634	-5,076	71	15,952	-7,613
72	8,315	0,460	72	16,629	0,919	72	24,944	1,379
73	3,325	-4,530	73	6,650	-9,060	73	9,976	-13,589
74	6,144	-1,711	74	12,289	-3,421	74	18,433	-5,132
75	5,579	-2,276	75	11,158	-4,552	75	16,736	-6,829
76	7,261	-0,594	76	14,522	-1,188	76	21,782	-1,783
77	11,181	3,326	77	22,363	6,653	77	33,544	9,979
78	9,727	1,872	78	19,453	3,743	78	29,180	5,615
79	7,090	-0,765	79	14,179	-1,531	79	21,269	-2,296
80	12,579	4,724	80	25,157	9,447	80	37,736	14,171
81	10,613	2,758	81	21,225	5,515	81	31,838	8,273
82	2,788	-5,067	82	5,577	-10,133	82	8,365	-15,200
83	16,858	9,003	83	33,716	18,006	83	50,574	27,009
84	7,413	-0,442	84	14,827	-0,883	84	22,240	-1,325
85	8,611	0,756	85	17,221	1,511	85	25,832	2,267
86	12,662	4,807	86	25,323	9,613	86	37,985	14,420
87	5,247	-2,608	87	10,494	-5,216	87	15,741	-7,824
88	8,053	0,198	88	16,106	0,396	88	24,159	0,594
89	13,856	6,001	89	27,711	12,001	89	41,567	18,002
90	3,656	-4,199	90	7,312	-8,398	90	10,967	-12,598
91	8,005	0,150	91	16,011	0,301	91	24,016	0,451
92	8,972	1,117	92	17,943	2,233	92	26,915	3,350

Puntuaciones de VA en matemáticas: cohorte 1 (Continuación)

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
1	16,560	0,927	1	33,119	1,853	1	49,679	2,780
2	18,000	2,367	2	36,001	4,735	2	54,001	7,102
3	16,323	0,690	3	32,646	1,380	3	48,969	2,070
4	21,547	5,914	4	43,094	11,828	4	64,641	17,742
5	18,867	3,234	5	37,735	6,469	5	56,602	9,703
6	9,380	-6,253	6	18,760	-12,506	6	28,140	-18,759
7	17,584	1,951	7	35,167	3,901	7	52,751	5,852
8	17,048	1,415	8	34,096	2,830	8	51,144	4,245
9	9,409	-6,224	9	18,819	-12,447	9	28,228	-18,671
10	6,442	-9,191	10	12,883	-18,383	10	19,325	-27,574
11	0,410	-15,223	11	0,820	-30,446	11	1,230	-45,669
12	10,537	-5,096	12	21,074	-10,192	12	31,611	-15,288
13	17,162	1,529	13	34,324	3,058	13	51,485	4,586
14	20,835	5,202	14	41,669	10,403	14	62,504	15,605
15	18,252	2,619	15	36,505	5,239	15	54,757	7,858
16	9,229	-6,404	16	18,457	-12,809	16	27,686	-19,213
17	9,963	-5,670	17	19,926	-11,340	17	29,890	-17,009
18	16,924	1,291	18	33,847	2,581	18	50,771	3,872
19	14,214	-1,419	19	28,427	-2,839	19	42,641	-4,258
20	12,882	-2,752	20	25,763	-5,503	20	38,645	-8,255
21	21,057	5,424	21	42,114	10,848	21	63,171	16,272
22	19,778	4,145	22	39,556	8,290	22	59,334	12,435
23	18,931	3,298	23	37,863	6,597	23	56,794	9,895
24	2,191	-13,442	24	4,382	-26,884	24	6,573	-40,326
25	9,363	-6,270	25	18,727	-12,539	25	28,090	-18,809
26	10,230	-5,403	26	20,460	-10,806	26	30,690	-16,209
27	18,495	2,862	27	36,989	5,723	27	55,484	8,585
28	21,086	5,453	28	42,172	10,906	28	63,258	16,359
29	3,877	-11,756	29	7,754	-23,512	29	11,631	-35,268
30	9,846	-5,787	30	19,693	-11,573	30	29,539	-17,360
31	14,087	-1,546	31	28,174	-3,092	31	42,260	-4,639
32	15,542	-0,091	32	31,084	-0,182	32	46,626	-0,273
33	17,985	2,352	33	35,970	4,704	33	53,955	7,056
34	16,993	1,360	34	33,985	2,719	34	50,978	4,079
35	18,227	2,594	35	36,454	5,188	35	54,681	7,782
36	8,401	-7,232	36	16,802	-14,464	36	25,203	-21,696
37	15,133	-0,500	37	30,266	-1,000	37	45,398	-1,501
38	16,301	0,668	38	32,603	1,337	38	48,904	2,005
39	14,824	-0,809	39	29,647	-1,619	39	44,471	-2,428
40	10,546	-5,087	40	21,093	-10,173	40	31,639	-15,260
41	14,943	-0,690	41	29,885	-1,381	41	44,828	-2,071
42	3,227	-12,406	42	6,454	-24,812	42	9,681	-37,218
43	15,895	0,262	43	31,790	0,524	43	47,686	0,787
44	13,481	-2,153	44	26,961	-4,305	44	40,442	-6,458
45	16,450	0,817	45	32,901	1,635	45	49,351	2,452
46	12,600	-3,033	46	25,199	-6,067	46	37,799	-9,100
47	17,328	1,695	47	34,655	3,389	47	51,983	5,084
48	11,861	-3,772	48	23,721	-7,545	48	35,582	-11,317
49	15,873	0,240	49	31,746	0,480	49	47,619	0,720
50	11,430	-4,203	50	22,860	-8,406	50	34,291	-12,608
51	12,988	-2,645	51	25,976	-5,290	51	38,964	-7,935
52	23,670	8,037	52	47,340	16,074	52	71,011	24,112
53	14,619	-1,015	53	29,237	-2,029	53	43,856	-3,044
54	11,821	-3,812	54	23,643	-7,623	54	35,464	-11,435
55	40,700	25,067	55	81,400	50,134	55	122,100	75,201

Puntuaciones de VA en comprensión lectora: cohorte 1

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
56	16,743	1,110	56	33,486	2,220	56	50,229	3,330
57	20,688	5,055	57	41,376	10,110	57	62,064	15,165
58	23,712	8,079	58	47,423	16,157	58	71,135	24,236
59	25,819	10,186	59	51,638	20,372	59	77,457	30,558
60	11,383	-4,250	60	22,767	-8,499	60	34,150	-12,749
61	20,903	5,270	61	41,805	10,539	61	62,708	15,809
62	18,823	3,190	62	37,646	6,380	62	56,469	9,570
63	13,141	-2,492	63	26,283	-4,983	63	39,424	-7,475
64	18,266	2,633	64	36,531	5,265	64	54,797	7,898
65	10,398	-5,235	65	20,796	-10,470	65	31,195	-15,704
66	14,991	-0,642	66	29,982	-1,284	66	44,973	-1,926
67	21,149	5,516	67	42,298	11,032	67	63,447	16,548
68	13,800	-1,834	68	27,599	-3,667	68	41,399	-5,501
69	12,121	-3,512	69	24,242	-7,024	69	36,363	-10,536
70	45,632	29,999	70	91,264	59,998	70	136,896	89,997
71	12,627	-3,006	71	25,254	-6,012	71	37,881	-9,018
72	8,621	-7,012	72	17,243	-14,023	72	25,864	-21,035
73	19,469	3,836	73	38,938	7,672	73	58,407	11,508
74	13,848	-1,786	74	27,695	-3,571	74	41,543	-5,357
75	12,709	-2,924	75	25,418	-5,848	75	38,127	-8,772
76	16,855	1,222	76	33,710	2,444	76	50,565	3,666
77	16,070	0,437	77	32,141	0,875	77	48,211	1,312
78	19,761	4,128	78	39,522	8,256	78	59,284	12,385
79	14,816	-0,817	79	29,631	-1,635	79	44,447	-2,452
80	19,457	3,824	80	38,914	7,648	80	58,371	11,472
81	22,965	7,332	81	45,929	14,663	81	68,894	21,995
82	10,634	-4,999	82	21,269	-9,997	82	31,903	-14,996
83	23,552	7,919	83	47,103	15,837	83	70,655	23,756
84	20,908	5,275	84	41,816	10,550	84	62,724	15,825
85	14,176	-1,457	85	28,351	-2,915	85	42,527	-4,372
86	15,845	0,212	86	31,690	0,424	86	47,535	0,636
87	16,487	0,854	87	32,974	1,708	87	49,461	2,562
88	11,580	-4,053	88	23,161	-8,105	88	34,741	-12,158
89	14,269	-1,364	89	28,538	-2,728	89	42,807	-4,092
90	10,578	-5,055	90	21,156	-10,110	90	31,734	-15,165
91	12,697	-2,936	91	25,393	-5,873	91	38,090	-8,809
92	21,386	5,753	92	42,772	11,506	92	64,158	17,259

Puntuaciones de VA en comprensión lectora: cohorte 1 (Continuación)

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
1	14,775	-9,203	1	23,846	-13,444	1	27,211	-12,724
2	8,979	-14,999	2	19,154	-18,136	2	30,522	-9,413
3	21,993	-1,985	3	34,048	-3,242	3	36,163	-3,772
4	27,836	3,858	4	43,423	6,133	4	46,759	6,824
5	25,825	1,847	5	36,558	-0,732	5	32,200	-7,736
6	26,136	2,158	6	39,774	2,484	6	40,912	0,977
7	33,613	9,635	7	49,637	12,347	7	48,070	8,135
8	35,934	11,956	8	51,769	14,479	8	47,504	7,569
9	3,708	-20,270	9	10,042	-27,248	9	19,002	-20,933
10	34,323	10,345	10	47,018	9,728	10	38,082	-1,853
11	22,828	-1,150	11	30,994	-6,296	11	24,498	-15,438
12	16,410	-7,568	12	27,688	-9,602	12	33,833	-6,102
13	16,245	-7,733	13	27,519	-9,771	13	33,821	-6,114
14	23,968	-0,010	14	38,957	1,667	14	44,965	5,030
15	35,717	11,739	15	52,814	15,524	15	51,289	11,354
16	15,501	-8,477	16	23,032	-14,258	16	22,593	-17,342
17	27,068	3,090	17	40,272	2,982	17	39,612	-0,323
18	27,461	3,483	18	42,158	4,868	18	44,091	4,156
19	12,301	-11,678	19	21,130	-16,160	19	26,488	-13,448
20	9,716	-14,262	20	18,934	-18,356	20	27,656	-12,280
21	20,064	-3,914	21	32,479	-4,811	21	37,244	-2,691
22	27,118	3,140	22	42,133	4,843	22	45,046	5,110
23	15,666	-8,312	23	28,535	-8,755	23	38,607	-1,328
24	34,690	10,712	24	46,274	8,984	24	34,749	-5,186
25	9,345	-14,633	25	19,102	-18,188	25	29,268	-10,667
26	42,999	19,021	26	62,046	24,756	26	57,140	17,205
27	30,184	6,206	27	44,257	6,967	27	42,219	2,284
28	35,575	11,597	28	52,364	15,074	28	50,366	10,431
29	26,521	2,543	29	39,910	2,620	29	40,166	0,231
30	18,647	-5,331	30	34,265	-3,025	30	46,852	6,917
31	36,960	12,982	31	52,064	14,774	31	45,314	5,378
32	32,182	8,204	32	49,572	12,282	32	52,170	12,235
33	13,695	-10,283	33	23,356	-13,934	33	28,981	-10,954
34	19,152	-4,826	34	35,658	-1,632	34	49,516	9,581
35	48,378	24,400	35	69,191	31,901	35	62,438	22,503
36	24,686	0,708	36	38,017	0,727	36	39,994	0,059
37	38,894	14,916	37	58,371	21,081	37	58,430	18,495
38	31,482	7,504	38	46,737	9,447	38	45,765	5,830
39	18,649	-5,329	39	25,779	-11,511	39	21,389	-18,546
40	7,856	-16,122	40	15,952	-21,338	40	24,290	-15,646
41	25,694	1,716	41	40,862	3,572	41	45,504	5,569
42	36,164	12,186	42	52,747	15,457	42	49,749	9,814
43	12,534	-11,444	43	21,391	-15,899	43	26,571	-13,364
44	30,817	6,839	44	45,063	7,773	44	42,738	2,803
45	20,336	-3,642	45	33,107	-4,183	45	38,312	-1,623
46	6,594	-17,384	46	17,082	-20,208	46	31,462	-8,473
47	11,950	-12,029	47	22,982	-14,308	47	33,097	-6,839
48	32,091	8,113	48	47,422	10,132	48	45,992	6,057
49	23,349	-0,629	49	37,750	0,460	49	43,202	3,267
50	17,713	-6,265	50	29,226	-8,064	50	34,537	-5,399
51	21,560	-2,418	51	35,064	-2,226	51	40,513	0,578
52	4,413	-19,565	52	13,202	-24,088	52	26,364	-13,571
53	17,127	-6,851	53	33,002	-4,288	53	47,625	7,690
54	58,450	34,472	54	80,200	42,910	54	65,249	25,314
55	20,212	-3,766	55	33,807	-3,483	55	40,784	0,849
56	21,327	-2,651	56	35,645	-1,645	56	42,953	3,018
57	46,663	22,685	57	65,719	28,429	57	57,167	17,232
58	35,352	11,374	58	50,762	13,472	58	46,229	6,294
59	13,016	-10,963	59	25,242	-12,048	59	36,679	-3,257
60	10,876	-13,103	60	20,308	-16,982	60	28,297	-11,639
61	23,319	-0,659	61	39,242	1,952	61	47,767	7,832

Puntuaciones de VA en matemáticas: cohorte 2

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
1	4,372	-1,530	1	17,488	-6,120	1	39,349	-13,769
2	5,387	-0,515	2	21,548	-2,060	2	48,482	-4,636
3	7,007	1,105	3	28,029	4,421	3	63,066	9,948
4	4,354	-1,548	4	17,416	-6,192	4	39,185	-13,933
5	4,918	-0,984	5	19,673	-3,935	5	44,263	-8,855
6	5,272	-0,630	6	21,088	-2,520	6	47,448	-5,670
7	5,244	-0,658	7	20,977	-2,631	7	47,198	-5,920
8	6,088	0,186	8	24,350	0,742	8	54,788	1,670
9	1,277	-4,625	9	5,110	-18,498	9	11,497	-41,621
10	8,174	2,272	10	32,695	9,087	10	73,563	20,445
11	4,549	-1,353	11	18,196	-5,412	11	40,941	-12,177
12	5,716	-0,186	12	22,864	-0,744	12	51,445	-1,673
13	5,900	-0,002	13	23,601	-0,007	13	53,103	-0,015
14	5,492	-0,410	14	21,970	-1,638	14	49,432	-3,686
15	8,141	2,239	15	32,566	8,958	15	73,273	20,155
16	4,000	-1,902	16	16,000	-7,608	16	36,001	-17,117
17	6,131	0,229	17	24,522	0,914	17	55,176	2,058
18	6,428	0,526	18	25,714	2,106	18	57,856	4,738
19	4,408	-1,494	19	17,633	-5,975	19	39,674	-13,444
20	5,267	-0,635	20	21,069	-2,539	20	47,405	-5,713
21	4,975	-0,927	21	19,898	-3,710	21	44,771	-8,347
22	5,880	-0,022	22	23,519	-0,089	22	52,917	-0,201
23	6,409	0,507	23	25,636	2,028	23	57,681	4,563
24	5,386	-0,516	24	21,545	-2,063	24	48,477	-4,641
25	6,250	0,348	25	25,000	1,392	25	56,249	3,131
26	6,947	1,045	26	27,789	4,181	26	62,526	9,408
27	6,641	0,739	27	26,565	2,957	27	59,771	6,653
28	5,260	-0,642	28	21,042	-2,566	28	47,344	-5,774
29	5,101	-0,801	29	20,403	-3,205	29	45,907	-7,211
30	7,212	1,310	30	28,848	5,240	30	64,907	11,789
31	4,352	-1,550	31	17,407	-6,201	31	39,166	-13,952
32	6,738	0,836	32	26,952	3,344	32	60,642	7,524
33	6,346	0,444	33	25,385	1,777	33	57,117	3,999
34	2,975	-2,927	34	11,900	-11,708	34	26,776	-26,342
35	7,126	1,224	35	28,506	4,898	35	64,138	11,020
36	7,082	1,180	36	28,329	4,721	36	63,740	10,622
37	5,252	-0,650	37	21,010	-2,598	37	47,272	-5,846
38	5,823	-0,079	38	23,291	-0,317	38	52,405	-0,713
39	5,175	-0,727	39	20,699	-2,909	39	46,572	-6,546
40	3,575	-2,327	40	14,301	-9,307	40	32,177	-20,941
41	5,797	-0,105	41	23,187	-0,421	41	52,170	-0,948
42	6,717	0,815	42	26,867	3,259	42	60,450	7,332
43	6,716	0,814	43	26,862	3,254	43	60,440	7,322
44	5,498	-0,404	44	21,991	-1,617	44	49,479	-3,639
45	8,333	2,431	45	33,333	9,725	45	74,999	21,881
46	7,057	1,155	46	28,228	4,620	46	63,514	10,396
47	5,928	0,026	47	23,711	0,103	47	53,351	0,233
48	5,356	-0,546	48	21,424	-2,184	48	48,203	-4,915
49	7,527	1,625	49	30,109	6,501	49	67,745	14,627
50	6,722	0,820	50	26,887	3,279	50	60,496	7,378
51	6,970	1,068	51	27,881	4,273	51	62,732	9,614
52	5,504	-0,398	52	22,016	-1,592	52	49,536	-3,582
53	5,912	0,010	53	23,647	0,039	53	53,206	0,088
54	6,681	0,779	54	26,724	3,116	54	60,128	7,010
55	6,659	0,757	55	26,635	3,027	55	59,929	6,811
56	6,165	0,263	56	24,662	1,054	56	55,489	2,371
57	8,331	2,429	57	33,323	9,715	57	74,977	21,859
58	7,727	1,825	58	30,908	7,300	58	69,543	16,425
59	6,643	0,741	59	26,570	2,962	59	59,784	6,666
60	6,544	0,642	60	26,177	2,569	60	58,898	5,780
61	3,150	-2,752	61	12,601	-11,007	61	28,353	-24,765
62	7,356	1,454	62	29,424	5,816	62	66,203	13,085

Puntuaciones de VA en comprensión lectora: cohorte 2

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
1	10,203	-3,959	1	20,405	-7,919	1	30,608	-11,878
2	17,054	2,892	2	34,109	5,785	2	51,163	8,677
3	4,955	-9,207	3	9,910	-18,414	3	14,865	-27,621
4	12,050	-2,112	4	24,100	-4,224	4	36,151	-6,335
5	12,407	-1,755	5	24,815	-3,509	5	37,222	-5,264
6	13,364	-0,798	6	26,728	-1,596	6	40,093	-2,393
7	19,730	5,568	7	39,460	11,136	7	59,190	16,704
8	6,106	-8,056	8	12,211	-16,113	8	18,317	-24,169
9	10,474	-3,688	9	20,947	-7,377	9	31,421	-11,065
10	15,678	1,516	10	31,355	3,031	10	47,033	4,547
11	14,488	0,326	11	28,975	0,651	11	43,463	0,977
12	13,561	-0,601	12	27,122	-1,202	12	40,682	-1,804
13	9,322	-4,840	13	18,643	-9,681	13	27,965	-14,521
14	11,491	-2,671	14	22,983	-5,341	14	34,474	-8,012
15	9,106	-5,056	15	18,213	-10,111	15	27,319	-15,167
16	11,891	-2,271	16	23,782	-4,542	16	35,674	-6,812
17	17,657	3,495	17	35,315	6,991	17	52,972	10,486
18	16,259	2,097	18	32,518	4,194	18	48,776	6,290
19	1,596	-12,566	19	3,192	-25,132	19	4,788	-37,698
20	14,282	0,120	20	28,565	0,241	20	42,847	0,361
21	11,566	-2,596	21	23,131	-5,193	21	34,697	-7,789
22	13,096	-1,066	22	26,193	-2,131	22	39,289	-3,197
23	18,982	4,820	23	37,964	9,640	23	56,947	14,461
24	12,364	-1,798	24	24,728	-3,596	24	37,092	-5,394
25	26,025	11,863	25	52,050	23,726	25	78,075	35,589
26	16,073	1,911	26	32,145	3,821	26	48,218	5,732
27	10,676	-3,486	27	21,351	-6,973	27	32,027	-10,459
28	10,178	-3,985	28	20,355	-7,969	28	30,533	-11,954
29	10,785	-3,377	29	21,569	-6,755	29	32,354	-10,132
30	3,063	-11,099	30	6,126	-22,198	30	9,189	-33,297
31	16,059	1,897	31	32,117	3,793	31	48,176	5,690
32	10,930	-3,232	32	21,859	-6,465	32	32,789	-9,697
33	6,804	-7,358	33	13,609	-14,715	33	20,413	-22,073
34	16,810	2,648	34	33,619	5,295	34	50,429	7,943
35	9,623	-4,539	35	19,246	-9,078	35	28,868	-13,618
36	8,504	-5,659	36	17,007	-11,317	36	25,511	-16,976
37	19,814	5,652	37	39,628	11,304	37	59,442	16,956
38	12,240	-1,922	38	24,480	-3,844	38	36,719	-5,767
39	13,324	-0,838	39	26,648	-1,676	39	39,972	-2,514
40	17,572	3,410	40	35,143	6,819	40	52,715	10,229
41	21,869	7,707	41	43,738	15,414	41	65,608	23,122
42	17,210	3,048	42	34,420	6,096	42	51,630	9,144
43	13,988	-0,174	43	27,976	-0,348	43	41,964	-0,522
44	13,580	-0,582	44	27,160	-1,164	44	40,740	-1,746
45	15,000	0,838	45	30,000	1,676	45	45,000	2,514
46	16,469	2,307	46	32,937	4,613	46	49,406	6,920
47	14,149	-0,013	47	28,298	-0,026	47	42,447	-0,039
48	10,552	-3,610	48	21,105	-7,219	48	31,657	-10,829
49	11,746	-2,416	49	23,493	-4,831	49	35,239	-7,247
50	19,362	5,200	50	38,724	10,400	50	58,086	15,600
51	11,702	-2,460	51	23,404	-4,920	51	35,106	-7,380
52	46,504	32,342	52	93,008	64,684	52	139,512	97,026
53	25,708	11,546	53	51,416	23,092	53	77,124	34,638
54	18,923	4,761	54	37,847	9,523	54	56,770	14,284
55	15,059	0,897	55	30,118	1,794	55	45,176	2,690
56	13,482	-0,680	56	26,965	-1,359	56	40,447	-2,039
57	6,921	-7,241	57	13,842	-14,482	57	20,763	-21,723
58	23,013	8,851	58	46,025	17,701	58	69,038	26,552

Puntuaciones de VA en matemáticas: cohorte 3

Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₁	Valor Añadido desde T ₀ a T ₁	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₂	Valor Añadido desde T ₀ a T ₂	Escuela	Crecimiento desde T ₀ a T ₃	Valor Añadido desde T ₀ a T ₃
1	15,658	7,000	1	18,497	8,313	1	8,515	3,937
2	7,712	-0,946	2	4,918	-5,266	2	-8,382	-12,960
3	-13,569	-22,227	3	-22,251	-32,435	3	-26,046	-30,624
4	11,168	2,510	4	4,489	-5,695	4	-20,037	-24,615
5	18,487	9,829	5	6,460	-3,724	5	-36,081	-40,659
6	14,298	5,640	6	13,001	2,817	6	-3,890	-8,468
7	16,826	8,168	7	15,406	5,222	7	-4,261	-8,839
8	17,945	9,287	8	24,604	14,420	8	19,979	15,401
9	8,825	0,167	9	12,874	2,690	9	12,147	7,569
10	16,247	7,589	10	24,103	13,919	10	23,569	18,991
11	31,279	22,621	11	33,752	23,568	11	7,419	2,841
12	9,513	0,855	12	9,610	-0,574	12	0,292	-4,286
13	-25,030	-33,688	13	-31,072	-41,256	13	-18,126	-22,704
14	2,691	-5,967	14	11,633	1,449	14	26,826	22,248
15	-3,768	-12,426	15	-7,924	-18,108	15	-12,469	-17,047
16	-0,057	-8,715	16	2,121	-8,063	16	6,534	1,956
17	2,155	-6,503	17	5,575	-4,609	17	10,260	5,682
18	8,950	0,292	18	17,161	6,977	18	24,635	20,057
19	8,509	-0,149	19	-21,282	-31,466	19	-89,373	-93,951
20	3,880	-4,778	20	-0,249	-10,433	20	-12,389	-16,967
21	9,212	0,554	21	15,301	5,117	21	18,268	13,690
22	-1,160	-9,818	22	-8,967	-19,151	22	-23,422	-28,000
23	-9,978	-18,636	23	-4,016	-14,200	23	17,886	13,308
24	21,635	12,977	24	31,591	21,407	24	29,867	25,289
25	19,694	11,036	25	26,232	16,048	25	19,615	15,037
26	14,581	5,923	26	18,175	7,991	26	10,783	6,205
27	-18,984	-27,642	27	-19,454	-29,638	27	-1,410	-5,988
28	15,714	7,056	28	17,114	6,930	28	4,201	-0,377
29	9,736	1,078	29	13,423	3,239	29	11,060	6,482
30	23,339	14,681	30	4,432	-5,752	30	-56,721	-61,299
31	2,128	-6,530	31	7,847	-2,337	31	17,157	12,579
32	7,582	-1,076	32	5,860	-4,324	32	-5,167	-9,745
33	-22,723	-31,381	33	-28,226	-38,410	33	-16,509	-21,087
34	6,375	-2,283	34	12,468	2,284	34	18,277	13,699
35	35,349	26,691	35	46,604	36,420	35	33,767	29,189
36	20,872	12,214	36	21,158	10,974	36	0,859	-3,719
37	17,237	8,579	37	28,416	18,232	37	33,537	28,959
38	-7,820	-16,478	38	-4,635	-14,819	38	9,554	4,976
39	16,420	7,762	39	23,584	13,400	39	21,493	16,915
40	-1,517	-10,175	40	7,678	-2,506	40	27,584	23,006
41	17,510	8,852	41	25,236	15,052	41	23,178	18,600
42	5,532	-3,126	42	7,090	-3,094	42	4,672	0,094
43	10,605	1,947	43	15,444	5,260	43	14,516	9,938
44	-14,440	-23,098	44	-20,984	-31,168	44	-19,631	-24,209
45	11,747	3,089	45	18,653	8,469	45	20,718	16,140
46	12,900	4,242	46	18,785	8,601	46	17,655	13,077
47	10,692	2,034	47	13,425	3,241	47	8,200	3,622
48	12,442	3,784	48	20,422	10,238	48	23,939	19,361
49	3,894	-4,764	49	1,104	-9,080	49	-8,369	-12,947
50	-10,596	-19,254	50	-16,321	-26,505	50	-17,174	-21,752
51	21,405	12,747	51	23,007	12,823	51	4,806	0,228
52	-5,894	-14,552	52	-4,813	-14,997	52	3,242	-1,336
53	52,433	43,775	53	69,380	59,196	53	50,841	46,263
54	24,983	16,325	54	32,109	21,925	54	21,377	16,799
55	21,630	12,972	55	25,435	15,251	55	11,415	6,837
56	4,172	-4,486	56	5,248	-4,936	56	3,229	-1,349
57	-1,347	-10,005	57	-5,005	-15,189	57	-10,975	-15,553
58	-8,276	-16,934	58	-5,286	-15,470	58	8,968	4,390
59	32,028	23,370	59	41,922	31,738	59	29,684	25,106

Puntuaciones de VA en comprensión lectora: cohorte 3

ANEXO 7: *Inputs y Outputs* introducidos en el modelo de eficiencia: Estadísticos Descriptivos

Cohorte 1

5-6	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
VA Matemáticas (0-1)	92	0,0000	1,0000	0,4163	0,1959
VA Comprensión Lectora (0-1)	92	0,0000	1,0000	0,3366	0,1419
Tasas de graduación	90	0,3760	1,0000	0,9129	0,1438
Tasas de profesores con una experiencia inferior a 5 años	91	0,0034	0,1164	0,0346	0,0233
Tasas de profesores con una experiencia entre 5 y 10 años	91	0,0000	0,0598	0,0152	0,0113
Tasas de profesores con una experiencia entre 10 y 15 años	91	0,0000	0,0447	0,0083	0,0084
Tasas de profesores con una experiencia superior a 15 años	91	0,0000	0,0576	0,0205	0,0140
Tasas de alumnos por clase	92	0,0309	0,0833	0,0463	0,0100
Tasas de actividades extraescolares	89	0,0000	0,7817	0,0989	0,1019

Cohorte 2

1-2	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
VA Matemáticas (0-1)	61	0,0000	1,0000	0,4526	0,2250
VA Comprensión Lectora (0-1)	62	0,0000	1,0000	0,6554	0,1904
Tasas de graduación	62	0,5031	1,0000	0,8193	0,1189
Tasas de profesores con una experiencia inferior a 5 años	59	0,0043	0,2727	0,0498	0,0424
Tasas de profesores con una experiencia entre 5 y 10 años	59	0,0000	0,2045	0,0277	0,0286
Tasas de profesores con una experiencia entre 10 y 15 años	59	0,0000	0,2045	0,0177	0,0274
Tasas de profesores con una experiencia superior a 15 años	59	0,0000	0,5682	0,0381	0,0738
Tasas de alumnos por clase	62	0,0119	0,0588	0,0377	0,0068
Tasas de actividades extraescolares	59	0,0000	1,2955	0,1169	0,1903

Cohorte 3

3-4	N	Mínimo	Máximo	Media	Desv. típ.
VA Matemáticas (0-1)	57	0,0000	1,0000	0,4912	0,2031
VA Comprensión Lectora (0-1)	57	0,0000	1,0000	0,7595	0,1803
Tasas de graduación	58	0,3933	1,0000	0,7702	0,1378
Tasas de profesores con una experiencia inferior a 5 años	54	0,0043	0,2727	0,0493	0,0427
Tasas de profesores con una experiencia entre 5 y 10 años	54	0,0000	0,2045	0,0286	0,0293
Tasas de profesores con una experiencia entre 10 y 15 años	54	0,0000	0,2045	0,0183	0,0287
Tasas de profesores con una experiencia superior a 15 años	54	0,0000	0,5682	0,0388	0,0767
Tasas de alumnos por clase	58	0,0313	0,0556	0,0386	0,0054
Tasas de actividades extraescolares	54	0,0000	1,2955	0,1186	0,1964

ANEXO 8: Mejora potencial de las unidades ineficientes

Cohorte 1

Centro Educativo 4 55,98% Peers: 4
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,45	0,81	78,65 %
RC	0,35	0,63	78,65 %
acadsup	0,15	0,08	-44,48 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,05	0,05	-4,50 %
teachers2	0,03	0,02	-18,46 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 5 74,93% Peers: 6
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,53	0,71	33,46 %
RC	0,47	0,62	33,46 %
acadsup	0,13	0,13	0,00 %
ratio	0,07	0,06	0,00 %
teachers1	0,07	0,07	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-9,42 %
teachers4	0,01	0,00	0,00 %

Centro Educativo 6 75,06% Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,21	0,33	62,28 %
RC	0,41	0,54	33,23 %
acadsup	0,11	0,11	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,02	0,01	-54,01 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 10 79,27%

Peers: 6
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,60	0,76	26,14 %
RC	0,37	0,46	26,14 %
acadsup	0,16	0,08	-49,63 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 11 43,42%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,27	0,61	130,29 %
RC	0,20	0,46	130,29 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,05	0,03	-33,39 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,02	0,01	-55,13 %
teachers3	0,03	0,01	-65,43 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 13 22,81%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,27	1,20	338,43 %
RC	0,00	0,66	6575994,30 %
acadsup	0,12	0,12	0,00 %
ratio	0,08	0,08	-7,88 %
teachers1	0,10	0,08	-20,38 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,02	0,01	-29,79 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 19 24,89%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,00	0,63	6253715,17 %
RC	0,20	0,78	301,84 %
acadsup	0,13	0,13	0,00 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,06	0,02	-61,10 %
teachers2	0,02	0,02	-22,35 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 20 42,51%

Peers: 4
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,26	0,62	135,21 %
RC	0,21	0,50	135,21 %
acadsup	0,30	0,13	-57,85 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,03	0,03	0,00 %
teachers2	0,03	0,02	-17,06 %
teachers3	0,01	0,01	-36,92 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro Educativo 21 72,15%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,51	0,70	38,61 %
RC	0,36	0,51	38,61 %
acadsup	0,05	0,05	0,00 %
ratio	0,05	0,05	-2,88 %
teachers1	0,05	0,04	-19,06 %
teachers2	0,01	0,00	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 22 67,77%

Peers: 3
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,24	0,46	87,65 %
RC	0,30	0,45	47,55 %
acadsup	0,23	0,20	-12,25 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,06	0,04	-29,66 %
teachers3	0,02	0,00	-71,15 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro Educativo 23 66,27%

Peers: 2
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,04	0,47	993,18 %
RC	0,28	0,42	50,89 %
acadsup	0,09	0,05	-39,37 %
ratio	0,05	0,04	-15,68 %
teachers1	0,12	0,03	-69,87 %
teachers2	0,00	0,00	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-54,06 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 25 64,12%

Peers: 5
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,60	0,94	55,96 %
RC	0,43	0,67	55,96 %
acadsup	0,13	0,07	-48,57 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,03	0,02	-32,22 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 26 63,83%

Peers: 5
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,42	0,66	56,66 %
RC	0,41	0,64	56,66 %
acadsup	0,14	0,10	-25,89 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-57,28 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 27 26,40%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,27	1,04	278,79 %
RC	0,04	0,61	1464,57 %
acadsup	0,06	0,06	0,00 %
ratio	0,08	0,07	-15,23 %
teachers1	0,09	0,07	-22,02 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-40,84 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 31 27,08%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,13	0,92	611,61 %
RC	0,20	0,73	269,26 %
acadsup	0,17	0,13	-25,97 %
ratio	0,06	0,05	-2,76 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 32 25,19%

Peers: 2
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,33	1,30	296,97 %
RC	0,22	0,86	296,97 %
acadsup	0,04	0,03	-39,14 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,09	0,02	-80,90 %
teachers2	0,02	0,02	-27,19 %
teachers3	0,03	0,01	-63,68 %
teachers4	0,06	0,05	-18,64 %

Centro Educativo 34 54,58%

Peers: 6
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,53	0,97	83,23 %
RC	0,40	0,73	83,23 %
acadsup	0,11	0,11	0,00 %
ratio	0,07	0,07	-5,52 %
teachers1	0,05	0,05	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 35 63,19%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,52	0,82	58,26 %
RC	0,46	0,72	58,26 %
acadsup	0,19	0,13	-32,10 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,03	0,03	0,00 %
teachers2	0,03	0,02	-19,71 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 36 26,42%

Peers: 3
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,25	0,96	278,54 %
RC	0,08	0,53	587,37 %
acadsup	0,19	0,08	-58,69 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,04	0,03	-30,02 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,02	0,01	-44,63 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 37 28,75%

Peers: 5
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,28	0,97	247,77 %
RC	0,21	0,73	247,77 %
acadsup	0,18	0,14	-23,72 %
ratio	0,06	0,06	-0,15 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 38 99,13%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,44	0,51	15,74 %
RC	0,30	0,30	0,87 %
acadsup	0,01	0,01	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-35,36 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	-23,25 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 40 49,41%

Peers: 5
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,30	0,62	102,37 %
RC	0,39	0,79	102,37 %
acadsup	0,19	0,16	-16,51 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-59,34 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 41 90,62%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,40	0,44	10,35 %
RC	0,37	0,41	10,35 %
acadsup	0,03	0,03	0,00 %
ratio	0,07	0,04	-36,60 %
teachers1	0,03	0,01	-55,03 %
teachers2	0,01	0,01	-37,88 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,03	-30,00 %

Centro Educativo 42 84,65%

Peers: 6
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,60	0,71	18,13 %
RC	0,39	0,47	18,13 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,04	0,04	-11,63 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 44 62,36%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,20	0,33	60,35 %
RC	0,18	0,28	60,35 %
acadsup	0,12	0,08	-34,16 %
ratio	0,04	0,03	-18,45 %
teachers1	0,03	0,03	0,00 %
teachers2	0,00	0,00	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro Educativo 45 73,55%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,59	0,80	35,96 %
RC	0,33	0,44	35,96 %
acadsup	0,05	0,05	0,00 %
ratio	0,04	0,04	-9,67 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,03	0,02	-43,20 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 70,71%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,49	0,69	41,43 %
RC	0,35	0,50	41,43 %
acadsup	0,09	0,07	-21,42 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,05	0,04	-5,08 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 47 37,30%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,32	0,85	168,08 %
RC	0,32	0,86	168,08 %
acadsup	0,18	0,07	-60,86 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-61,01 %
teachers2	0,03	0,02	-37,62 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 49 48,02%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,47	0,97	108,26 %
RC	0,22	0,49	116,99 %
acadsup	0,14	0,10	-29,17 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,05	0,01	-69,33 %
teachers2	0,02	0,01	-56,45 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 50 47,28%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,35	0,75	111,49 %
RC	0,32	0,68	111,49 %
acadsup	0,09	0,09	0,00 %
ratio	0,05	0,04	-28,01 %
teachers1	0,04	0,01	-70,05 %
teachers2	0,01	0,01	-22,31 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	-5,42 %

Centro Educativo 51 14,74%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,17	1,15	578,60 %
RC	0,06	0,65	940,92 %
acadsup	0,18	0,15	-17,10 %
ratio	0,06	0,06	0,00 %
teachers1	0,04	0,03	-23,22 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,02	0,00	-71,50 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 52 50,67%

Peers: 2
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,67	1,32	97,35 %
RC	0,34	0,68	99,95 %
acadsup	0,23	0,03	-86,34 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	-16,04 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,02	0,01	-40,45 %
teachers4	0,04	0,04	-1,51 %

Centro Educativo 53 56,20%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,40	0,72	77,95 %
RC	0,29	0,51	77,95 %
acadsup	0,14	0,05	-61,70 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,03	0,03	0,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-28,33 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 58 47,65%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,47	0,99	109,87 %
RC	0,27	0,57	109,87 %
acadsup	0,03	0,03	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,01	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,02	0,01	-33,80 %
teachers4	0,03	0,03	-9,52 %

Centro Educativo 60 76,85%

Peers: 4
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,60	0,79	30,13 %
RC	0,37	0,49	30,13 %
acadsup	0,18	0,11	-39,67 %
ratio	0,05	0,05	-5,96 %
teachers1	0,07	0,04	-48,71 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 62 67,96%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,53	0,77	47,15 %
RC	0,34	0,50	47,15 %
acadsup	0,13	0,07	-44,37 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-40,35 %
teachers3	0,01	0,01	-7,58 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 65 57,40%

Peers: 1
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,57	1,00	74,22 %
RC	0,28	0,51	84,17 %
acadsup	0,10	0,01	-94,17 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,01	0,01	-6,67 %
teachers2	0,01	0,01	-15,38 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,03	-22,22 %

Centro Educativo 66 80,53%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,61	0,76	24,17 %
RC	0,51	0,64	24,17 %
acadsup	0,05	0,03	-37,31 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,03	0,02	-45,91 %
teachers2	0,02	0,01	-29,19 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 68 64,65%

Peers: 3
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,55	0,93	69,86 %
RC	0,31	0,49	54,68 %
acadsup	0,01	0,01	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	-2,33 %
teachers2	0,03	0,01	-52,00 %
teachers3	0,02	0,01	-51,02 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 69 78,83%

Peers: 4
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,44	0,56	26,86 %
RC	0,25	0,32	26,86 %
acadsup	0,02	0,02	0,00 %
ratio	0,04	0,02	-43,70 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	-29,45 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,02	-52,11 %

Centro Educativo 71 71,50%

Peers: 6
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,41	0,58	39,87 %
RC	0,36	0,50	39,87 %
acadsup	0,07	0,06	-4,46 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 76 76,67%

Peers: 3
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,63	0,82	30,43 %
RC	0,45	0,59	30,43 %
acadsup	0,17	0,10	-39,55 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,02	0,01	-34,23 %
teachers2	0,01	0,00	-57,82 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	-19,78 %

Centro Educativo 77 67,30%

Peers: 3
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,57	0,84	48,59 %
RC	0,41	0,60	48,59 %
acadsup	0,12	0,11	-8,77 %
ratio	0,04	0,04	-0,28 %
teachers1	0,02	0,01	-30,09 %
teachers2	0,01	0,01	-1,27 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro Educativo 78 38,06%

Peers: 5
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,26	0,69	162,77 %
RC	0,28	0,74	162,77 %
acadsup	0,28	0,08	-72,27 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,03	0,02	-38,56 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,03	0,00 %

Centro Educativo 80 58,57%

Peers: 4
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,06	0,44	611,14 %
RC	0,22	0,38	70,73 %
acadsup	0,03	0,03	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-17,99 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,02	0,01	-24,30 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 83 46,54%

Peers: 5
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,24	0,52	114,86 %
RC	0,30	0,64	114,86 %
acadsup	0,10	0,10	-5,02 %
ratio	0,04	0,04	-0,40 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 84 52,35%

Peers: 6
References: 0**Mejoras potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,38	0,73	91,04 %
RC	0,26	0,49	91,04 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-27,55 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 87 47,80%

Peers: 1
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,45	0,93	109,19 %
RC	0,18	0,52	182,97 %
acadsup	0,78	0,12	-85,29 %
ratio	0,04	0,04	-9,09 %
teachers1	0,01	0,01	-7,14 %
teachers2	0,01	0,00	-57,14 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,03	-21,43 %

Centro Educativo 90 57,56%

Peers: 5
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,27	0,47	73,74 %
RC	0,27	0,47	73,74 %
acadsup	0,06	0,06	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-34,02 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	-32,24 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 92 63,30%

Peers: 6
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,38	0,75	98,38 %
RC	0,36	0,58	57,98 %
acadsup	0,03	0,03	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 93 95,91%

Peers: 4
References: 0

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,63	0,66	4,27 %
RC	0,35	0,46	31,81 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-24,46 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	-44,34 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 95 85,61%

Peers: 3
References: 0*Mejoras potenciales*

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,37	0,72	97,18 %
RC	0,32	0,37	16,81 %
acadsup	0,01	0,01	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-22,63 %
teachers1	0,03	0,02	-27,69 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-14,29 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 97 91,67%

Peers: 4
References: 0*Mejoras potenciales*

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,59	0,65	9,09 %
RC	0,50	0,54	9,09 %
acadsup	0,03	0,03	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,03	0,02	-52,25 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-2,56 %
teachers4	0,04	0,04	-8,18 %

Centro Educativo 98 51,64%

Peers: 4
References: 0*Mejoras potenciales*

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,09	0,20	127,72 %
RC	0,23	0,44	93,66 %
acadsup	0,03	0,03	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-45,08 %
teachers2	0,02	0,01	-38,87 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 107 68,43%

Peers: 5
References: 0*Mejoras potenciales*

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,14	0,21	46,13 %
RC	0,23	0,33	46,13 %
acadsup	0,02	0,02	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,03	0,02	-48,46 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,02	-22,27 %

Centro Educativo 108 87,34%

Peers: 4
References: 1

Mejoras potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora potencial
Math	0,43	0,49	14,50 %
RC	0,27	0,31	14,50 %
acadsup	0,01	0,01	0,00 %
ratio	0,04	0,02	-41,84 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	-51,83 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,02	-36,70 %

Cohorte 2

Centro educativo 110 55,41%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,18	0,53	200,35 %
RC	0,44	0,79	80,47 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,05	0,03	-31,52 %
teachers1	0,13	0,04	-67,90 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,02	-36,49 %

Centro educativo 111 44,02%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,25	0,97	288,02 %
RC	0,58	1,32	127,18 %
acadsup	0,16	0,11	-34,91 %
ratio	0,06	0,06	0,00 %
teachers1	0,12	0,12	0,00 %
teachers2	0,00	0,00	0,00 %
teachers3	0,03	0,01	-56,56 %
teachers4	0,04	0,02	-62,99 %

Centro educativo 112 74,77%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,37	0,65	74,82 %
RC	0,81	1,09	33,74 %
acadsup	0,09	0,09	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,07	0,05	-37,18 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,09	0,03	-62,48 %

Peers: 5
References: 0

Centro educativo 113 68,07%

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,60	0,88	46,91 %
RC	0,44	0,79	81,89 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,08	0,06	-24,55 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro educativo 114 47,03%

Peers: 5
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,28	0,73	154,69 %
RC	0,52	1,10	112,64 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,06	0,04	-40,64 %
teachers2	0,04	0,04	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro educativo 115 55,53%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,47	0,85	80,07 %
RC	0,57	1,02	80,07 %
acadsup	0,17	0,16	-5,98 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,08	0,04	-46,43 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,07	0,04	-34,84 %

Centro educativo 116 79,31%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,63	0,79	26,08 %
RC	0,56	0,77	37,07 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	-11,44 %
teachers2	0,02	0,02	-9,76 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro educativo 117 67,18%

Peers: 5
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,62	0,92	48,85 %
RC	0,68	1,02	48,85 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,08	0,06	-18,17 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,08	0,03	-63,92 %

Centro educativo 118 0,00%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,00	0,54	5436370,63 %
RC	0,00	0,78	7835264,00 %
acadsup	0,07	0,07	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-11,19 %
teachers1	0,08	0,08	0,00 %
teachers2	0,01	0,00	-74,24 %
teachers3	0,01	0,00	-99,81 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro educativo 119 66,30%

Peers: 2
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,41	0,62	50,82 %
RC	0,98	1,47	50,82 %
acadsup	1,29	0,17	-86,62 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,27	0,05	-82,40 %
teachers2	0,20	0,05	-76,56 %
teachers3	0,20	0,03	-86,54 %
teachers4	0,57	0,06	-89,03 %

Centro educativo 122 74,25%

Peers: 2
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,32	0,57	78,63 %
RC	0,66	0,88	34,69 %
acadsup	0,07	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	-4,88 %
teachers1	0,09	0,07	-18,64 %
teachers2	0,05	0,01	-74,46 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro educativo 123 57,99%

Peers: 5
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,56	0,97	72,45 %
RC	0,60	1,03	72,45 %
acadsup	0,66	0,07	-89,43 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,05	0,05	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-44,22 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro educativo 125 40,11%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,08	0,57	633,34 %
RC	0,39	0,96	149,34 %
acadsup	0,06	0,06	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,06	0,03	-50,51 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,02	0,01	-38,11 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro educativo 126 52,57%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,45	0,85	90,23 %
RC	0,69	1,31	90,23 %
acadsup	0,41	0,12	-70,10 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,09	0,07	-20,28 %
teachers2	0,03	0,03	-18,83 %
teachers3	0,03	0,03	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro educativo 127 76,58%

Peers: 3
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,54	0,71	30,59 %
RC	0,73	0,95	30,59 %
acadsup	0,17	0,10	-41,61 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,09	0,07	-14,40 %
teachers2	0,07	0,01	-88,42 %
teachers3	0,02	0,02	-28,46 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro educativo 128 53,03%

Peers: 2
References: 1

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,16	0,60	270,74 %
RC	0,44	0,84	88,57 %
acadsup	0,10	0,08	-23,97 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,12	0,09	-26,44 %
teachers2	0,00	0,00	-3,10 %
teachers3	0,00	0,00	-8,27 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro educativo 129 69,36%

Peers: 2
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,19	0,48	155,37 %
RC	0,56	0,81	44,18 %
acadsup	0,07	0,06	-8,56 %
ratio	0,04	0,04	-16,22 %
teachers1	0,05	0,05	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-43,42 %
teachers3	0,03	0,00	-99,96 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro educativo 130 46,28%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,39	0,85	116,07 %
RC	0,52	1,13	116,07 %
acadsup	0,16	0,11	-30,70 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,06	0,05	-2,86 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	-1,26 %

Centro educativo 132 91,82%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,42	0,51	19,66 %
RC	0,73	0,79	8,90 %
acadsup	0,11	0,07	-40,53 %
ratio	0,04	0,03	0,00 %
teachers1	0,06	0,06	0,00 %
teachers2	0,03	0,01	-57,57 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,04	0,00	-99,96 %

Centro educativo 133 55,71%

Peers: 5
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,34	0,61	79,51 %
RC	0,58	1,04	79,51 %
acadsup	0,15	0,10	-35,61 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-40,00 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro educativo 135 94,17%

Peers: 2
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,22	0,39	73,73 %
RC	0,70	0,75	6,19 %
acadsup	0,08	0,05	-37,99 %
ratio	0,04	0,03	-8,01 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,04	0,03	-27,68 %
teachers3	0,06	0,00	-99,98 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro educativo 141 79,36%

Peers: 1
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,57	0,72	26,01 %
RC	0,44	0,77	77,52 %
acadsup	0,00	0,00	0,00 %
ratio	0,03	0,03	-15,15 %
teachers1	0,04	0,03	-43,18 %
teachers2	0,04	0,03	-43,18 %
teachers3	0,02	0,02	-5,56 %
teachers4	0,04	0,03	-5,71 %

Centro educativo 144 24,16%

Peers: 6
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,22	0,89	313,98 %
RC	0,24	1,00	313,98 %
acadsup	0,15	0,12	-17,75 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro educativo 147 68,92%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,45	0,66	45,09 %
RC	0,56	0,82	45,09 %
acadsup	0,08	0,02	-74,96 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,04	0,03	-35,69 %
teachers2	0,04	0,03	-40,43 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro educativo 150 38,73%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,05	0,54	944,36 %
RC	0,33	0,84	158,19 %
acadsup	0,10	0,08	-18,50 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,07	0,07	0,00 %
teachers2	0,03	0,01	-68,68 %
teachers3	0,01	0,00	-90,89 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro educativo 154 85,69%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,16	0,60	267,99 %
RC	0,60	0,70	16,71 %
acadsup	0,00	0,00	0,00 %
ratio	0,03	0,03	-8,93 %
teachers1	0,03	0,02	-25,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro educativo 158 82,60%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,30	0,52	71,38 %
RC	0,58	0,70	21,06 %
acadsup	0,26	0,06	-77,37 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,04	0,00 %
teachers2	0,00	0,00	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-38,01 %
teachers4	0,08	0,04	-52,93 %

Centro educativo 164 98,25%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,62	0,63	1,78 %
RC	0,77	0,78	1,78 %
acadsup	0,01	0,01	0,00 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-44,26 %
teachers3	0,02	0,02	-13,60 %
teachers4	0,03	0,03	-15,96 %

Centro educativo 165 144,87%

Peers: 4
References: 11**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	1,00	0,69	-30,97 %
RC	0,76	0,81	6,56 %
acadsup	0,15	0,08	-50,63 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,03	0,03	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,02	-40,71 %

Centro educativo 166 77,37%

Peers: 5
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,47	0,61	29,25 %
RC	0,69	0,90	29,25 %
acadsup	0,32	0,07	-78,12 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,06	0,06	0,00 %
teachers2	0,02	0,01	-41,86 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro educativo 167 77,45%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,52	0,96	85,03 %
RC	1,00	1,29	29,12 %
acadsup	0,12	0,11	-4,40 %
ratio	0,06	0,06	0,00 %
teachers1	0,06	0,06	0,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,02	-23,21 %

Centro educativo 169 81,31%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,59	0,79	34,30 %
RC	0,76	0,93	22,99 %
acadsup	0,08	0,08	-7,03 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,03	-16,93 %

Centro educativo 172 39,08%

Peers: 2
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,20	0,51	155,86 %
RC	0,27	0,84	217,37 %
acadsup	0,24	0,07	-71,42 %
ratio	0,06	0,04	-33,60 %
teachers1	0,06	0,06	0,00 %
teachers2	0,09	0,02	-80,62 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Cohorte 3

Centro Educativo 110 97,72%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,35	0,64	83,11 %
RC	0,80	0,81	2,34 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-11,50 %
teachers1	0,13	0,03	-76,68 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 112 44,70%

Peers: 1
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,14	1,04	656,66 %
RC	0,51	1,15	123,71 %
acadsup	0,09	0,08	-9,14 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,07	0,02	-70,30 %
teachers2	0,02	0,02	-16,13 %
teachers3	0,02	0,01	-56,24 %
teachers4	0,09	0,04	-60,86 %

Centro Educativo 113 52,16%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,43	0,88	105,54 %
RC	0,56	1,08	91,71 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,08	0,04	-45,52 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-7,24 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 114 43,18%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,44	1,03	131,57 %
RC	0,43	1,13	160,35 %
acadsup	0,04	0,04	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,06	0,03	-48,20 %
teachers2	0,04	0,03	-12,36 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro Educativo 115 56,04%

Peers: 1
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,48	1,12	133,30 %
RC	0,69	1,24	78,43 %
acadsup	0,17	0,09	-47,89 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,08	0,02	-72,58 %
teachers2	0,02	0,02	-9,68 %
teachers3	0,01	0,01	-27,74 %
teachers4	0,07	0,04	-43,38 %

Centro Educativo 116 81,17%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,74	0,91	23,20 %
RC	0,69	1,06	52,83 %
acadsup	0,08	0,07	-10,79 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,03	-30,46 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 117 83,83%

Peers: 3
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,18	0,90	386,48 %
RC	0,89	1,06	19,29 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,08	0,02	-75,67 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	-1,90 %
teachers4	0,08	0,04	-50,55 %

Centro Educativo 119 91,48%

Peers: 1
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,58	0,91	58,04 %
RC	0,92	1,00	9,32 %
acadsup	1,29	0,07	-94,49 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,27	0,02	-93,17 %
teachers2	0,20	0,01	-93,58 %
teachers3	0,20	0,01	-95,72 %
teachers4	0,57	0,03	-94,59 %

Centro Educativo 122 76,38%

Peers: 2
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,32	0,51	60,77 %
RC	0,58	0,76	30,93 %
acadsup	0,07	0,07	0,00 %
ratio	0,04	0,04	-21,86 %
teachers1	0,09	0,02	-71,99 %
teachers2	0,05	0,04	-19,70 %
teachers3	0,00	0,00	0,00 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro Educativo 123 94,17%

Peers: 1
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,41	0,91	124,77 %
RC	0,94	1,00	6,19 %
acadsup	0,66	0,07	-89,25 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,05	0,02	-63,44 %
teachers2	0,04	0,01	-68,66 %
teachers3	0,01	0,01	-26,88 %
teachers4	0,04	0,03	-21,26 %

Centro Educativo 125 79,90%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,42	0,75	78,79 %
RC	0,78	0,97	25,15 %
acadsup	0,06	0,06	0,00 %
ratio	0,04	0,03	0,00 %
teachers1	0,06	0,03	-47,16 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,02	0,01	-30,69 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 126 55,06%

Peers: 3
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,66	1,19	81,72 %
RC	0,81	1,47	81,63 %
acadsup	0,41	0,06	-85,96 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,09	0,03	-69,04 %
teachers2	0,03	0,03	0,00 %
teachers3	0,03	0,02	-6,12 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 127 86,75%

Peers: 3
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,60	0,73	21,06 %
RC	0,93	1,07	15,27 %
acadsup	0,17	0,03	-81,68 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,09	0,05	-39,86 %
teachers2	0,07	0,05	-23,21 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 129 0,00%

Peers: 1
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,00	0,55	5509900,00 %
RC	0,00	0,75	7519900,00 %
acadsup	0,07	0,05	-26,09 %
ratio	0,04	0,03	-17,07 %
teachers1	0,05	0,02	-56,52 %
teachers2	0,04	0,03	-18,92 %
teachers3	0,03	0,00	-99,96 %
teachers4	0,00	0,00	0,00 %

Centro Educativo 133 52,28%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,47	0,90	91,28 %
RC	0,54	1,03	91,28 %
acadsup	0,15	0,06	-63,21 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-48,78 %
teachers2	0,04	0,02	-40,23 %
teachers3	0,02	0,02	0,00 %
teachers4	0,02	0,02	0,00 %

Centro Educativo 134 89,77%

Peers: 4
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,71	0,79	11,40 %
RC	0,87	0,98	12,39 %
acadsup	0,05	0,05	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-47,02 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,04	0,02	-43,62 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 141 30,64%

Peers: 1
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,06	0,59	886,67 %
RC	0,27	0,86	226,42 %
acadsup	0,00	0,00	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-23,26 %
teachers1	0,04	0,03	-43,18 %
teachers2	0,04	0,03	-43,18 %
teachers3	0,02	0,02	-5,56 %
teachers4	0,04	0,03	-5,71 %

Centro Educativo 144 48,55%

Peers: 3
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,21	1,11	419,43 %
RC	0,59	1,22	105,96 %
acadsup	0,15	0,08	-46,03 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-37,37 %
teachers2	0,02	0,02	-7,07 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %

Centro Educativo 146 96,99%

Peers: 2
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,33	0,90	174,56 %
RC	1,00	1,03	3,10 %
acadsup	0,08	0,06	-18,39 %
ratio	0,04	0,03	0,00 %
teachers1	0,03	0,02	-40,43 %
teachers2	0,02	0,02	-22,68 %
teachers3	0,02	0,01	-27,84 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 147 78,17%

Peers: 2
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,28	0,85	200,88 %
RC	0,73	0,94	27,93 %
acadsup	0,08	0,06	-22,33 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,04	0,02	-60,00 %
teachers2	0,04	0,01	-70,85 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,03	-22,89 %

Centro Educativo 151 95,46%

Peers: 2
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,48	0,83	73,37 %
RC	0,90	0,94	4,76 %
acadsup	0,11	0,06	-47,48 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,02	0,02	-16,90 %
teachers2	0,02	0,01	-29,01 %
teachers3	0,01	0,01	-8,28 %
teachers4	0,03	0,03	0,00 %

Centro Educativo 155 83,00%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,51	0,68	33,19 %
RC	0,84	1,02	20,48 %
acadsup	0,12	0,12	0,00 %
ratio	0,04	0,04	0,00 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,03	0,01	-63,75 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,09	0,06	-25,30 %

Centro Educativo 156 83,92%

Peers: 4
References: 0**Mejoras Potenciales**

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,49	0,59	19,17 %
RC	0,57	0,67	19,17 %
acadsup	0,01	0,01	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-27,78 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,04	0,02	-45,42 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,03	0,03	-20,40 %

Centro Educativo 162 98,06%

Peers: 5
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,42	0,42	1,98 %
RC	0,66	0,67	1,98 %
acadsup	0,05	0,05	0,00 %
ratio	0,04	0,03	-16,67 %
teachers1	0,01	0,01	0,00 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,07	0,04	-32,70 %

Centro Educativo 165 98,92%

Peers: 3
References: 1

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,73	0,73	1,09 %
RC	0,77	0,88	15,38 %
acadsup	0,15	0,07	-57,44 %
ratio	0,03	0,03	0,00 %
teachers1	0,03	0,01	-58,36 %
teachers2	0,01	0,01	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	-1,33 %

Centro Educativo 166 71,70%

Peers: 5
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,41	0,66	59,59 %
RC	0,75	1,05	39,47 %
acadsup	0,32	0,10	-67,20 %
ratio	0,05	0,05	0,00 %
teachers1	0,06	0,06	0,00 %
teachers2	0,02	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,01	0,01	0,00 %

Centro Educativo 169 71,64%

Peers: 5
References: 0

Mejoras Potenciales

Variable	Actual	Objetivo	Mejora Potencial
Math	0,71	1,00	41,21 %
RC	0,82	1,14	39,59 %
acadsup	0,08	0,08	0,00 %
ratio	0,04	0,04	-1,21 %
teachers1	0,02	0,02	0,00 %
teachers2	0,01	0,02	0,00 %
teachers3	0,01	0,01	0,00 %
teachers4	0,04	0,04	0,00 %